УДК 51.371.8

Экономическое воспитание студентов при обучении математическому анализу

Мамедов Гусейн Али Оглы
Нахчыванский государственный университет, Азербайджан

Аннотация

В работе обосновывается важность воспитания студентов математического факультета вузов с педагогическим уклоном в области экономики. В статье показано как проводится закрепление экономических понятий у студентов при обучении математическому анализу, что при преподавании курса математического анализа в тесном контакте с экономикой, у студентов формируется экономико-математическая культура, увеличивается интерес к изучению математического анализа, ускоряется обратная связь.

Ключевые слова*: студент, экономический, обучение, анализ, математика, спрос, издержки, воспитание, доход.*

В экономической жизни общества, включающей отношения, которые возникают между людьми в процессе производства, распределения, обмена и потребления материальных благ, участвуют и студенты вузов, хотя они не вступают непосредственно в производственные отношения. Экономическое воспитание студентов наряду с «процессом формирования у молодого поколения понятий и полезных качеств, связанных с рыночной экономикой» [1, с. 276], направляет людей быть готовыми к экономической деятельности.

Одной из задач экономического воспитания студентов является воспитание у них готовности к экономической деятельности, которая предлагает выпускникам вузов с педагогическим уклоном, используя экономические знания, умения и навыки, трудиться эффективно и расходовать рационально внерабочее время. Готовность к экономической деятельности, как сложное структурное образование, включает следующие основные компоненты: экономические потребности и интересы; экономически осознанное отношение к труду, продуктам труда и природной среде; система экономических знаний, умений, навыков и привычек студентов и т.д.

Известно, что «каждый учитель должен быть в достаточной степени подготовлен к систематической и целенаправленной работе по экономическому воспитанию учащихся» [2, с.15].

В настоящее время учителя математики готовятся в ВУЗах с педагогическим уклоном. На математическом факультете вузов с педагогическим уклоном экономическая дисциплина, которая может сыграть важную роль в экономическом воспитании студентов, или не преподаётся, или ей отводится малое количество часов. Также отмечалось, что «любой структурный элемент учебного предмета служит основой межпредметных контактов в процессе обучения» [3, с. 43]. Несмотря на это, при преподавании специальных дисциплин на математических факультетах, забывается связь с экономическим предметом, который преподается и в средней школе.

Цель работы, опираясь на принципы полезности и ведущих идей обучения математическому анализу [4, с. 6], продемонстрировать формирование у студентов таких понятий как спрос, товар, деньги, затрат, предложение, доход, издержка, цена и др., входящие в содержание экономического воспитания.

Известно, что понятие функция - есть предмет математического анализа. С целью закрепления этого понятия решаем нижеследующие примеры:

Пример 1. При определенных условиях спрос на некоторый товар есть функция цены. Это так называемая функция спроса.

Пусть q - спрос на товар, p - цена товара. Зависимость между спросом и ценой, т.е. функция спроса, выражается, следовательно, формулой

$$q = f(p).$$

Функция спроса может иметь разный вид, например,

$$q = \frac{500}{p+4}.$$

В этом случае находим следующее соответствие:

цена $p = 1$ - спрос $q = 100$,

цена $p = 2$ - спрос $q = 83{,}3$,

цена $p = 3$ - спрос $q = 71{,}4$

…………………………….

Функция спроса может быть также, например, функция

$$q = 5 \cdot e^{-2p}$$

В этом случае находим следующее соответствие:

цена $p = 1$ - спрос $q = \frac{5}{e^2}$,

цена $p = 2$ - спрос $q = \frac{5}{e^4}$,

цена $p = 3$ - спрос $q = \frac{5}{e^6}$,

……………………………

При изучении разных экономических процессов мы встречаемся с задачей определения скорости изменений соответствующих величин. В большинстве случаев такие задачи не могут быть решены с помощью элементарной математики. Чтобы легче решать их, необходимо воспользоваться дифференциальным исчислением.

На практических занятиях по математическому анализу экономическое значение производного разъясняем в нижеследующей форме.

Издержки производства K однородной продукции есть функция количества продукции x. Поэтому можно записать:

$$K = K(x).$$

Предположим, что количество продукции увеличивается на Δx. Продукции $x + \Delta x$ соответствуют издержки производства

$$K(x + \Delta x).$$

Следовательно, приращению количества продукции Δx соответствует приращение издержек производства продукции

$$\Delta K = K(x + \Delta x) - K(x).$$

Среднее приращение издержек производства есть

$$\frac{\Delta K}{\Delta x}.$$

Это есть приращение издержек производства на единицу приращения количества продукции.

Предел

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta K}{\Delta x} = K'(x)$$

называется предельными издержками производства.

Аналогично, если мы обозначим через $U(x)$ выручку от продажи x единиц товара, то предел

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta U(x)}{\Delta x} = U'(x)$$

будем называть предельной выручкой.

Пример 2. Издержки производства K зависят от объема продукции x по формуле

$$K = 100x - \frac{1}{30}x^3.$$

Определить предельные издержки, если объем производства составляет: а) 5 единиц; б) 10 единиц продукций.

Имеем:

$$K' = 100 - \frac{1}{10}x^2,$$

откуда

$$K'(5) = 100 - \frac{1}{10} \cdot 5^2 = 97{,}5; \quad K'(10) = 100 - \frac{1}{10} \cdot 10^2 = 90;$$

Это означает, что при объеме производства в 5 единиц продукции издержки по изготовлению следующей (шестой) единицы продукции составят 97,5; при объеме производства в 10 единиц они составят 90.

Отметим, что многие законы экономики можно описать с помощью функций. Применим производные для исследования динамики таких функций.

Пример 3. Даны:

а) функция средних издержек $\pi(x) = x$,

б) функция спроса $p = 10 - 3x$.

Рассчитать, при каком объеме производства прибыль будет наибольшей.

Суммарные издержки составляют:

$$K = x \cdot x = x^2,$$

а суммарные предельные издержки есть

$$\frac{dK}{dx} = 2x.$$

Суммарная выручка есть

$$U = xp = x(10 - 3x) = 10x - 3x^2.$$

Предельная суммарная выручка составляет:

$$\frac{du}{dx} = 10 - 6x$$

Находим производные второго порядка

$$\frac{d^2K}{dx^2} = 2, \qquad \frac{d^2u}{dx^2} = -6.$$

Имеет место неравенство

$$\frac{d^2u}{dx^2} < \frac{d^2K}{dx^2}.$$

Следовательно, прибыль максимальна, если

$$10 - 6x = 2x,$$

откуда

$$x = \frac{5}{4}.$$

Монопольная цена составляет:

$$p = 10 - 3 \cdot \frac{5}{4} = \frac{25}{4}$$

Тогда средние издержки составляют $\pi = \frac{5}{4}$, а полные издержки:

$$K = \pi x = \frac{5}{4} . \frac{5}{4} = \frac{25}{16}.$$

Предельная выручка есть

$$U = px = \frac{25}{4} . \frac{5}{4} = \frac{125}{16},$$

а максимальная прибыль

$$Z = U - K = \frac{125}{16} - \frac{25}{16} = \frac{25}{4}.$$

Считаем целесообразным дать студентам для самостоятельной работы нижеследующие задания о применении производных экономических задач.

Пример 4. Кривая полных издержек имеет вид:

$K = x^3 - 6x + 15x$, (x – объем производства)

Рассчитать, при каком объеме производства средние издержки минимальны.

Пример 5. Резервуар для перевозки жидкостей имеет форму цилиндра объемом V. Каковы должны быть размеры цилиндра, чтобы стоимость материала, использованного для его изготовления, была минимальной.

Одним из важных разделов математического анализа называется «Применения определённого интеграла» [5, с. 11]. С применением определённого интеграла вместе с задачами физическими и геометрическими, решаем и задачи экономические.

Пример 6. Известно, что производительность труда в течение рабочего дня изменяется. Предположим, что известна функция $f(x)$, характеризующая изменение производительности труда, где x-отрезок времени, отсчитываемый от начала рабочего дня, а $f(x)$– производительность труда в данный момент. Определить объем продукции, произведенной рабочим в четвертый час рабочего дня.

Этот объем можно рассматривать как сумму объемов продукции, произведенных в бесконечно малых интервалах, на которые поделен отрезок времени [3, 4]. Можно принять, что в каждом из таких бесконечно малых интервалов функция $f(x)$ не изменяется и, следовательно, объем произведенной продукции есть произведение производительности труда $f(x)$ и времени Δx. Следовательно, продукция, произведенная в четвертый час рабочего дня, есть

$$\lim_{\Delta x \to 0} \sum_{3}^{4} f(x)\Delta x = \int_{3}^{4} f(x)dx.$$

В практике нередко исчисляются средняя производительность труда, средняя мощность электродвигателей, средняя издержка производства и др.

Пример 7. Переменные издержки производства определяются формулой

$$y = 3x,$$

где x – количество произведенных единиц продукции.

Рассчитать средние издержки производства, если объем производства составляет от 3 до 5 единиц.

Среднее значение функции есть

$$\frac{\int_3^5 3xdx}{5-3} = \frac{3}{2}\cdot\left.\frac{x^2}{2}\right|_3^5 = \frac{3}{2}\left(\frac{25}{2}-\frac{9}{2}\right) = \frac{3}{2}\cdot 8 = 12$$

Поскольку $y = 3x$, имеем:

$$12 = 3x,$$

откуда

$$x_0 = 4.$$

С применением определённого интеграла даём домашнее задание решить нижеследующие задачи.

Пример 8. Предположим, что годовой доход $y = f(x)$ есть функция времени t. Удельная норма процента есть К, проценты начисляются непрерывно. Определить дисконтированный объем дохода, полученного за t лет.

Пример 9. Найти среднее значение издержек

$$K(x) = 3x^2 + 4x + 1,$$

если объем продукции x меняется от 0 до 3 единиц, и указать объем продукции, при котором издержки принимают среднее значение.

Отмечалось, что «студенты факультета математики участвуют в олимпиадах и кружках по дисциплине» [6, с.4]. Члены кружка «Математического анализа» с интересом слушают доклад своего товарища на тему: «Важнейшие функции, встречающиеся в экономических исследованиях». К содержанию этой темы относится нижеследующее: линейная функция; степенная функция; показательная функция; логарифмическая функция; тригонометрические функции.

Так, например, линейной функцией называется функция, определяемая формулой

$$y = ax + b.$$

Известно, что график этой функции есть прямая с угловым коэффициентом а, пересекающая ось ординат в точке с ординатой b.

Издержки производства на промышленном предприятии, где изготовляется однородная продукция, можно разделить на две группы:

а) переменные издержки, пропорциональные объему продукции, например, материальные затраты;

б) постоянные издержки, т.е. такие, которые в основном не зависят от объема продукции, например, затраты на содержание административных зданий, их отопление и $m \cdot n$.

Если постоянные издержки обозначить через b, а переменные издержки на единицу продукции - a, то при объеме продукции x единиц, полные издержки производства составят в данном периоде

$$y = b + ax.$$

Используя логарифмическую функцию, решается следующая задача.

Пример 10. Итальянский экономист Паретто сформулировал теорему о распределении доходов в капиталистическом обществе.

Если через y обозначить число лиц, имеющих доход, не меньший x, то

$$y = \frac{a}{x^m},$$

где a и m - постоянные.

Закон Паретто достаточно точно описывает распределение более высоких доходов; в то же время для низких доходов он не оправдывается.

Пусть в каком – либо капиталистическом обществе распределение доходов определяется уравнением

$$y = \frac{2000000000}{x^m}$$

Найти:

а) число лиц, которые обладают доходом, превышающим 100 000;

б) самый низкий доход среди 100 самых богатых лиц.

а) Имеем

$$x - 100000,$$

откуда

$$y = \frac{2000000000}{100000^{1,5}}.$$

Логарифмируя обе части равенства, получим:

$$\log y = \log \frac{2000000000}{100000^{1,5}} = \log 2000000000 - 1{,}5 \log 100000 =$$
$$= 9{,}3010 - 1{,}5 \cdot 5 = 9{,}3010 - 7{,}5 = 1{,}8010.$$

Из таблиц логарифмов находим, что $y = 63{,}2$; таким образом, 63 человека имеют доход, превышающий $100\,000$.

б) Имеем

$$100 = \frac{2\ 000\ 000\ 000}{x^{1,5}},$$

отсюда последовательно находим:

$$100 \cdot x^{1,5} = 2000000000;\ x^{1,5} = 20\ 000\ 000;\ 1{,}5 \lg x = 7{,}3010;$$
$$\lg x = 4{,}8673;\quad x = 73\ 700.$$

Значит, самый низкий доход среди 100 богатейших лиц (т.е. доход сотого лица, считая от самого богатого) составляет 73 700.

Практика показывает, что при обучении математическому анализу, если заострить внимание на экономическом воспитании студентов, можно достичь следующего:

- у студентов формируется экономико-математическая культура;
- знания по математическому анализу закрепляются, углубляются и расширяются;
- ускоряется обратная связь;
- увеличивается интерес к изучению математического анализа;
- выпускники, работая по специальности, занимаются и частным хозяйством.

Использованная литература

1. Кязумов Н.М. Педагогика высшей школы, Баку, «Ниджат», 1999 (на азербайджанском языке).
2. Бадмаев С.Б., Березовская Д.А. Экономическое воспитание учащихся (Учебно-методическое пособие для учителя). Элиста. Калмыцкое книжное издательство, 1988.
3. Зверев И.Д., Максимова В.Н. Межпредметные связи в современной школе, Москва, Педагогика, 1981.
4. Мамедов Г.А. Построение системы методики преподавания математического анализа по специальности математики в высшей школе. Научные труды Нахчыванского государственного университета, №6, 2000, стр. 4-7. (на азербайджанском языке).
5. Мамедов Г.А. Дидактические принципы составления программы по курсу математического анализа, Сибирский учитель, Региональный научно-методический журнал, №3 (33), май-июнь, 2004, стр. 10-12.
6. Мамедов Г.А. Пути совершенствования методической подготовки учителей математики в университетах. Грузинский электронный научный журнал: Педагогические науки и психология, 2004, №1(1), стр.3-6.(http://gesj.internet-academy.org.ge/gesj_articles1026.pdf)

Статья получена: 2004-09-20