Некоторые вопросы элементарных частиц с точки зрения теории трехмерных многообразий

Д. Вашакмадзе
Кафедра Теоретической Физики Физического Факультета
Тбилисского Государственного Университета им. Ив. Джавахишвили

1. Основные определения*

В современной геометрии и топологии узлы играют фундаментальную роль – например, в изучении трехмерных многообразий.

Исходя из определения узла, как области ветвления некоторого трехмерного многообразия M_1^3 при разветвленном накрытии многообразия M_0^3 , обобщим определение частицы – узла, рассматривая последний как топологическую особенность, а именно, область ветвления физического пространства. Полагая глобальную геометрию пространства гомеоморфной 3- мерному гиперболическому пространству H3, рассмотрим действие на нем введенной в работах ([3,4,7]) Универсальной группы U: Для всякого замкнутого и ориентируемого многообразия M3 существует конечноидексная подгруппа G ≤ U, такая, что M3 гомеоморфно фактор – пространству H3/G.

Фундаментальным многогранником, соответствующим этой Универсальной группе, является правильный гиперболический додекаэдр, имеющий двугранные углы, равные 900, где отождествление происходит по некоторой группе G⊆Isom E3, а факторпространство есть S3 с сингулярным множеством ∑, состоящим из зацепленных окружностей – Боромеевых колец. Тогда, каждое замкнутое 3-х мерное многообразие является разветвленным накрытием сферы S3 над Боромеевыми кольцами с индексами ветвления 1, 2, и 4; Универсальная группа U порождается поворотами на π/2 вокруг скрещивающихся ребер додекаэдра.

Генераторы группы U имеют следующее представление:

$$A=\frac{\sqrt{2}}{2}\begin{bmatrix}1-iR+iR^2 & -iR-iR^2-iR^3\\ 1-2iR+iR^3 & 1+iR-iR^2\end{bmatrix},$$

$$B=\frac{\sqrt{2}}{2}\begin{bmatrix}1-R+R^2 & 1-R+R^2\\ -R-R^2+R^3 & 1+R-R^2\end{bmatrix},$$

$$C=\frac{\sqrt{2}}{2}\begin{bmatrix}1+R-iR^2 & -i-2iR-iR^3\\ -1-R+R^2 & 1-R+iR^2\end{bmatrix}.$$

Одним из важных свойств группы U является тот факт, что для семейства плоскостей, образуемых левоинвариантными относительно действия U гранями додекаэдров, любые две плоскости или не пересекаются, или пересекаются под прямыми углами.

В дальнейшем, под U – квантизацией пространства будем подразумевать факторизацию H3/U.

2. Основные Соответствия

Ниже постулируются некоторые соответстствия, которые в частности будут использованы в дальнейшем.

(1) Распространению электромагнитной волны в вакууме соответствует топологическая U – квантизация данной области пространства.

Учитывая существование т.н. исключительного изоморфизма (см [5]) Ψ:PSL(2,C) →PSO1(IR,q1)=PSO(1,3), где q1(x0,x1,x2,x3)= $x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2$, уравнения Маквелла, инвариантные относительно автоморфизмов 4-мерного псевдоевклидового пространства, можно рассматривать как уравнения инвариантные относительно автоморфизмов φ⊂PSL(2,C) гиперболического 3-мерного пространства.

* Настоящая работа является продолжением и расширением статьи: Д.Т. Вашакмадзе. *Теория Узлов и Физика Элементарных Частиц*. Труды Института Прикладной Математики им. И.Н. Векуа., т. 44, 1992, с.128-158.

Тогда (1) подразумевает, что наложение условия инвариантности относительно действия группы U приведет к одновременному квантованию электромагнитного поля и пространства.

Перечислим некоторые следствия (1):

I Согласно определению группы U, фотоны могут находится лишь на U – инвариантном Евклидовом подпространстве H3;

II Присутствие во всем пространстве Реликтового излучения можно интерпретировать как следствие глобального топологического квантования H3, имевшего место в некоторый момент существования неквантованного H3;

III Вычислим объем единичного "кванта" пространства – гиперболического додекаэдра, приближенно считая додекаэдр сферой с радиусом r = α, где α – полуось додекаэдра, R / α ≈1.27 см. [4]

$$V_{hyp} = 4\pi\left(\frac{r(1+r^2)}{(1-r^2)^2} - \frac{1}{2}ln\frac{1+r}{1-r}\right)$$

Сравнивая Vhyp с объемом соответствующей сферы в E3, получим Vhyp/Veuc≈44. Это означает, что объем "наблюдаемого" евклидового пространства на самом деле составляет около 3% всего гиперболического пр-ва H3.

Как известно, для достижения критической плотности, необходимой для объяснения наблюдаемой евклидовости Вселенной, стало необходимым, помимо "темной массы", введение также "темной энергии" вакуума (квантового поля, названного "квинтэссенцией"), они вместе обеспечивают недостающие ≈95% всей массы Вселенной. Однако, согласно (1), "наблюдаемая" Вселенная будет всегда Евклидова, ненулевая же энергия вакуума, (позволяющая приписать всему пространству евклидову метрику), в геометрической инпретации соответствует топологически квантованной гиперболической структуре самого 3-х мерного пространства. Траектория фотона, локализованного в пространстве, например, в атоме, принимает форму 3-х зацепленных между собой взаимноортогональных Боромеевых колец, так как евклидовы прямые, соответствующие осям вращения 3-х генераторов универсальной группы, при накрывающем отображении H3/U →S3/B бесконечное количество раз обматываются вокруг Боромеевых колец (области ветвления).

(2) За массу частицы принимается гиперболический объем соответствующего гиперболического многообразия, являющийся возрастающей функцией сложности многообразия (см[2]).

(3) Переносчикам слабых взаимодействий – частицам W± , Z0, в отличие от не-полевых частиц, соответствуют Универсальные узлы.

Слабые распады вида A→BF (например n0→p+W-) можно определить как перестраивание многообразия $M_0^{(3)} \cong S^3 \setminus k_A$ в многообразие $M_0^{(3)} \cong S^3 \setminus k_B$, происходящее благодаря существованию регулярного разветвленного накрытия многообразиями $M_A^{(3)}$ и $M_B^{(3)}$ многообразия $M_0^{(3)} \cong S^3 \setminus k_{univ}$, или ,эквивалентно:

H3/ГA→H3/ГB+ H3/ГF, ГA≤ГA≤Гf.

Постулируя в общем групповой характер описания взаимодействие между отдельными частицами, основываясь на интерипретации частиц в терминах накрывающих пространств, рассмотрим лептоны и промежуточные базоны как элементы некоторой группы

$$\{G^*\} = \{e, \nu_e, \bar{e}, \bar{\nu}_e, \bar{\mu}, \bar{\nu}_\mu, \tau, \nu_\tau, \bar{\tau}, \bar{\nu}_\tau, W^-, W^+, Z^0\}.$$

Тогда соотношения вида $[g(i)][g(k)(-1)] = K$, где K подгруппа G^*, разобьет G^* на классы эквивалентности {α}, {β} и {g}, относительно подгруппы F={Z0,W-,W+}

$$\alpha_i \alpha_j^{-1} = C_{ij},$$

$$\beta_i \beta_j^{-1} = C_{ij},$$

$$\gamma_i \gamma_j^{-1} = C_{ij},$$

где $\{\alpha_i\}=\{e,\gamma_e\}$, $\{\beta_i\}=\{\mu, \nu_\mu\}$ $\{\gamma_i\}=\{\tau, \nu_\tau\}$, $C_{ij} = \begin{pmatrix} Z_0 & W^+ \\ W^- & Z_0^0 \end{pmatrix}$.

Согласно теореме Э. Нетер, данное разбиение индуцирует натуральный гоморфизм группы G* на группу Г= G*/F, где ядро гомоморфазма есть подгруппа полей, в то время как неединичные элементы группы Г являются гомоморфными образами поколений лептонов.

Следовательно, сохранение лептонного числа можно записать как групповой гомоморфизм Г= G*/F, где группа Г может быть, например, группой гомологий для некоторого разветвленного многообразия с гомологическими классами, представленными элементами из {G*}.

(4) Возмущение накрывающей группы и период полураспада.

Предположим, что протон и нейтрон являются разными накрывающими одного и того же $M_0^{(3)}$, однако в накрывающей группе нейтрона имеется возмущение (см. [1]), т.е. в присутствии n>1 нейтронов единичное ветвление универсальной накрывающей функции нейтрона над M0 захватывает слои от разных экземпляров $S^3 \setminus k_{(n^0)}$, что можно проиллюстрировать аналогией с Диким Узлом Канторовского вида (см. напр. [6]).Тогда, для N>>1, за первый период $\tilde{\tau}$ ($\tilde{\tau}$-время жизни нейтрона) распад захватит 2^k нейтронов и число оставшихся частиц будет $1+2+\ldots 2^{k-1} = 2^k - 1 \approx 2^k$.

Заметим, что еще в 1957 году для объяснения вероятности природы распада элементарных частиц, Хью Эверетт использовал понятие разветвленной волновой функции частицы, введя “многомировую” интерпретацию квантовой механики, где для всех моментов времени, когда нейтрон доолжен распасться, существует 1 копия Вселенной, где это реально происходит.

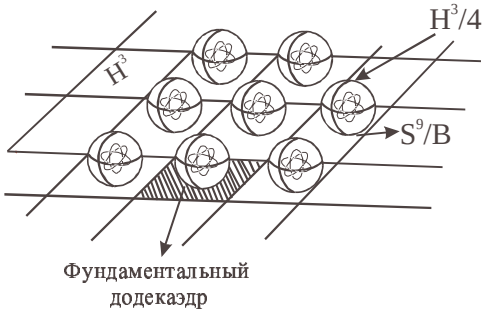


Рис. 1. Действие группы U на пространстве H(3)

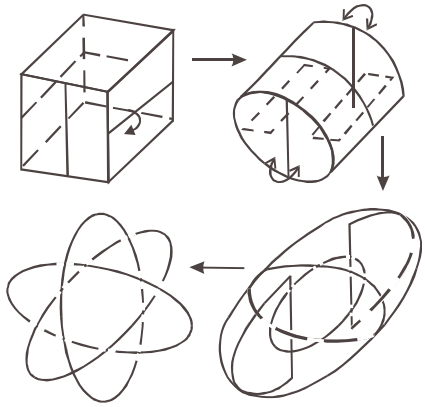
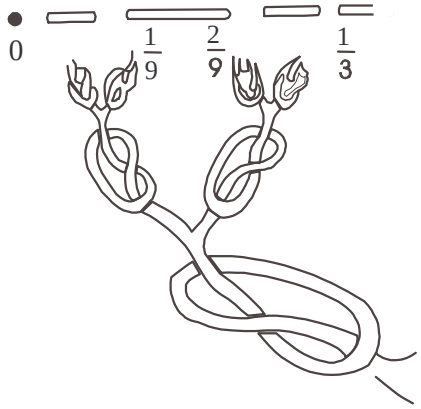


Рис. 2. Переход скрещенных ребер в Боромеевы кольца при отождествлении граней прямоугольного додекаедра.



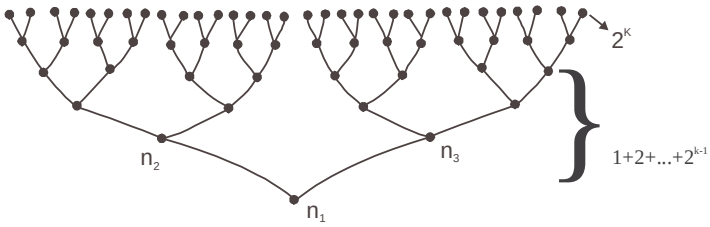


Рис. 4. N-частичная волновая функция (нейтронов)

Рис. 3. Ветвление волновой функции нейтрона

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Абикоф. *Вещественно-аналитическая теория пространства Тейхмюллера*. М.:Мир 1985.
2. Б. Н. Апанасов. *Геометрия дискретных групп и многообразий*. М. : Наука, 1991
3. H. M. Hilgen, M. T. Lozano, J. M. Montesion. *On the universal group of the Borromean rings.* Lect. Notes. Math. 1350. Berlin : Springer Verlag. 1989. pp1-13.
4. N. M. Hilden, M. T. Lozano, J. M. Montesion, W.C. Whitten. *On universal group and three-dimensional manifolds*. Invent. Mat., Vol. 87, pp 441-456 (1987).
5. J. Elstrodt, F. Grunewald, *Mennicke Groups Acting on Hyperbolic Space*. Springer, 1997 (Springer monographs in Mathematics)
6. A. Sossinsky, *Nodi Genesi di una teoria matematica* Bollati Boringhieri 2000
7. W. Thurston. *The Geometry and Topology of three –dimensional manifolds*. Princeton Press Preprint 1996.
8. Д.Т. Вашакмадзе. *Теория Узлов и Физика Элементарных Частиц.* Труды Института Прикладной Математики им. И.Н. Векуа., т. 44, 1992, с.128-158.