

## ხანგამძლეობისა და დაღლილობით გამოწვეული რღვევის დაჩქარებული ტესტირება კომპიუტერული მოდელირებით

არჩილ ფრანგიშვილი<sup>1</sup>, დავით გორგიძე<sup>2</sup>, ოლეგ ნამიჩეიშვილი<sup>3</sup>, მიხეილ რამაზაშვილი<sup>4</sup>

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, მ. კოსტავას ქ., 77, 0175 თბილისი, საქართველო

<sup>1</sup>a\_prangi@gtu.ge, <sup>2</sup>dgorgidze@yahoo.com, <sup>3</sup>oleg\_namichishvili@hotmail.com, <sup>4</sup>misharamazashvili@yahoo.com

### რეზიუმე

ხანგამძლეობის დასადგენად მოცემულია დაჩქარებული ტესტირების ამოცანათა ფორმულირება და ძირითადი განმარტებანი, შემოტანილია ე.წ. დაჩქარების ფუნქციის ცნება, რომლის განსაზღვრითაც, წრფივი მოდელის შემთხვევაში, მიიღება მოწყობილობის უმტყუნო მუშაობის დროის განაწილების ინტეგრალური ფუნქცია. ჩამოყალიბებულია დაჩქარების ფუნქციის წრფივობის კრიტერიუმი და პალმგრენ-მაინერის თანაფარდობის განზოგადებული პრინციპის ამსახველი თანაფარდობის საფუძველზე, რომელიც ნაშრომშია მიღებული, შემუშავებულია დაჩქარებული ტესტირების ჩატარების მეთოდი საიმედოობის განსაზღვრისათვის უწყვეტი და საფეხურიანი დატვირთვის შემთხვევაში.

*საკვანძო სიტყვები:* საიმედოობის რესურსი, დაჩქარებული გამოცდა, დაჩქარების ფუნქცია, პალმგრენ-მაინერის ჰიპოთეზა, სედიაკინის ჰიპოთეზა, უმტყუნო მუშაობის დრო

### 1 ამოცანის ფორმულირება და ძირითადი განმარტებანი

ვთქვათ  $q_1 = F_x(\Theta)$  და  $q_2 = F_y(\Theta)$  წარმოადგენენ რაიმე ელემენტის უმტყუნო მუშაობის დროის განაწილების ფუნქციებს შესაბამისად  $X$  და  $Y$  დატვირთვის შემთხვევაში.

დავუშვათ, რომ ყველა დადებითი  $\Theta$ -თვის ადგილი აქვს უტოლობას

$$F_x(\Theta) < F_y(\Theta). \quad (1.1)$$

$F_x(\Theta)$  და  $F_y(\Theta)$  ფუნქციები აკმაყოფილებენ პირობებს:

$$F_x(0) = F_y(0) = 0, \\ \lim_{\Theta \rightarrow \infty} F_x(\Theta) = \lim_{\Theta \rightarrow \infty} F_y(\Theta) = 1.$$

ამ შემთხვევაში  $Y$  დატვირთვის ვუწოდოთ ფორსირებული  $X$ -ის მიმართ და ეს ჩავწეროთ შემდეგი უტოლობის სახით:

$$Y > X. \quad (1.2)$$

(1.1) პირობის შესრულებას ვუწოდებთ «ფორსირების პრინციპს».

ვთქვათ  $t$  არის დროის ის მონაკვეთი, რომლის განმავლობაშიც მიიღწევა მტყუნობის ალბათობის რაიმე  $Q$  მნიშვნელობა  $Y$  რეჟიმში.  $\tau$  იყოს შესაბამისი დრო  $X$  რეჟიმში. (ნახ. 1.1). ასეთ შემთხვევაში ცხადია, რომ  $t$ -ს ყოველ მინშვნელობას შეგვიძლია შევუსაბამოთ ისეთი  $\tau$  დროის მნიშვნელობა, რომელიც განისაზღვრება ფუნქციით

$$\tau = g(t), \quad (1.3)$$

და აკმაყოფილებს ტოლობას:

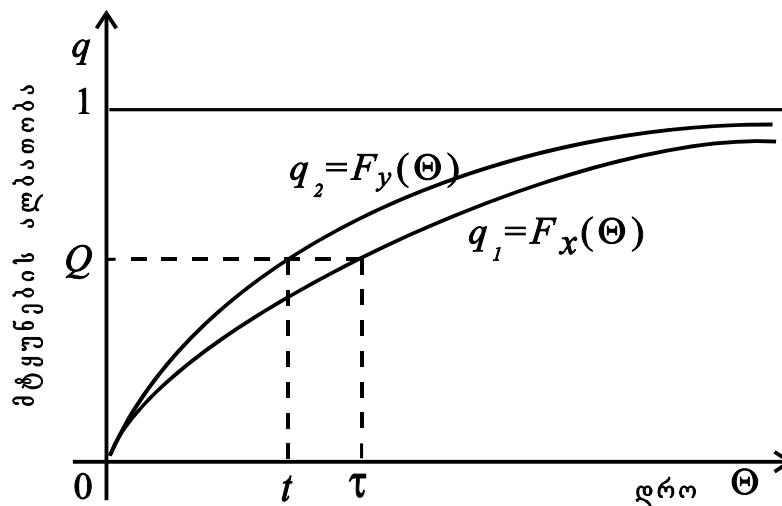
$$F_y(t) = F_x(g(t)). \quad (1.4)$$

ასეთი სახით შემოყვანილ ფუნქციას პირობითად ვუწოდოთ «დაჩქარების

ფუნქცია». ის ამყარებს კავშირს ნაკეთობის უმტყუნო მუშაობის დროის განაწილების ინტეგრალურ ფუნქციებს შორის ორ სხვადასხვა რეჟიმში. ცხადია, რომ ფორსირების რეჟიმის პირობებში  $g$  არის  $t$  არგუმენტის არაკლებადი ფუნქცია, რომელიც აკმაყოფილებს პირობებს:

$$g(0) = 0 \text{ და } \lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = \infty.$$

ფორსირებული გამოცდების ამოცანას წარმოადგენს ელემენტის უმტყუნო მუშაობის დროის განაწილების  $F_x(\Theta)$  ინტეგრალური ფუნქციის პოვნა ცნობილი  $F_y(\Theta)$  ფუნქციის საშუალებით. კერძო შემთხვევაში ფორსირებული გამოცდების ამოცანად შეიძლება მივიღოთ  $F_x(\Theta)$  განაწილების რაიმე რიცხობრივი მახასიათებლების (მაგალითად უმტყუნო მუშაობის საშუალო დროის) პოვნა  $F_y(\Theta)$  განაწილების კანონის ცნობილი რიცხვითი მახასიათებლების საშუალებით.



ნახ. 1.1 ნაკეთობის უმტყუნო მუშაობის დროის განაწილების ფუნქციები  $X$  და  $Y$  დატვირთვაზე

ცხადია, რომ ასეთი მიდგომის შემდეგ ფორსირებული გამოცდების ამოცანათა პრობლემა ადვილად შეიძლება დავიყვანოთ  $g$  დაჩქარების ფუნქციის განსაზღვრამდე.

## 2 დაჩქარების ფუნქცია ზოგიერთი განაწილებისათვის

შევეცადოთ განვსაზღვროთ დაჩქარების ფუნქცია იმ შემთხვევებისთვის, როდესაც  $F_x(\Theta)$  და  $F_y(\Theta)$  აღწერენ ერთსა და იმავე განაწილების კანონებს, რომლებიც განსხვავდებიან მხოლოდ პარამეტრებით. შევთანხმდეთ, რომ ამ პარამეტრებს მივაკუთვნოთ ინდექსები  $x$  და  $y$  შესაბამისად  $X$  და  $Y$  დატვირთვისათვის.

### 1. ვეიბულის განაწილება (Weibull distribution)

ამ შემთხვევაში განაწილების  $F_x(\Theta)$  და  $F_y(\Theta)$  ინტეგრალურ ფუნქციებს  $X$  და  $Y$  რეჟიმებისთვის აქვს სახე:

$$\left. \begin{aligned} F_x(\Theta) &= 1 - \exp\left(-\frac{\Theta^{\alpha_x}}{\beta_x}\right) \\ F_y(\Theta) &= 1 - \exp\left(-\frac{\Theta^{\alpha_y}}{\beta_y}\right) \end{aligned} \right\}, \quad (2.1)$$

სადაც  $\alpha_x, \alpha_y$  და  $\beta_x, \beta_y$  ფორმისა და მასშტაბის პარამეტრებია შესაბამისად  $X$  და  $Y$  რეჟიმის პირობებში.

დაჩქარების ფუნქცია განისაზღვრება (1.4) თანაფარდობის საფუძველზე:

$$F_x(\tau) = F_y(t),$$

საიდანაც

$$\tau = g(t) = \left(\frac{\beta_x}{\beta_y}\right)^{\frac{1}{\alpha_x}} \cdot t^{\frac{\alpha_y}{\alpha_x}}. \quad (2.2)$$

ექსპონენციალური კანონის შემთხვევაში, როცა  $\alpha_x = \alpha_y = 1$ , უკანასკნელი ტოლობა დებულობს სახეს:

$$\tau = g(t) = \frac{\beta_x}{\beta_y} \cdot t. \quad (2.3)$$

როცა  $\alpha_x = \alpha_y = 2$ , (რელეის კანონი, Rayleigh distribution law), მიიღება:

$$\tau = g(t) = \sqrt{\frac{\beta_x}{\beta_y}} \cdot t. \quad (2.3)$$

## 2. ლოგარითმულად ნორმალური განაწილება

ამ შემთხვევაში უმტყუნო მუშაობის  $t$  დროის ათობითი ლოგარითმი განაწილებულია ნორმალურად, ანუ გაუსის განაწილებით.  $F_x(\Theta)$  და  $F_y(\Theta)$  ფუნქციები შესაბამისი დატვირთვისათვის შეგვიძლია ჩავწეროთ შემდეგი სახით:

$$\left. \begin{aligned} F_x(\Theta) &= \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{U_x} \exp\left(-\frac{Z^2}{2}\right) dZ \\ F_y(\Theta) &= \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{U_y} \exp\left(-\frac{Z^2}{2}\right) dZ \end{aligned} \right\}, \quad (2.5)$$

სადაც

$$\left. \begin{aligned} U_x &= \frac{\lg \Theta - \lg a_x}{\sigma_x} \\ U_y &= \frac{\lg \Theta - \lg a_y}{\sigma_y} \end{aligned} \right\}. \quad (2.6)$$

ამ თანაფარდობებში  $\alpha_x, \alpha_y$  და  $\sigma_x, \sigma_y$  ლოგარითმულად ნორმალური განაწილების პარამეტრებია. კერძოდ კი  $\lg a_x$  და  $\lg a_y$  წარმოადგენს ნაკვეთობის უმტყუნო მუშაობის დროის ათობითი ლოგარითმის მათემატიკურ ლოდინებს, შესაბამისად  $X$  და  $Y$  დატვირთვისას, ხოლო  $\sigma_x$  და  $\sigma_y$  ამ სიდიდეთა საშუალო კვადრატული გადახრებია იმავე პირობებში.

(1.4) განტოლების საფუძველზე:

$$U_x(\tau) = U_y(t),$$

აქედან დაჩქარების ფუნქციისათვის:

$$\tau = g(t) = \frac{\alpha_x}{(\alpha_y)^{\sigma_x/\sigma_y}} \cdot t^{\sigma_x/\sigma_y}. \quad (2.7)$$

კერძო შემთხვევაში, როცა  $\sigma_x = \sigma_y$ ,

$$\tau = g(t) = \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \cdot t. \quad (2.8)$$

ზემოთ მოყვანილი (2.3), (2.4) და (2.8) თანაფარდობებიდან გამოდის, რომ განსაზღვრული პირობების შესრულებისას დაჩქარების ფუნქცია წრფივია, ე.ი. წარმოდგენილი შეიძლება იყოს  $g(t) = c \cdot t$  სახით, სადაც  $c$  რაღაც მუდმივია, რომელიც დამოკიდებულია მხოლოდ ნაკეთობის უმტყუნო მუშაობის დროის განაწილების კანონებზე  $X$  და  $Y$  დატვირთვის პირობებში.

### 3 დაჩქარების წრფივი ფუნქციის თვისებები

ზემოთ განხილული მაგალითები დაჩქარების ფუნქციისათვის გვიჩვენებენ, რომ ნაკეთობის უმტყუნო მუშაობის განაწილების კანონის ტიპის შენარჩუნება არ არის საკმარისი პირობა დაჩქარების ფუნქციის წრფივობისათვის. თუმცა შეგვიძლია ვთქვათ, რომ თუ ეს ფუნქცია წრფივია, განაწილების კანონის ტიპი უცვლელი რჩება  $X$  და  $Y$  რეჟიმში.

მართლაც, ვთქვათ დაჩქარების ფუნქცია წრფივია ე.ი.  $g(t) = c \cdot t$ . მაშინ განაწილების  $F_y(\Theta)$  ინტეგრალური ფუნქციისათვის შეგვიძლია დავწეროთ:

$$F_y(\Theta) = F_x(c \cdot \Theta).$$

აქედან ცხადია, რომ  $F_x(\Theta)$  და  $F_y(\Theta) = F_x(c \cdot \Theta)$  ფუნქციები აღწერს ერთისა და იმავე ტიპის განაწილებებს.

წრფივი მოდელის შემთხვევაში არსებობს საკმარისად მარტივი დამოკიდებულებანი  $F_x(\Theta)$  და  $F_y(\Theta)$  განაწილებათა მომენტებს შორის.

მართლაც, დაჩქარების ნებისმიერი სახის ფუნქციის დროს გვაქვს:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_x^{(k)} &= \int_0^{\infty} \Theta^k dF_x(\Theta) \\ \alpha_y^{(k)} &= \int_0^{\infty} \Theta^k dF_y(\Theta) = \int_0^{\infty} \Theta^k dF_x(g(\Theta)) \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

$$\left. \begin{aligned} \mu_x^{(k)} &= \int_0^{\infty} (\Theta - \alpha_x^{(1)})^k dF_x(\Theta) \\ \mu_y^{(k)} &= \int_0^{\infty} (\Theta - \alpha_y^{(1)})^k dF_y(\Theta) = \int_0^{\infty} (\Theta - \alpha_y^{(1)})^k dF_x(g(\Theta)) \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

აქ  $\alpha_x^{(k)}$ ,  $\alpha_y^{(k)}$  და  $\mu_x^{(k)}$ ,  $\mu_y^{(k)}$  არის  $F_x(\Theta)$  და  $F_y(\Theta)$  განაწილებების  $k$  რიგის საწყისი და ცენტრალური მომენტები. როდესაც დაჩქარების ფუნქცია წრფივია, უკანასკნელი ტოლობებიდან მივიღებთ:

$$\frac{\alpha_x^{(k)}}{\alpha_y^{(k)}} = \frac{\mu_x^{(k)}}{\mu_y^{(k)}} = c^k = \left(\frac{\tau}{t}\right)^k. \quad (3.3)$$

ამგვარად, ცხადი ხდება, რომ წრფივი მოდელის შემთხვევაში ფორსირებული გამოცდების პრობლემა დაიყვანება ერთადერთი  $c$  კოეფიციენტის განსაზღვრამდე.

#### 4 ფორსირებული გამოცდები დაჩქარების ფუნქციის წრფივობისას

ფორსირებული გამოცდების გადაჭრის პრობლემას დაჩქარების ფუნქციის წრფივობისას შეიძლება მივუდგეთ შემდეგნაირად.

ექსპერიმენტისათვის აიღება  $n$  რაოდენობის ნაკეთობათა ორი ანარჩევი და გამოიცდება: პირველი მათგანი  $X$  დატვირთვაზე  $m$  ( $m < n$ ) რაოდენობის მტყუნების მოხდენამდე; მეორე ანარჩევი კი  $Y$  ( $Y > X$ ) დატვირთვაზე ყველა  $n$  ნაკეთობის მტყუნებამდე. ამ გამოცდების შედეგად მიღებული ინფორმაცია შეგვიძლია წარმოვალგინოთ ორი ვარიაციული მწკრივით

$$\left. \begin{array}{l} \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m \\ t_1, t_2, \dots, t_m, t_{m+1}, \dots, t_n \end{array} \right\}.$$

მათი ნებისმიერი  $j$ -ური წევრი წარმოადგენს  $j$ -ური მტყუნების მომენტს შესაბამისად  $X$  და  $Y$  დატვირთვებისას. თითოეული ამ ხდომილების დროს მტყუნების ალბათობა იზრდება ნახტომისებურად  $\frac{1}{n}$  სიდიდით.

$c$  კოეფიციენტის ჭეშმარიტი, თეორიული მნიშვნელობა წარმოადგენს იმ  $\tau$  და  $t$  სიდიდეების ფარდობას, რომლებიც არის ტოლ ალბათობათა შესაბამისი კვანტილები  $X$  და  $Y$  დატვირთვის დროს. ექსპერიმენტის შედეგად კი  $c$  სიდიდე შეგვიძლია შევაფასოთ  $(\tau_m, t_m)$  მნიშვნელობათა წყვილით, რომლებიც შეესაბამება ერთსა და იმავე  $Q = \frac{m}{n}$  მტყუნების ალბათობას. რადგანაც  $Q$  ალბათობის შესაბამისი  $\tau_m$  და  $t_m$  ემპირიული კვანტილები წარმოადგენს შემთხვევით სიდიდეებს, ამიტომ  $c$  კოეფიციენტის

$$\hat{c} = \frac{\tau_m}{t_m} \quad (4.1)$$

შეფასებაც აღმოჩნდება შემთხვევითი სიდიდე. ამის გამო წამოიჭრება ამოცანა იმ  $c_+$  ზედა და  $c_-$  ქვედა საზღვრების მითითებისა, რომელთა შორის, განსაზღვრული  $\gamma$  ნდობის ალბათობით, მოთავსებულია  $c$  კოეფიციენტის ჭეშმარიტი მნიშვნელობა. ამისათვის საჭიროა ვიცოდეთ  $\tau_m$  და  $t_m$  შემთხვევით სიდიდეთა განაწილებები.

ემპირიული კვანტილების შესახებ ზღვრული თეორემიდან გამომდინარე,  $\tau_m$  და  $t_m$  შემთხვევით სიდიდეთა შესახებ შეიძლება ვთქვათ, რომ საკმარისად ზოგადი დაშვებისას  $F_x(\Theta)$  და  $F_y(\Theta)$  განაწილებების ინტეგრალური ფუნქციების მიმართ, ისინი განაწილებული არის ასიმპტოტურად ნორმალურად და მათი მათემატიკური ლოდინებია  $M[\tau_m]$  და  $M[t_m]$ . (ეს სიდიდეები წარმოადგენს  $Q = \frac{m}{n}$  ალბათობის შესაბამის კვანტილთა ჭეშმარიტ მნიშვნელობებს). რაც შეეხება  $\sigma_x$  და  $\sigma_y$  საშუალო კვადრატულ გადახრებს,  $n \rightarrow \infty$  პირობებში ისინი განისაზღვრება ცნობილი ფორმულებით ემპირიული კვანტილებისათვის [1]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{\sqrt{F_x(\tau_m) \cdot [1 - F_x(\tau_m)]}}{\sqrt{n \cdot F'_x(\tau_m)}} \\ \sigma_y &= \frac{\sqrt{F_y(t_m) \cdot [1 - F_y(t_m)]}}{\sqrt{n \cdot F'_y(t_m)}} \end{aligned} \right\}, \quad (4.2)$$

სადაც  $F'$  სიმბოლოთი  $F$  ფუნქციის წარმოებულა ადნიშნული. სხვაგვარად რომ ვთქვათ, როცა  $n \rightarrow \infty$ ,

$$\left. \begin{aligned} \text{Prob} \left\{ \frac{|\tau_m - M[\tau_m]|}{\sigma_x} \leq Z \right\} &= 2\Phi(Z) \\ \text{Prob} \left\{ \frac{|t_m - M[t_m]|}{\sigma_y} \leq Z \right\} &= 2\Phi(Z) \end{aligned} \right\}, \quad (4.3)$$

სადაც  $\Phi(Z)$  - ლაპლასის ფუნქციაა:

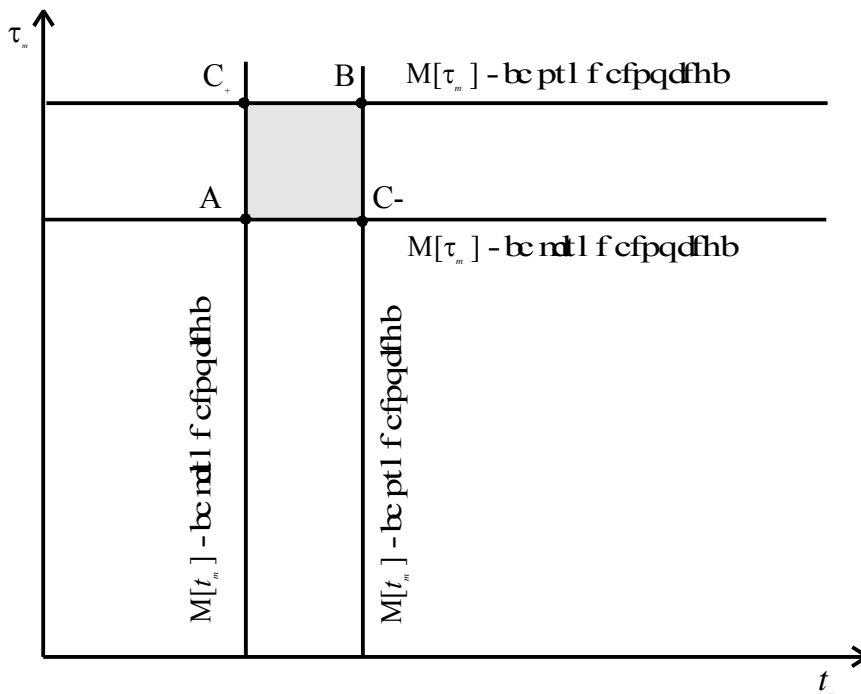
$$\Phi(Z) = \int_0^Z \exp\left(-\frac{S^2}{2}\right) dS. \quad (4.4)$$

ამგვარად  $\gamma'$  ნდობის დონით შეგვიძლია დავწეროთ, რომ

$$\left. \begin{aligned} \tau_m - \sigma_x Z_{\gamma'} \leq M[\tau_m] \leq \tau_m + \sigma_x Z_{\gamma'} \\ t_m - \sigma_y Z_{\gamma'} \leq M[t_m] \leq t_m + \sigma_y Z_{\gamma'} \end{aligned} \right\}, \quad (4.5)$$

სადაც  $Z_{\gamma'}$  არის შემდეგი განტოლების ამონახსნი:

$$2\Phi(Z_{\gamma'}) = \gamma'. \quad (4.5)$$



ნახ. 4.1. (4.5) თანაფარდობის გრაფიკული ინტერპრეტაცია

ნახ. 4.1-ზე მოცემულია (4.5) თანაფარდობის გრაფიკული ინტერპრეტაცია, საიდანაც ჩანს, რომ  $(M[t_m], M[\tau_m])$  არაშემთხვევითი წერტილის  $AC_+BC_-$  შემთხვევით მართკუთხედში მოხვედრის ალბათობა  $(\gamma')^2$  სიდიდის ტოლია. აქედან გამომდინარე,

ასეთივე  $(\gamma')^2 = \gamma$  ალბათობით  $c = \frac{M[\tau_m]}{M[t_m]}$  სიდიდე იქნება მოთავსებული საზღვრებში  $c_-$ -დან  $c_+$ -მდე, სადაც

$$\left. \begin{aligned} c_- &= \frac{\tau_m - \sigma_x Z_{\gamma'}}{\tau_m + \sigma_x Z_{\gamma'}} \\ c_+ &= \frac{\tau_m + \sigma_x Z_{\gamma'}}{t_m - \sigma_y Z_{\gamma'}} \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

წინასწარ მოცემული  $\gamma$  ნდობის დონით შეგვიძლია ვიპოვოთ  $\gamma'$  სიდიდეც როგორც  $\sqrt{\gamma}$ . თუმცა (4.7) თანაფარდობების გამოყენება მაინც გაძნელებულია, რადგანაც  $\sigma_x$  და  $\sigma_y$  სიდიდეების განმსაზღვრელ (4.2) ფორმულებში შედის უცნობი  $F_x(\Theta)$  განაწილების ინტეგრალური ფუნქცია, რომლის მოძებნა თავად წარმოადგენს ფორსირებული გამოცდების პრობლემას. რაც შეეხება  $F_y(\Theta)$  ფუნქციას, რომელიც ასევე შედის (4.2) ფორმულაში, ის შეიძლება შევაფასოთ ექსპერიმენტულად ჰიპოთეზათა შემოწმების კლასიკური მეთოდით.

ამ გართულებული სიტუაციიდან გამოსავალი მდგომარეობს იმ ცნობილ ფაქტში, რომ ყველა უწყვეტი განაწილება ალბათობათა მცირე მნიშვნელობისათვის შეიძლება აპროქსიმირებული იქნას ექსპონენციალური კანონით. კერძოდ ასეთი აპროქსიმაცია მისაღებია  $F_x(\Theta)$  ფუნქციისათვის, რომელიც  $\Theta = \tau_m$  არგუმენტისათვის ღებულობს  $Q = \frac{m}{n} \ll 1$  მნიშვნელობას. მით უფრო მიზანშეწონილი იქნება მისი გამოყენება  $F_y(\Theta)$  ფუნქციისათვის, რადგან  $\tau_m < t_m$ .

ამიტომ საჭიროა დავუშვათ, რომ

$$\left. \begin{aligned} F_x(\tau_m) &= 1 - \exp(-\lambda_x \cdot \tau_m) \\ F'_x(\tau_m) &= \lambda_x \exp(-\lambda_x \cdot \tau_m) \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

$$\left. \begin{aligned} F_y(t_m) &= 1 - \exp(-\lambda_y \cdot t_m) \\ F'_y(t_m) &= \lambda_y \exp(-\lambda_y \cdot t_m) \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

სადაც  $\lambda_x$  და  $\lambda_y$  განისაზღვრება შემდეგი თანაფარდობებით:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_x &= \frac{m}{n \cdot \tau_m} \\ \lambda_y &= \frac{m}{n \cdot t_m} \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

უკანასკნელი ტოლობების გათვალისწინებით (4.2) ფორმულიდან მივიღებთ:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &\approx \frac{\tau_m}{\sqrt{m}} \\ \sigma_y &= \frac{t_m}{\sqrt{m}} \end{aligned} \right\} \quad (4.10')$$

(4.2') მნიშვნელობების (4.7)-ში ჩასმა გვამღევს:

$$\left. \begin{aligned} c_- &= \hat{c} \cdot f(m, \gamma) \\ c_+ &= \hat{c} / f(m, \gamma) \end{aligned} \right\} \quad (4.7')$$

სადაც

$$f(m, \gamma) = \frac{\sqrt{m} - Z_{\sqrt{\gamma}}}{\sqrt{m} + Z_{\sqrt{\gamma}}} \tag{4.11}$$

უკანასკნელი ფორმულის მნიშვნელობები  $\gamma = 0.80, 0.90, 0.95, 0.99$  ნდობის დონის გამოყენებისას  $m$  სიდიდის ზოგიერთი მნიშვნელობებისათვის მოტანილია 4.1 ცხრილში.

ცხრილი 4.1  $f(m, \gamma)$  სიდიდის მნიშვნელობები.

$\gamma$	0.80	0.90	0.95	0.99
$Z_{\sqrt{\gamma}}$	1.62	1.95	2.24	2.81
$m \backslash f(m, \gamma)$	$\frac{\sqrt{m} - Z_{\sqrt{\gamma}}}{\sqrt{m} + Z_{\sqrt{\gamma}}}$			
5	0.160	0.068		
10	0.322	0.237	0.171	0.159
15	0.410	0.330	0.267	0.159
20	0.468	0.392	0.332	0.228
25	0.510	0.439	0.381	0.280
30	0.543	0.475	0.419	0.419
35	0.570	0.504	0.451	0.322
40	0.592	0.529	0.477	0.356
50	0.627	0.568	0.519	0.385
60	0.644	0.598	0.551	0.431
70	0.676	0.622	0.578	0.468
80	0.693	0.642	0.599	0.497
90	0.708	0.659	0.618	0.543
100	0.721	0.674	0.634	0.561
200	0.794	0.758	0.726	0.668
300	0.829	0.798	0.771	0.721
400	0.850	0.822	0.798	0.754
500	0.856	0.840	0.818	0.777
600	0.876	0.852	0.832	0.794
700	0.885	0.863	0.844	0.808

### 5 დაჩქარების ფუნქციის წრფივობის კრიტერიუმი

იმის გამო, რომ ფორსირებული გამოცდების პრობლემა არსებითად მარტივდება წრფივი მოდელის შემთხვევაში, მნიშვნელოვან ამოცანას წარმოადგენს დაჩქარების ფუნქციის წრფივობის კრიტერიუმის დადგენა.

ამისათვის წინასწარ განვიხილოთ ნ.მ. სედიაკინის ფიზიკური საიმედოობის პრინციპი [2], ოღონდ წინასწარ მივკეთ მას ჩვენთვის სასურველი ფორმა.

ვთქვათ სათანადო ექსპერიმენტის შედეგად ნაპოვნია უმტყუნო მუშაობის დროის განაწილების  $F_x(\Theta)$  და  $F_y(\Theta)$  ფუნქციები  $X$  და  $Y (Y > X)$  რეჟიმში (ნახ. 1.1). ამასთან დავუშვათ, რომ ტარდება კიდევ ერთი ექსპერიმენტი შემდეგი სახის: ნაკეთობათა ანარჩევი გამოიცდება ჯერ  $X$  რეჟიმში განსაზღვრული  $\Theta_1$  დროის განმავლობაში შემდეგ კი გადაჰყავთ  $Y$  დატვირთვაზე.



აღნიშნოთ  $F_{xy}(\Theta/\Theta_1)$ -ით უმტყუნო მუშაობის დროის განაწილების ფუნქცია ამ პირობებში. ცხადია, რომ

$$F_{xy}(\Theta/\Theta_1) = \begin{cases} F_x(\Theta), & \text{h j wf } \Theta \leq \Theta_1 \\ F_{\Theta_1}(\Theta), & \text{h j wf } \Theta > \Theta_1 \end{cases} \quad (5.1)$$

სადაც  $F_{\Theta_1}(\Theta)$  ფუნქციის სახე საზოგადოდ ცნობილი არ არის.

$F_{\Theta_1}(\Theta)$  ფუნქციის სახის დადგენა ექსპერიმენტის გზით მოითხოვს დიდ სტატისტიკას, რადგან ის ორ  $\Theta$  და  $\Theta_1$  ცვლადზეა დამოკიდებული, თეორიულ ასპექტში კი მიზანშეწონილია შემდეგი მტკიცებულების პოსტულირება.

ა) ელემენტის მუშაობა  $X$  რეჟიმში არ ცვლის მისი საიმედოობის კანონს  $Y$  რეჟიმისათვის, სხვაგვარად რომ ვთქვათ,  $F_{\Theta_1}(\Theta)$  მრუდი წარმოადგენს  $F_y(\Theta)$  მრუდის ნაწილს;

ბ) ყველა  $\Theta > \Theta_1$  -სათვის

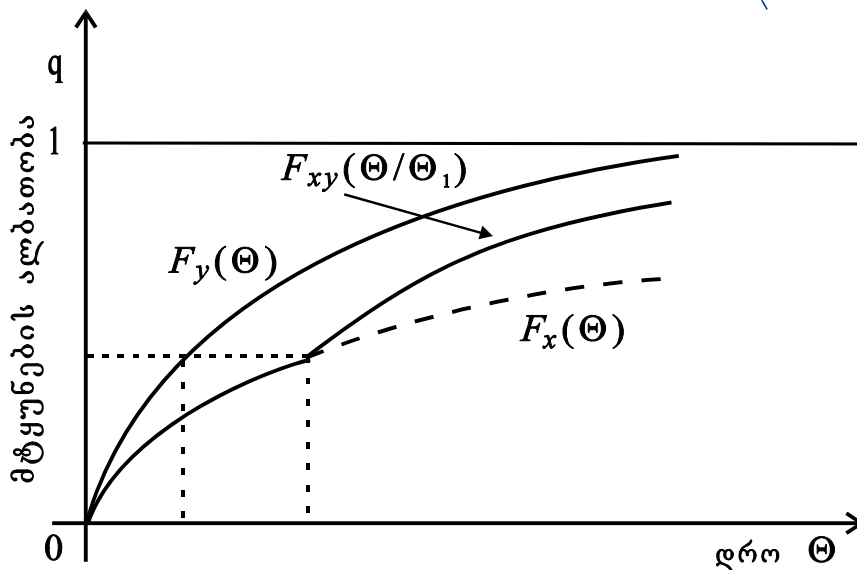
$$F_{\Theta_1}(\Theta) = F_y(\Theta + \Theta_1^* - \Theta_1), \quad (5.2)$$

სადაც  $\Theta_1^*$  აკმაყოფილებს განტოლებას:

$$F_y(\Theta_1^*) = F_x(\Theta_1) = Q_1. \quad (5.2)$$

დაჩქარების ფუნქციის (1.4) განმარტების საფუძველზე (5.3) ტოლობა ეკვივალენტურია შემდეგი თანაფარდობის:

$$\Theta_1 = g(\Theta_1^*). \quad (5.3)$$



ნახ. 5.1 სედიაკინის პრინციპის გრაფიკული წარმოდგენა

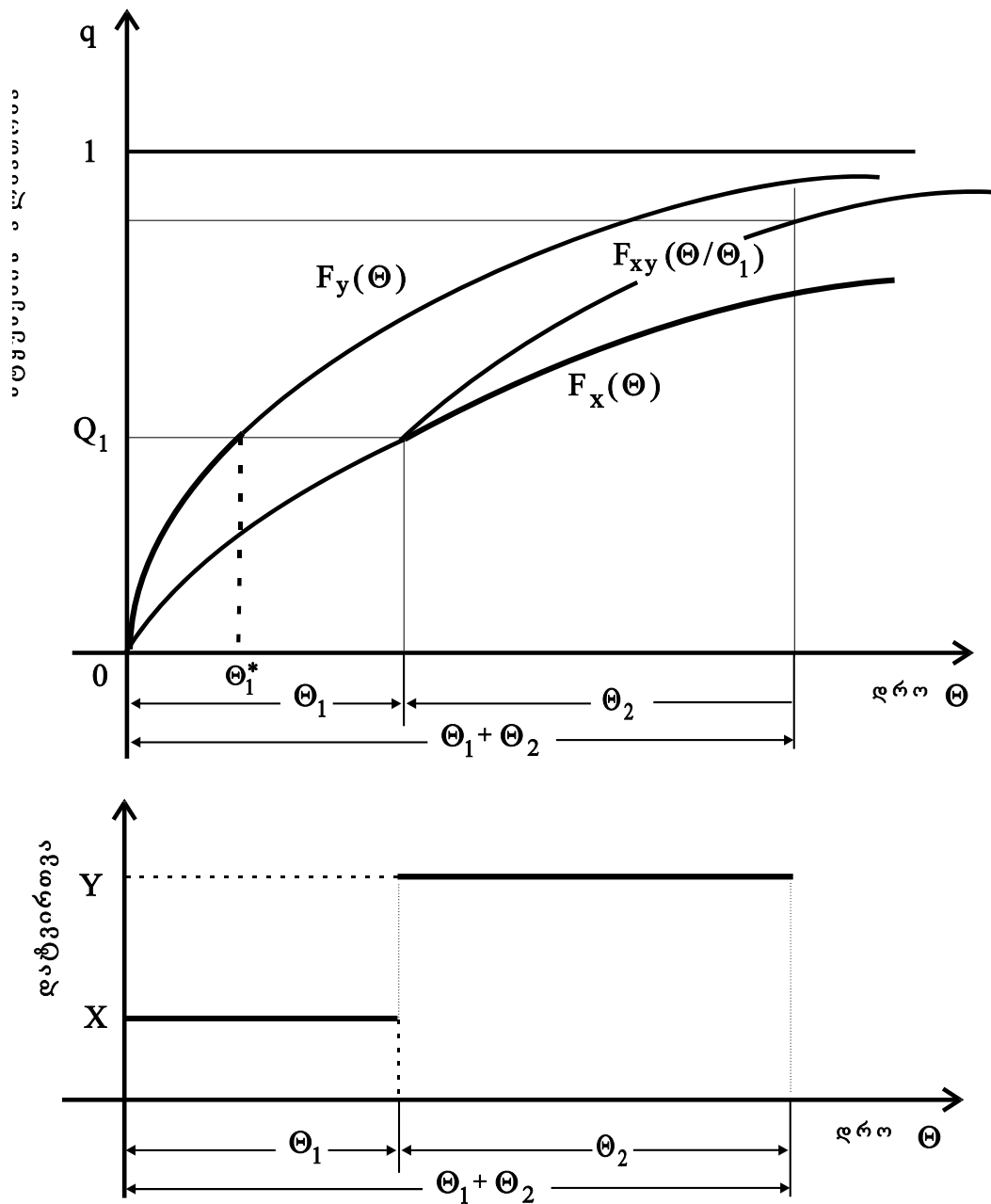
ამ მტკიცებათა შემდეგ (5.1) ტოლობა მიიღებს სახეს

$$F_{xy}(\Theta/\Theta_1) = \begin{cases} F_x(\Theta), & \text{h j wf } \Theta \leq \Theta_1 \\ F_y(\Theta + \Theta_1^* - \Theta_1), & \text{h j wf } \Theta > \Theta_1 \end{cases} \quad (5.1')$$

ეს თანაფარდობა გრაფიკულად წარმოდგენილია ნახ. 5.1-ზე.

(5.1) და (5.4) წარმოადგენს საიმედოობის ფიზიკური პრინციპის მათემატიკურ ჩანაწერს, რომელიც პირველად ჩამოყალიბებული იყო ნ.მ. სედიაკინის მიერ, თუმცა

სრულიად სხვა სახით.



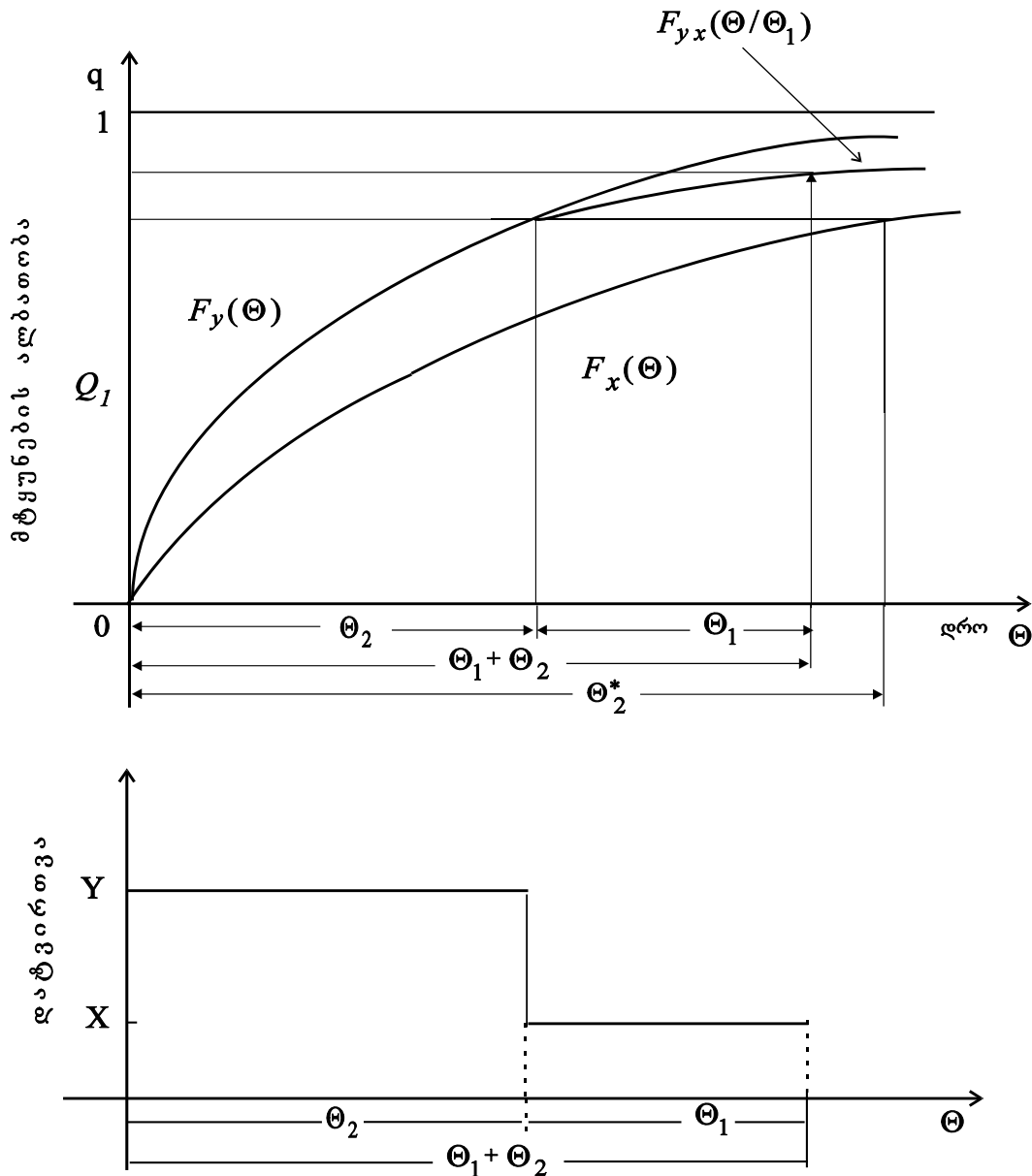
ნახ. 5.2 ნაკეთობათა ანარჩევის გამოცდა თანმიმდევრობით  $X$  და  $Y (Y > X)$  დატვირთვაზე

ვთქვათ ახლა ნაკეთობა ჯერ გამოიცდება  $X$  დატვირთვაზე  $\Theta_1$  დროის განმავლობაში, ხოლო შემდეგ  $Y (Y > X)$  დატვირთვაზე  $\Theta_2$  დროის განმავლობაში. ექსპერიმენტის ბოლოს  $\Theta_1 + \Theta_2$  დროის მომენტისათვის მიიღწევა  $Q_2$  მტყუნების ალბათობა. (ნახ. 5.2).

მეორე შემთხვევაში ნაკეთობა ჯერ გამოიცდება  $Y$  რეჟიმში  $\Theta_2$  დროში, შემდეგ კი  $X$  რეჟიმში  $\Theta_1$  დროის განმავლობაში. ცდის ბოლოს  $\Theta_1 + \Theta_2$  დროის მომენტისათვის მიიღწევა მტყუნების  $Q'_2$  ალბათობა. (ნახ. 5.3)

დავუშვათ აგრეთვე, რომ ძალაშია სედიაკინის ფიზიკური საიმედოობის პრინციპი. მაშინ სამართლიანია

**თეორემა:** იმისათვის, რომ დაჩქარების  $g$  ფუნქცია იყოს წრფივი, აუცილებელი და საკმარისია  $Q_2 = Q'$  პირობის შესრულება.



ნახ. 5.3 ნაკეთობათა ანარჩევის გამოცდა თანამიმდევრობით  $Y$  და  $X$  ( $X < Y$ ) დატვირთვაზე

აუცილებლობის მტკიცება. პირველი ცდისას (5.1') ფორმულის თანახმად უმტყუნო მუშაობის დროის განაწილების ინტეგრალური  $F_{xy}(\Theta/\Theta_1)$  ფუნქციისათვის გვექნება:

$$F_{xy}(\Theta/\Theta_1) = \begin{cases} F_x(\Theta), & \text{h j w f } \Theta \leq \Theta_1 \\ F_y(\Theta + \Theta_1^* - \Theta_1), & \text{h j w f } \Theta > \Theta_1 \end{cases} \quad (5.4)$$

სადაც

$$\Theta_1 = g(\Theta_1^*). \quad (5.5)$$

$Q_2$  ალბათობის მნიშვნელობისათვის გვექნება:

$$Q_2 = F_{xy}(\Theta = \Theta_1 + \Theta_2 / \Theta_1) = F_y(\Theta_1^* + \Theta_2). \quad (5.5)$$

მეორე ცდაში კი  $F_{xy}(\Theta / \Theta_2)$  ინტეგრალური განაწილების ფუნქცია სედიაკინის ამავე პრინციპის თანახმად მოიცემა ფორმულით:

$$F_{yx}(\Theta / \Theta_2) = \begin{cases} F_y(\Theta), & \text{h j wf } \Theta \leq \Theta_2 \\ F_x(\Theta + \Theta_2^* - \Theta_2), & \text{h j wf } \Theta > \Theta_2 \end{cases}, \quad (5.6)$$

სადაც

$$\Theta_2^* = g(\Theta_2). \quad (5.7)$$

შედეგად  $Q_2'$  ალბათობისათვის გვექნება:

$$Q_2' = F_{yx}(\Theta = \Theta_1 + \Theta_2 / \Theta_2) = F_x(\Theta_1 + \Theta_2^*). \quad (5.8)$$

მოცემული პირობის თანახმად კი  $Q_2 = Q_2'$ , ამიტომ:

$$F_y(\Theta_1^* + \Theta_2) = F_x(\Theta_1 + \Theta_2^*). \quad (5.9)$$

აქედან (1.4) დაჩქარების ფუნქციის განმარტების საფუძველზე შეგვიძლია დავწეროთ:

$$\Theta_1 + \Theta_2^* = g(\Theta_1^* + \Theta_2). \quad (5.10)$$

თუ ამ ფორმულის მარცხენა მხარისათვის გავითვალისწინებთ (5.4) და (5.7) თანაფარდობებს მივიღებთ

$$g(\Theta_1^*) + g(\Theta_2) = g(\Theta_1^* + \Theta_2). \quad (5.11)$$

თუ ეს ტოლობა სრულდება ყველა დადებითი  $\Theta_1^*$  და  $\Theta_2$ -თვის, მაშინ აქედან გამოდის, რომ  $g(t)$  დაჩქარების ფუნქცია წრფივია:

$$g(t) = c \cdot t.$$

*ს ა კ მ ა რ ი ს ო ბ ი ს მ ტ კ ი ც ე ბ ა .* თუ  $g(t)$  დაჩქარების ფუნქცია წრფივია, მაშინ  $Q_2$  და  $Q_2'$  ალბათობები ტოლია.

მართლაც, ნაჩვენები იყო რომ

$$Q_2 = F_y(\Theta_1^* + \Theta_2),$$

ხოლო  $Q_2'$  ალბათობისათვის

$$Q_2' = F_x(\Theta_1 + \Theta_2^*).$$

თუ დაჩქარების ფუნქცია წრფივია, მაშინ

$$\Theta_1 = g(\Theta_1^*) = c \cdot \Theta_1^*,$$

$$\Theta_2^* = g(\Theta_2) = c \cdot \Theta_2.$$

აქედან გამომდინარე,

$$Q_2' = F_x(c \cdot \Theta_1^* + c \cdot \Theta_2) = F_x(c \cdot (\Theta_1^* + \Theta_2)) = F_x(g(\Theta_1^* + \Theta_2)).$$

დაჩქარების ფუნქციის განმარტების თანახმად კი

$$F_y(\Theta_1^* + \Theta_2) = F_x(g(\Theta_1^* + \Theta_2)).$$

ამ ტოლობის მარცხენა მხარე ემთხვევა  $Q_2$ -ს, ხოლო მარჯვენა კი  $Q_2'$ -ს, ე.ი.

$$Q_2 = Q_2'. \quad (5.12)$$

*რისი დამტკიცებაც გვინდოდა.*

## 6 მტყუნებათა წრფივი აჯამვის პალმგრენ-მაინერის თანაფარდობა

დავუშვათ, რომ ტარდება ექსპერიმენტი შემდეგი გეგმის მიხედვით:

ნაკეთობა ჯერ გამოიცდება  $X$  რეჟიმში  $\Theta_1$  დროის განმავლობაში, შემდეგ კი გადაიყვანება  $Y$  ( $Y > X$ ) რეჟიმში და გამოიცდება  $\Theta_2$  დროის განმავლობაში.  $\Theta_1$  დროის მომენტისათვის მიიღწევა  $Q_1$  მტყუნების ალბათობა, ექსპერიმენტის ბოლოს კი  $Q_2$  ალბათობა.  $\Theta_1^*$ -ით აღვნიშნოთ დრო, რომლისთვისაც  $Y$  დატვირთვაზე მიიღწეოდა  $Q_1$  მტყუნების ალბათობა, მაშინ  $g$  აჩქარების ფუნქციის განმარტების თანახმად:

$$\Theta_1 = g(\Theta_1^*). \quad (6.1)$$

$\Theta_x^{Q_2}$  იყოს დრო, რომლისთვისაც  $X$  მუდმივ დატვირთვაზე მიიღწეოდა  $Q_2$  მტყუნების ალბათობა, ხოლო  $\Theta_y^{Q_2}$  კი იყოს დრო რომლისთვისაც იგივე ალბათობა მიიღება  $Y$  დატვირთვაზე. მაშინ ცხადია, რომ:

$$\Theta_x^{Q_2} = g(\Theta_y^{Q_2}). \quad (6.2)$$

თუ სედიაკინის საიმედოობის ფიზიკური პრინციპი ძალაშია, გვექნება:

$$\Theta_y^{Q_2} = \Theta_1^* + \Theta_2, \quad (6.3)$$

ამ ტოლობის ორივე მხრიდან ავიღოთ  $g$  ფუნქცია,

$$g(\Theta_y^{Q_2}) = g(\Theta_1^* + \Theta_2). \quad (6.4)$$

(6.2) და (6.3) ფორმულების საფუძველზე გვექნება:

$$\Theta_x^{Q_2} = g(\Theta_y^{Q_2}) = g(\Theta_1^* + \Theta_2). \quad (6.5)$$

გავაკეთოთ მეორე დაშვება იმის შესახებ, რომ  $g(\Theta)$  ფუნქცია წრფივია ე.ი.

$$g(\Theta) = c \cdot \Theta. \quad (6.6)$$

მაშინ ბოლო ტოლობა მიიღებს სახეს

$$\Theta_x^{Q_2} = c \cdot \Theta_y^{Q_2} = c \cdot \Theta_1^* + c \cdot \Theta_2,$$

სადაც

$$c \cdot \Theta_1^* = \Theta_1.$$

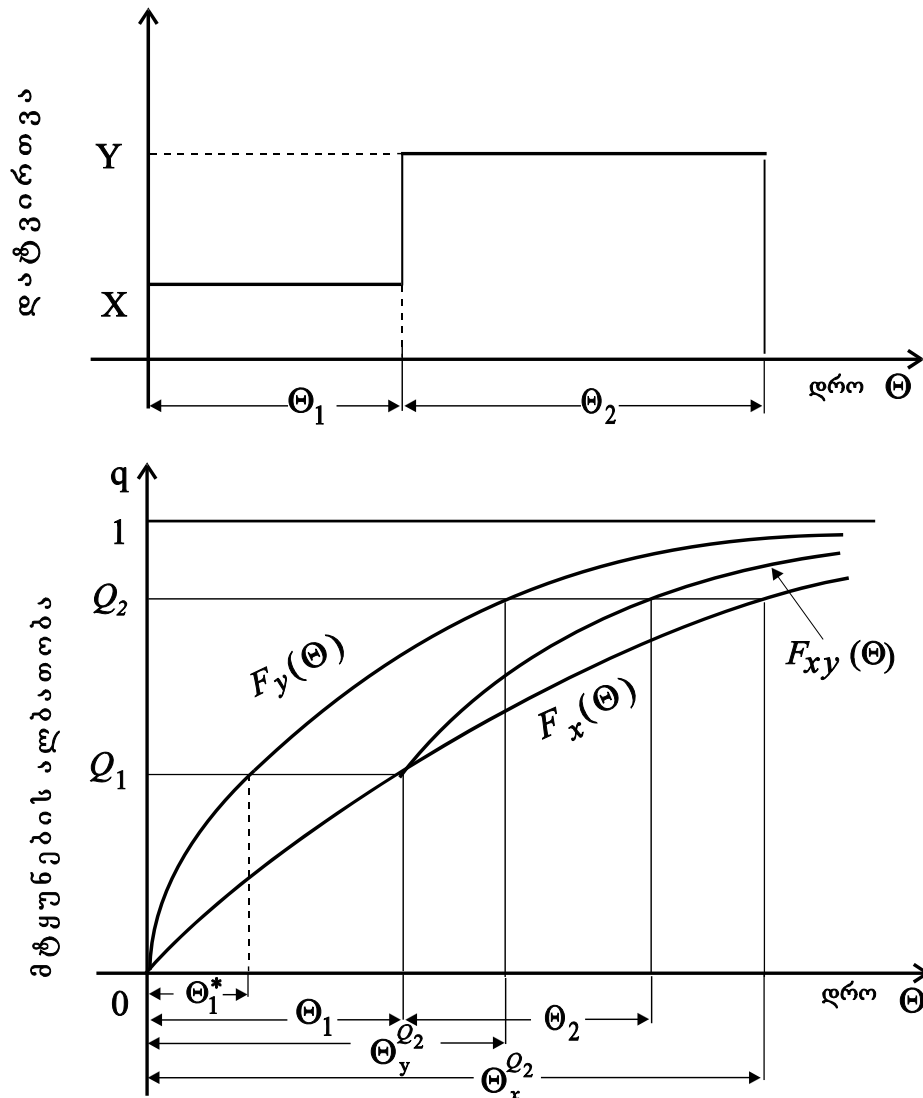
ამიტომ

$$\Theta_x^{Q_2} = c \cdot \Theta_y^{Q_2} = \Theta_1 + c \cdot \Theta_2. \quad (6.7)$$

გავყოთ ორივე მხარე  $\Theta_x^{Q_2}$ -ზე და გავითვალისწინოთ, რომ  $\Theta_x^{Q_2} = c \cdot \Theta_y^{Q_2}$ , მაშინ გვექნება:

$$\frac{\Theta_1}{\Theta_x^{Q_2}} + \frac{\Theta_2}{\Theta_y^{Q_2}} = 1, \quad (6.8)$$

ეს ტოლობა წარმოადგენს მტყუნებათა წრფივი აჯამვის, ანუ მაინერის თანაფარდობას (ნახ. 6.1). 1945 წელს მას პოპულარიზაცია გაუწია მ.ა. მაინერმა [3], თუმცა კიდევ უფრო ადრე, 1924 წელს, ჰიპოთეზის სახით, იგი წამოაყენა ა.გ. პალმგერენმა საკისრების ხანგამძლეობის შესწავლისას [4].



ნახ. 6.1 პალმგრენ-მაინერის ჰიპოთეზის გრაფიკული ინტერპრეტაცია

თუ ცდას რამდენადმე შევცვლით და  $Y$  დატვირთვისას ნაკეთობათა ანარჩევს გამოვცდით არა ფიქსირებულ  $\Theta_2$  დროში, არამედ იმ დრომდე, რომელიც საჭიროა მტყუნების მოსახდენად, მაშინ (6.8)-ში უნდა შევცვალოთ:

$\Theta_2$ - იმ დროის  $T_{yx}(\Theta_1)$  მათემატიკური ლოდინით, რომელშიც ნიმუში გამოიცდება  $Y$  რეჟიმში (თუ მანამდე  $X$  რეჟიმში იგი იმყოფებოდა  $\Theta_1$  დროის განმავლობაში) მტყუნების მოხდენამდე;

$\Theta_x^{\Theta_2}$  - იმ დროის  $T_x$  მათემატიკური ლოდინით, რომელიც წარმოადგენს ნაკეთობის უმტყუნო მუშაობის საშუალო დროს  $X$  ნორმალურ რეჟიმში;

$\Theta_y^{\Theta_2}$  -  $Y$  რეჟიმში ნაკეთობის უმტყუნო მუშაობის დროის  $T_y$  მათემატიკური ლოდინით.

შედეგად მივიღებთ:

$$\frac{\Theta_1}{T_x} + \frac{T_{yx}(\Theta_1)}{T_y} = 1. \tag{6.7}$$

ეს ტოლობა წარმოადგენს ძირითად თანაფარდობას განმსაზღვრელი

ფორსირებული გამოცდებისათვის ე.წ. «მოტეხვის» მეთოდით [5].

### 7 საიმედოობის რესურსის ზოგიერთი თვისება

მაინერის თანაფარდობა ზოგიერთი სხვა შეზღუდვისას შეგვიძლია მივიღოთ ე.წ. საიმედოობის რესურსის თვისებიდან, რომლის ცნებაც პირველად შემოიღო ნ.მ. სედიაკინმა [2]. თუმცა ახლა რესურსის გაგებაში იგულისხმება რამდენადმე სხვა აზრი, მიუხედავად ამისა მიზანშეწონილად მიგვაჩნია შევინარჩუნოთ აქ უფრო ადრინდელი ტერმინოლოგია.

ელემენტის მიერ  $[0, t]$  დროის ინტერვალზე გამომუშავებული საიმედოობის რესურსი  $r(t)$  წარმოადგენს სიდიდეს რომელიც განისაზღვრება თანაფარდობით:

$$r(t) = \int_0^t \lambda(x) dx, \quad (7.1)$$

სადაც  $\lambda(x)$  ელემენტის მტყუნების ინტენსივობაა.

ამ განსაზღვრების თანახმად:

$$r(t) = \sum_{i=1}^n r(t_{i-1}, t_i), \quad (7.2)$$

სადაც

$$r(t_{i-1}, t_i) = \int_{t_{i-1}}^{t_i} \lambda(x) dx, \quad (7.3)$$

შევთანხმდეთ, რომ საიმედოობის სრული მარაგი  $r^*$  ვუწოდოთ ელემენტის მიერ უმტყუნო მუშაობის დროის  $[0, t^*]$  ინტერვალზე გამომუშავებულ მარაგს.

ცხადია, რომ  $r^*$  წარმოადგენს შემთხვევით სიდიდეს. უფრო ზუსტად, სრული მარაგი არის ფუნქცია ელემენტის უმტყუნო მუშაობის დროის  $t^*$  შემთხვევითი სიდიდისა:

$$r^* = \int_0^{t^*} \lambda(x) dx, \quad (7.4)$$

შემოვიტანოთ განხილვაში  $t^*$  შემთხვევითი სიდიდის განაწილების ინტეგრალური ფუნქცია:

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\int_0^t \lambda(x) dx\right]. \quad (7.5)$$

დავუშვათ, რომ  $F(t)$  წარმოადგენს უწყვეტ ფუნქციას. მაშინ, როგორც ცნობილია,  $1 - F(t^*)$  შემთხვევითი სიდიდე იქნება თანაბარი სიმკვრივით განაწილებული  $[0, 1]$  მონაკვეთზე. აქედან გამოდის, რომ საიმედოობის რესურსის  $r^*$  შემთხვევითი სიდიდე, რომელიც გამომუშავდება ელემენტის მიერ მტყუნების მომენტისათვის, განაწილებულია ექსპონენციალურად, რამდენადაც

$$r^* = -\ln[1 - F(t^*)]. \quad (7.6)$$

უფრო სხვა გზით ეს შედეგი მიღებულია [6,7] შრომებში.

ამ მტკიცებულებიდან გამომდინარეობს, რომ ელემენტის მიერ მტყუნების მომენტისათვის გამომუშავებული საიმედოობის რესურსის მათემატიკური ლოდინის მნიშვნელობა შემოსაზღვრულია და ერთის ტოლია:

$$r_0 \equiv M[r^*] \equiv M\left[\int_0^{t^*} \lambda(x)dx\right] = 1. \tag{7.7}$$

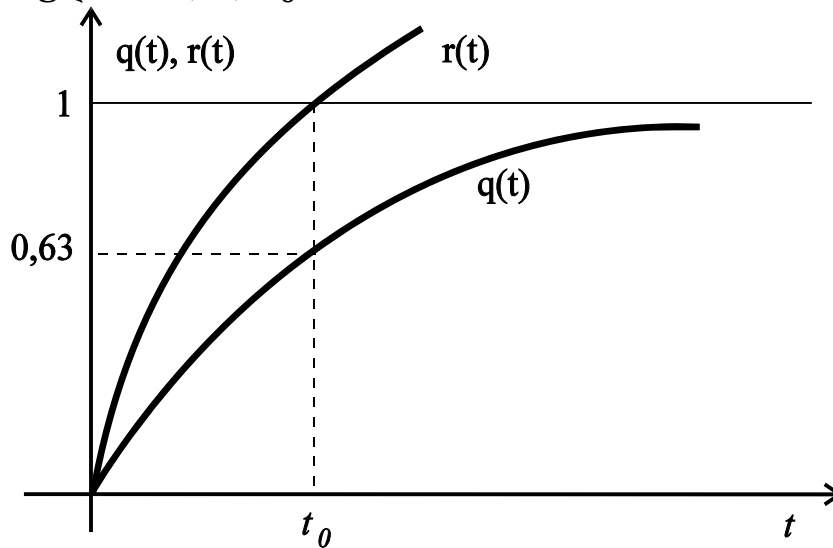
საიმედოობის საშუალო მარაგის გამომუშავების  $t_0$  დრო განისაზღვრება პირობიდან:

$$r(t_0) = 1. \tag{7.8}$$

აქედან გამომდინარე  $t_0$  სიდიდე წარმოადგენს დროის მონაკვეთს, რომლის განმავლობაშიც ელემენტის მტყუნების  $q(t)$  ალბათობა აღწევს მნიშვნელობას:

$$q(t_0) = 1 - \exp[-r(t_0)] = 1 - e^{-1} \approx 0,63. \tag{7.9}$$

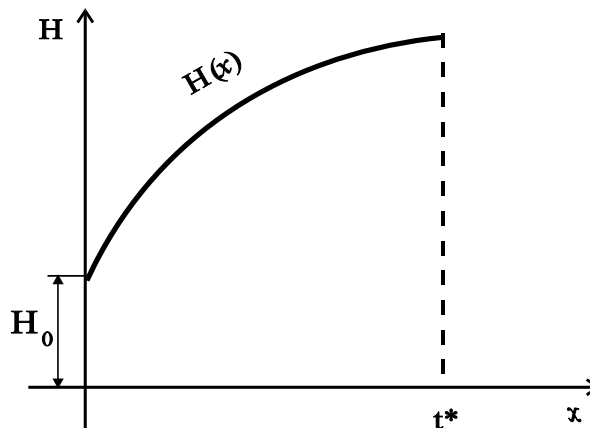
ეს შედეგი ასახულია ნახ (7.1)-ზე.



ნახ. 7.1 საიმედოობის საშუალო რესურსის ცნების გრაფიკული წარმოდგენა

(7.7) თანაფარდობა პირდაპირ კავშირშია აჩქარებული გამოცდების პრობლემასთან.

მართლაც, ვთქვათ ელემენტი განიცდის უწყვეტ ან საფეხურებრივ დატვირთვას. პირველ შემთხვევაში  $H$  დატვირთვა, არის  $x$  დროის მონოტონურად ზრდადი ფუნქცია  $H(x)$ . (ნახ. 7.2).  $t^*$  დროის მომენტი შეესაბამება მტყუნებას, რომელის გაგება წინასწარაა განსაზღვრული.



ნახ. 7.2 უწყვეტი დატვირთვა



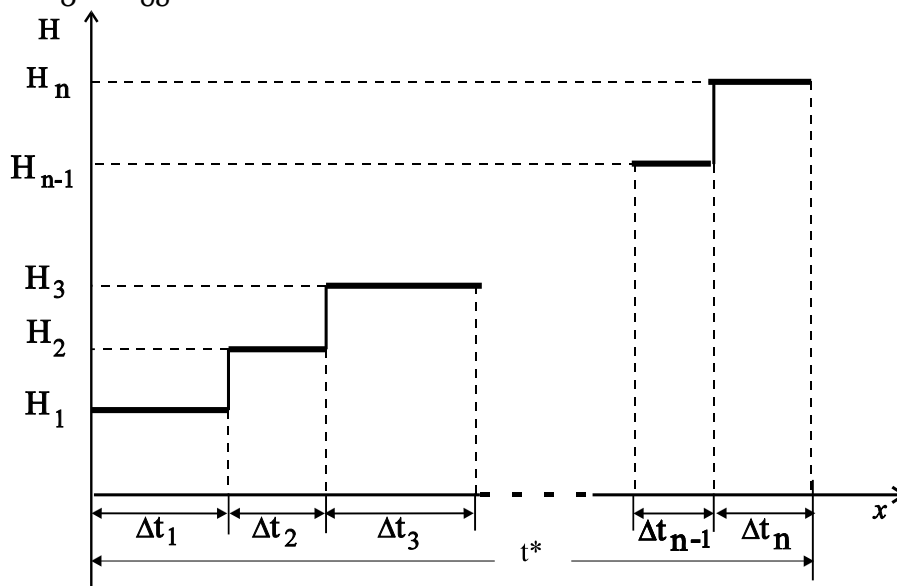
მეორე შემთხვევაში დატვირთვა იცვლება ნახტომისებურად  $\Delta t_i$  დროის ინტერვალში და იღებს  $H_i$  მნიშვნელობებს (ნახ. 7.3).  $n$  ინდექსი მიეწერება დატვირთვის, რომლის დროსაც ხდება მტყუნება. ცხადია, რომ

$$\Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots + \Delta t_{n-1} + \Delta t_n = t^*.$$

$n$  ინდექსი, ისევე როგორც  $\Delta t_n$ , შემთხვევითი სიდიდეებია.

ნაკეთობის უმტყუნო მუშაობის საშუალო დრო ნორმალურ პირობებში (ნომინალური დატვირთვისას) ავლნიშნოთ  $T_p$ -თი. სწორედ საიმედოობის ეს მახასიათებელი გვინდა რომ განვსაზღვროთ ახლა.

შევთანხმდეთ, რომ  $T_i$ -ით ავლნიშნოთ უმტყუნო მუშაობის საშუალო დრო  $H_i$  რეჟიმში საფეხურებიანი დატვირთვისას, ხოლო  $T[H(x)]$  იყოს იგივე სიდიდე  $H = H(x)$  უწყვეტი დატვირთვის რეჟიმში.



ნახ. 7.3 საფეხურებიანი დატვირთვა

თუ დავუშვებთ, რომ თითოეულ ამ რეჟიმში ელემენტის უმტყუნო მუშაობის დრო ექსპონენციალურადაა განაწილებული, მაშინ სამართლიანია შემდეგი თანაფარდობები:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_i &= \frac{1}{T_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \\ \lambda[H(x)] &= \frac{1}{T[H(x)]} \quad (0 \leq x \leq t^*) \end{aligned} \right\} \quad (7.9)$$

თუ გამოვიყენებთ ამ ორი შემთხვევისათვის საიმედოობის მარაგის ადიტიურობის თვისებას და (7.7) გამოსახულებას, მივიღებთ:

$$M \left[ \sum_{i=1}^n \frac{\Delta t_i}{T_i} \right] = 1, \quad (7.10)$$

$$M \left[ \int_0^{t^*} \frac{dx}{T[H(x)]} \right] = 1. \quad (7.10')$$

(7.10) ფორმულა წარმოადგენს მტყუნებათა წრფივი აჯამვის მაინერის

თანაფარდობის მათემატიკურ გამოსახულებას, ხოლო (7.10') - მის ინტეგრალურ განზოგადებას.

## 8 მტყუნებათა წრფივი აჯამვა საიმედოობის ზოგიერთი მოდელისათვის

### 1. პირველი მოდელი

განვიხილოთ შემთხვევა როცა

$$\frac{T_i}{T_p} = \left( \frac{H_p}{H_i} \right)^m, \quad (8.1)$$

სადაც  $m$  რაიმე მუმივია.

ასეთი შედეგი მიღებული იქნა მრავალ გამოკვლევაში. მაგალითად ბურთულოვანი საკისრისათვის  $m = 4$  [8], ქალაქის კონდესატორისათვის  $m = 4 \div 7$  [9,10], ვარვარების გახურებული ძაფისათვის  $m = 20$  [11].

საფეხურებიანი დატვირთვისათვის ადგილი აქვს (7.10) თანაფარდობას. თუ მასში  $\Delta t_i$  დროის ნაცვლად ჩავსვამთ  $H_i$  -ურ დატვირთვაზე უმტყუნო მუშაობის საშუალო დროის  $T_i$  მნიშვნელობას, მაშინ (8.1)-დან, მივიღებთ

$$T_p = M \left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{H_i}{H_p} \right)^m \cdot \Delta t_i \right]. \quad (8.2)$$

შემდგომი მსჯელობისას ჩავთვლით, რომ უწყვეტი დატვირთვის შემთხვევაში  $H$  დატვირთვის  $x$  დროში ცვლილება წარმოებს მუდმივი  $v$  «სიჩქარით» წრფივი კანონის შესაბამისად

$$H(x) = v \cdot x + H_0, \quad (8.3)$$

სადაც  $H_0$  არის საწყისი დატვირთვის მნიშვნელობა. ამის გამო (8.1)-ის საფუძველზე მივიღებთ:

$$\frac{T[H(x)]}{T_p} = \left( \frac{H_p}{v \cdot x + H_0} \right)^m. \quad (8.4)$$

თუ ამ უკანასკნელი თანაფარდობიდან განვსაზღვრავთ  $T[H(x)]$  სიდიდეს და ჩავსვამთ (6.10')-ტოლობაში, მაშინ  $T_p$  უმტყუნო მუშაობის საშუალო დროის განსაზღვრისათვის მივიღებთ:

$$T_p = M \left[ \frac{(vt^* + H_0)^{m+1} - H_0^{m+1}}{(m+1)v \cdot H_p^m} \right]. \quad (8.5)$$

კერძო შემთხვევაში, როცა  $H_0 = 0$ , გვექნება:

$$T_p = \frac{1}{m+1} \cdot \left( \frac{v}{H_p} \right)^m \cdot M[(t^*)^{m+1}]. \quad (8.5')$$

### 2. მეორე მოდელი

განვიხილოთ შემთხვევა, როცა

$$\frac{T_i}{T_p} = \left( \frac{H_p - E}{H_i - E} \right)^m, \quad (8.6)$$

სადაც  $E$  და  $m$  რაიმე მუდმივებია.

ეს მოდელი დამაკმაყოფილებლად ასახავს მრავალი რბილი ლითონის ქცევას

გამმლეობაზე მათი გამოცდის დროს [12]. თუ ჩავატარებთ იგივე პროცედურას, როგორც პირველი მოდელის შემთხვევაში, მაშინ საფეხურებიანი დატვირთვის დროს გვექნება:

$$T_p = M \left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{H_i - E}{H_p - E} \right)^m \cdot \Delta t_i \right]. \quad (8.7)$$

როცა დატვირთვის გაზრდა ხდება უწყვეტად მუდმივი  $v$  «სიჩქარით» და მტყუნება დაიკვირვება დროის  $t^*$  მომენტისათვის, მაშინ  $T_p$  საშუალო დროისთვის გვექნება

$$T_p = M \left[ \frac{(vt^* + H_0 - E)^{m+1} - (H_0 - E)^{m+1}}{(m+1)v \cdot (H_p - E)^m} \right]. \quad (8.8)$$

## 9 უწყვეტი დატვირთვის მეთოდი

ახლა განვიხილოთ აჩქარებული გამოცდების ჩატარების მეთოდიკა საიმედოობის განსაზღვრისათვის უწყვეტი დატვირთვისას, საიმედოობის იმ მოდელისათვის, რომელიც აღიწერება (8.1) ფორმულით.

ამისათვის  $N$  მოცულობის ანარჩევი დაყენდება გამოცდაზე, რომლის დროსაც  $H$  დატვირთვა დროის მიხედვით იზრდება კანონით

$$H(x) = v \cdot x. \quad (9.1)$$

ელემენტის მტყუნების  $t^*$  მომენტი წარმოადგენს შემთხვევით სიდიდეს. გამოცდების შედეგად მიიღება ამ სიდიდის  $N$  მნიშვნელობა

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_N.$$

როგორც წინა პარგრაფში იყო ნაჩვენები, ამ შემთხვევაში

$$\frac{T[H(x)]}{T_p} = \left( \frac{H_p}{v \cdot x} \right)^m, \quad (9.2)$$

$$T_p = \frac{1}{m+1} \cdot \left( \frac{v}{H_p} \right)^m \cdot M[(t^*)^{m+1}]. \quad (9.3)$$

ძირითადი სიძნელე, რომელიც წარმოიშობა ამ ფორმულის გამოყენებისას როგორც გამოსათვლელი ფორმულისა  $T_p$  სიდიდისათვის, მდგომარეობს იმაში, რომ  $m$  სიდიდე არის უცნობი. შეგვიძლია ჩავატაროთ ფორსირებული გამოცდები რამდენიმე ანარჩევისათვის და მიღებული შედეგებით განვსაზღვროთ  $m$ . მაგრამ ამ შემთხვევაში იზრდება მთელი ექსპერიმენტის ხანგრძლივობა და საერთოდ უწყვეტი დატვირთვის რეჟიმის საჭიროებაც იხსნება.

ამის გამო მიზანშეწონილია  $m$  განისაზღვროს იმ სტატისტიკური მონაცემებით, რომელსაც იძლევა ცდა ძირითადი ანარჩევის უწყვეტი დატვირთვისას.

ამ პრობლემის გადაჭრას ეძღვნება შემდგომი მსჯელობა.

(9.2) თანაფარდობა (6.9) დაშვების დროს იცვლება ეკვივალენტური გამოსახულებით:

$$\frac{\lambda[H(x)]}{\lambda_p} = \left( \frac{H_p}{v \cdot x} \right)^m, \quad (9.4)$$

აქედან

$$\lambda[H(x)] = \frac{(m+1) \cdot x^m}{[(m+1) \cdot H_p^m] / (\lambda_p \cdot v^m)}. \tag{9.5}$$

მიღებული გამოსახულება გვაძლევს საშუალებას დავასკვნათ, რომ ექსპერიმენტის აღწერილ პირობებში  $t^*$  შემთხვევითი სიდიდე განაწილებულია ვეიბულის კანონით:

$$F(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x^\alpha}{\beta}\right),$$

რომლის ფორმისა და მასშტაბის პარამეტრებია შესაბამისად

$$\alpha = m + 1 \tag{9.6}$$

და

$$\beta = \frac{(m+1) \cdot H_p^m}{\lambda_p \cdot v^m}. \tag{9.7}$$

მართლაც, თუ რომელიმე შემთხვევითი სიდიდე განაწილებულია ვეიბულის კანონით, მაშინ:

$$\lambda(x) = \frac{\alpha \cdot x^{\alpha-1}}{\beta}. \tag{9.8}$$

ამ ფაქტის დადგენის შემდეგ შეგვიძლია შევუდგეთ  $F_e(x)$  ემპირიული განაწილების ფუნქციის აგებას  $t^*$  შემთხვევითი სიდიდისათვის მისი  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$  რეალიზაციის საშუალებით.

ამისათვის, როგორც ცნობილია [13], განსაზღვრავენ  $x_{\max}$  და  $x_{\min}$  სიდიდეებს და პოულობენ სხვაობას:

$$\Delta = x_{\max} - x_{\min}. \tag{9.9}$$

ამის შემდეგ  $\Delta$  სიდიდეს ყოფენ საკმარისად დიდი  $k$  რაოდენობის ტოლ ნაწილებად, სადაც  $k$  შეიძლება დადგინდეს სტერჯესის (Herbert Sturges, 1882-1958) ფორმულით (Sturge's Rule / Sturge's Formula), რომელსაც ასეთი სახე აქვს [14]:

$$k = 1 + 3,3 \cdot \lg N.$$

მერე ადგენენ სიდიდეს

$$h = \frac{\Delta}{k} \tag{9.10}$$

და განიხილავენ  $k$  წერტილს:

$$\left. \begin{aligned} x'_1 &= x_{\min} + h \\ x'_2 &= x_{\min} + 2h \\ \dots &\dots \dots \dots \\ x'_k &= x_{\min} + kh = x_{\max} \end{aligned} \right\}. \tag{9.11}$$

თუ  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$  მწკრივში  $\eta_i$  წარმოადგენს იმ წევრთა რიცხვს, რომლებიც ნაკლებია ან ტოლია  $x'_i$ -ზე, მაშინ განაწილების ემპირიული ფუნქცია მოიძებნება თანაფარდობით:

$$F_e(x'_i) = \frac{\eta_i}{N} \quad (i = \overline{1, k}). \tag{9.13}$$

$(x', F_e(x'))$  საკოორდინატო სიბრტყეზე ცდის მონაცემთა საშუალებით შეგვიძლია მივიღოთ  $k$  წერტილის ერთობლიობა:

$$(x'_1, F_e(x'_1)), (x'_2, F_e(x'_2)), \dots, (x'_k, F_e(x'_k)).$$

რადგანაც ეს დამოკიდებულება გვინდა წარმოვადგინოთ ვეიბულის კანონით, უმჯობესია გადავიდეთ  $\left( \ln x', \ln \ln \frac{1}{1 - F_e(x')} \right)$  კოორდინატებზე.

აღნიშნულ საკოორდინატო სისტემაზე გვექნება წერტილთა შემდეგი სიმრავლე:

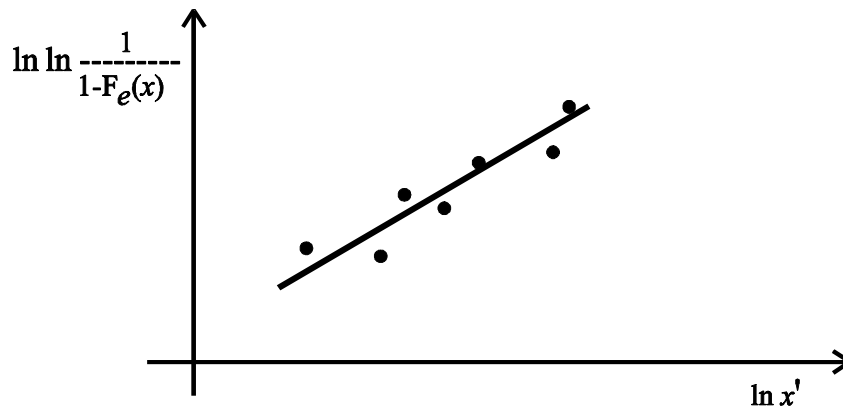
$$\left( \ln x'_1, \ln \ln \frac{1}{1 - F_e(x'_1)} \right), \left( \ln x'_2, \ln \ln \frac{1}{1 - F_e(x'_2)} \right), \dots, \left( \ln x'_k, \ln \ln \frac{1}{1 - F_e(x'_k)} \right). \quad (9.14)$$

ახლა მთავარ მიზანს წარმოადგენს  $\alpha$  და  $\beta$  პარამეტრების შეფასებათა მიღება ვეიბულის განაწილებისათვის, რომელსაც, როგორც ზემოთ იყო ნაჩვენები, ემორჩილება  $t^*$  შემთხვევითი სიდიდე.

ეს ამოცანა ეკვილენტურია იმ მოთხოვნისა, რომ ვიპოვოთ

$$\ln \ln \frac{1}{1 - F_e(x')} = \alpha \cdot \ln x' - \ln \beta$$

წრფის განტოლება, რომელიც საუკეთესოდ ეთანადება ცდის (9.14) მონაცემებს (ნახ. 9.4).



ნახ. 9.4 ცდის მონაცემების გრაფიკული წარმოდგენა

ამ მიზნით შეიძლება  $S$  კრიტერიუმის მინიმიზირება, რომელიც წარმოადგენს  $(\alpha \cdot \ln x'_i - \ln \beta)$  მნიშვნელობიდან  $\left( \ln \ln \frac{1}{1 - F_e(x'_i)} \right)$  სიდიდის გადახრის კვადრატების ჯამს [15]:

$$S = \sum_{i=1}^k \left[ \ln \ln \frac{1}{1 - F_e(x'_i)} - \alpha \cdot \ln x'_i + \ln \beta \right]^2.$$

მინიმუმის პირობა მდგომარეობს შემდეგში:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial \alpha} &= -2 \cdot \sum_{i=1}^k \left[ \ln \ln \frac{1}{1 - F_e(x'_i)} - \alpha \cdot \ln x'_i + \ln \beta \right] \cdot \ln x'_i = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial \beta} &= -2 \cdot \sum_{i=1}^k \left[ \ln \ln \frac{1}{1 - F_e(x'_i)} - \alpha \cdot \ln x'_i + \ln \beta \right] \cdot \frac{1}{\beta} = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (9.15)$$

შედეგად მიიღება ორი წრფივი განტოლება  $\alpha$ -სა და  $\ln \beta$ -ს მიმართ:

$$\left. \begin{aligned} \alpha \cdot \sum_{i=1}^k (\ln x'_i)^2 - \ln \beta \cdot \sum_{i=1}^k \ln x'_i &= \sum_{i=1}^k \ln \ln \frac{1}{1 - F_e(x'_i)} \cdot \ln x'_i \\ \alpha \cdot \sum_{i=1}^k \ln x'_i - k \cdot \ln \beta &= \sum_{i=1}^k \ln \ln \frac{1}{1 - F_e(x'_i)} \end{aligned} \right\} \quad (9.16)$$

ამ სისტემის ამონახსნების მოძებნით გავიგებთ  $\hat{\alpha}$  და  $\ln \hat{\beta}$  სიდიდეებს, რომლებიც წარმოადგენს ვეიბულის განაწილების  $\alpha$  და  $\beta$  პარამეტრების შეფასებებს:

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^k \ln \ln \frac{1}{1 - F_e(x'_i)} \cdot \sum_{i=1}^k \ln x'_i - k \cdot \sum_{i=1}^k \ln \ln \frac{1}{1 - F_e(x'_i)} \cdot \ln x'_i}{\left( \sum_{i=1}^k \ln x'_i \right)^2 - k \cdot \sum_{i=1}^k (\ln x'_i)^2}, \quad (9.17)$$

$$\ln \hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^k \ln \ln \frac{1}{1 - F_e(x'_i)} \cdot \sum_{i=1}^k (\ln x'_i)^2 - \sum_{i=1}^k \ln \ln \frac{1}{1 - F_e(x'_i)} \cdot \ln x'_i \cdot \sum_{i=1}^k \ln x'_i}{\left( \sum_{i=1}^k \ln x'_i \right)^2 - k \cdot \sum_{i=1}^k (\ln x'_i)^2}. \quad (9.18)$$

ჩვენი მიზნისათვის საკვებით საკმარისია ვიპოვოთ მხოლოდ  $\hat{\alpha}$  შეფასება, რის შემდეგაც (9.6)-ის თანახმად გვექნება

$$m = \hat{\alpha} - 1. \quad (9.6')$$

როცა  $m$  სიდიდე დადგენილი აღმოჩნდება, ამის შემდეგ (9.3) თანაფარდობის საფუძველზე გამოითვლება ნაკეთობის უმტყუნო მუშაობის საშუალო დრო, უწყვეტად ზრდადი დატვირთვის პირობებში მიღებული მონაცემების საშუალებით. ამასთან  $M[(t^*)^{m+1}]$  მათემატიკური ლოდინისათვის აიღება მისი სტატისტიკური შეფასება:

$$\hat{M}[(t^*)^{m+1}] = \frac{x_1^{m+1} + x_2^{m+1} + \dots + x_N^{m+1}}{N}. \quad (9.19)$$

იმის საფუძველზე, რომ  $t^*$  შემთხვევითი სიდიდე განაწილებულია ვეიბულის კანონით, რომლის ფორმის პარამეტრია  $\alpha$ , შემთხვევითი  $(t^*)^\alpha$  სიდიდე განაწილებულია მაჩვენებლიანი კანონით. და რადგანაც

$$M[(t^*)^{m+1}] = M[(t^*)^\alpha],$$

ამიტომ  $\hat{M}[(t^*)^{m+1}]$  სიდიდე წარმოადგენს  $N$  მოცულობის მაჩვენებლიანი განაწილების ერთობლიობიდან აღებულ საშუალო მნიშვნელობას.

აქედან გამომდინარე,  $\hat{M}[(t^*)^{m+1}]$ -ს აქვს  $\chi^2$ -თან (ხი კვადრატთან) დაკავშირებული განაწილება. მისი მიახლოების ხარისხი  $M[(t^*)^{m+1}]$ -თან შეგვიძლია განვსაზღვროთ გამოსახულებიდან

$$\frac{M\left[(t^*)^{m+1}\right]}{\hat{M}\left[(t^*)^{m+1}\right]} \leq \frac{2N}{\chi_{2N;(1-\gamma)}^2}, \quad (9.20)$$

სადაც  $\chi_{2N;(1-\gamma)}^2$  წარმოადგენს  $\gamma$  ნდობის ალბათობის შესაბამის  $2N$  თავისუფლების ხარისხის მქონე  $\chi^2$  განაწილების კვანტილს.

შემოვიტანოთ განსახილველად  $\varepsilon$  ფარდობითი ცდომილება, რომელსაც უშვებენ  $M\left[(t^*)^{m+1}\right]$ -ის შეფასებისას  $\hat{M}\left[(t^*)^{m+1}\right]$ -ის საშუალებით:

$$\varepsilon = \frac{M\left[(t^*)^{m+1}\right] - \hat{M}\left[(t^*)^{m+1}\right]}{\hat{M}\left[(t^*)^{m+1}\right]}. \quad (9.21)$$

მაშინ (9.20) მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\varepsilon \leq \frac{2N}{\chi_{2N;(1-\gamma)}^2} - 1. \quad (9.22)$$

საჭირო  $\varepsilon$ -ის მოცემით, როცა ცალმხრივი ნდობის ალბათობა  $\gamma$ -ს შეადგენს, შეგვიძლია განვსაზღვროთ  $N$  რიცხვის მინიმალური  $N_{\min}$  მნიშვნელობა, რომელიც უზრუნველყოფს მოთხოვნას:

$$\varepsilon + 1 = \frac{2N_{\min}}{\chi_{2N_{\min};(1-\gamma)}^2}. \quad (9.23)$$

$\frac{2N_{\min}}{\chi_{2N_{\min};(1-\gamma)}^2}$  სიდიდის მნიშვნელობები ტაბულირებულია, მაგალითად, ნაშრომში

[16]. ცხრილის შესასვლელებს წარმოადგენს გამოსაცდელ ობიექტთა  $N_{\min}$  საძიებელი რიცხვი და ცალმხრივი ნდობის  $\gamma$  ალბათობა.

ნაკეთობის უმტყუნო მუშაობის საშუალო დროის განსაზღვრისას, ნომინალურ რეჟიმში (9.3)-ის საშუალებით, დაიშვება ცდომილება. ეს გამოწვეულია იმით, რომ  $m$  სიდიდის მაგივრად ვიღებთ მის სტატისტიკურ  $\hat{m} = \hat{\alpha} - 1$  შეფასებას, სადაც  $\hat{\alpha}$  არის სტატისტიკური შეფასება ვეიბულის განაწილების  $\alpha$  ფორმის პარამეტრისა.  $\hat{\alpha}$  წარმოადგენს შემთხვევით სიდიდეს, რომლის განაწილების კანონის დადგენა სამწუხაროდ შეუძლებელია. ამის შედეგად გამოირიცხება  $\alpha$  სიდიდის  $\hat{\alpha}$ -ის საშუალებით წარმოდგენის სიზუსტის შეფასება და, აქედან გამომდინარე,  $m$  სიდიდის სიზუსტის წარმოდგენა  $\hat{m}$ -ით. ამიტომ ვაკეთებთ დაშვებას, რომ  $m$  განისაზღვრება ზუსტად, ხოლო ცდომილებას განაპირობებს (9.19) თანაფარდობის გამოყენება  $M\left[(t^*)^{m+1}\right]$  სიდიდის შეფასებისათვის.

მაშინ  $\varepsilon$  სიდიდის მოცემა ნიშნავს  $T_p$  უმტყუნო მუშაობის საშუალო დროის ფარდობითი ცდომილების, ესე იგი

$$\varepsilon_T = \frac{T_p - \hat{T}_p}{\hat{T}_p} \quad (9.24)$$

სიდიდის მოცემასაც, სადაც  $\hat{T}_p$  სტატისტიკური შეფასებაა  $T_p$  საშუალო დროის. ამგვარად გვექნება, რომ:

$$\varepsilon_T = \varepsilon. \quad (9.25)$$

### 10 ფორსირებული დატვირთვის ზედა საზღვრის დადგენა

საიმედოობაზე ფორსირებული გამოცდების ეფექტურობა, რომელიც გამოიხატება დაკვირვების დროის შემცირებაში, როგორც ზემოთ განხილული მეთოდებიდან ჩანს, დამოკიდებულია დატვირთვის რეჟიმის მნიშვნელობაზე. რაც უფრო დიდია დატვირთვა, ე.ი. გამკაცრებულია რეჟიმი, მით უფრო ჩქარდება ნაკეთობაში მტყუნების გამომწვევი პროცესი. ამის შედეგად მცირდება ფორსირებული გამოცდების ის  $t$  დრო, რომლის საშუალებითაც ხდება საიმედოობის პროგნოზირება ნორმალური, საექსპლუატაციო რეჟიმებისათვის. მეორე მხრივ, დატვირთვის რეჟიმის უსასრულოდ გაზრდა გარკვეული ზღვრული მნიშვნელობის შემდეგ, უცრად, ნახტომისებურად იწვევს ნაკეთობაში სხვადასხვა ახალ დამაზიანებელ პროცესს, რის შედეგადაც თვისობრივად იცვლება მტყუნების მექანიზმი და იმ მეთოდების გამოყენება, რომელთა საშუალებითაც ვახდენთ ფორსირებული გამოცდებისას მიღებული შედეგების გადაანგარიშებას ნორმალური რეჟიმისათვის, შეუძლებელი ხდება.

ამის გამო მნიშვნელოვანია დატვირთვის იმ ზღვრული მნიშვნელობის დადგენა, რომლისთვისაც მართებულია განხილული ფორსირებული მოდელების გამოყენება. რადგანაც ეს მეთოდები დაფუძნებულია ნ. სედიაკინის საიმედოობის პრინციპზე, რომლის თანახმადაც, ელემენტის საიმედოობა დატვირთვის გარკვეულ  $E$  არეში დროის რაიმე  $t$  მომენტისათვის დამოკიდებულია ნაკეთობის მიერ  $[0, t]$  ინტერვალზე დახარჯულ საიმედოობის რესურსზე და არ არის დამოკიდებული იმაზე, თუ როგორ გამოიმუშავდა ეს რესურსი, ამიტომ  $Y_k$  ზღვრული დატვირთვა წარმოადგენს იმ კრიტიკულ რეჟიმს, როცა ჯერ კიდევ სამართლიანია ეს პრინციპი. ე.ი.  $Y_k \subset E$ .

იმისათვის, რომ გავარკვიოთ ეკუთვნის თუ არა  $X$  და  $Y$  დატვირთვები იმ  $E$  არეს, სადაც სამართლიანია ნ. სედიაკინის პრინციპი, მიზანშეწონილია ისეთი ექსპერიმენტის ჩატარება, რომელიც დამყარებული იქნება პალმგრენ-მაინერის მტყუნებათა წრფივი აჯამვის თანაფარდობაზე.

გამოცდაზე დაყენდება ერთი და იგივე ტიპის ნაკეთობათა ორი ანარჩევი (თითოეული  $N$  რაოდენობის). პირველი ანარჩევი გამოიცდება  $X$  რეჟიმში, ვიდრე მტყუნების ალბათობა არ მიაღწევს  $Q_0$  მნიშვნელობას. მეორე ანარჩევი გამოიცდება  $Y$  დატვირთვაზე ასეთივე  $Q_0$  ალბათობის მიღწევამდე. ამის შემდეგ ორივე ანარჩევის გამოცდა ხორციელდება  $Y$  რეჟიმში  $Q_1 (Q_1 > Q_0)$  ალბათობის მიღწევამდე. პირველ მათგანს ამისთვის დასჭირდება  $t_1$  დრო, მეორეს კი  $t_2$ .  $Y$  დატვირთვა არ აღემატება ზღვრულს, ანუ  $Y \leq Y_k$ , თუ სრულდება უტოლობა

$$t_2 - t_1 \leq \Delta t. \quad (10.1)$$

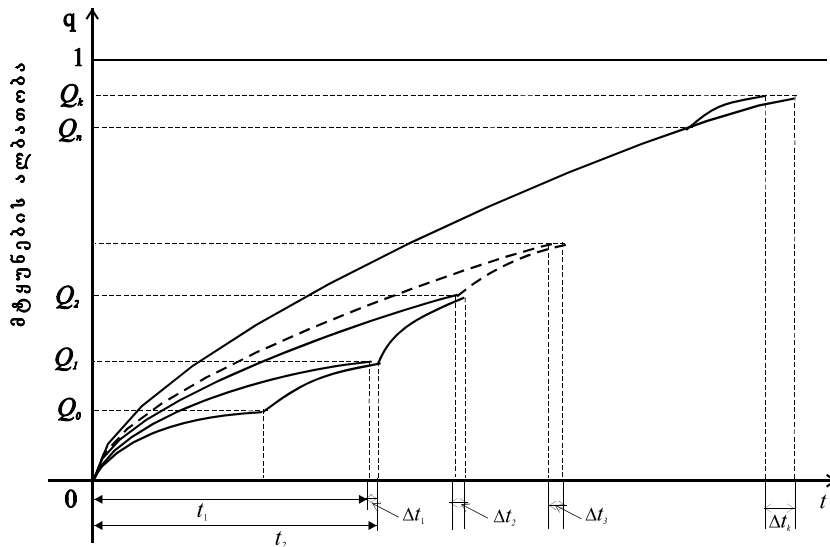
$\Delta t$  სიდიდე შეირჩევა პრაქტიკული მოსაზრებებით. მიზანშეწონილია ის ავილოთ ორ მომდევნო მტყუნებას შორის საშუალო დროის ტოლი. ამის შემდეგ იგივე ტიპის და რაოდენობის ნაკეთობათა ახალი ანარჩევი (ნაცვლად იმ ანარჩევისა, რომელიც იმყოფებოდა  $XY$  რეჟიმში), გამოიცდება  $Y_1 = Y + \Delta Y$  დატვირთვაზე, ვიდრე მტყუნების ალბათობა არ მიაღწევს  $Q_1$  მნიშვნელობას. შემდეგ კი იმ ანარჩევთან ერთად, რომელიც



გამოიცილებოდა  $Y$  რეჟიმში, ორივე მათგანი გამოიცილება  $Y$  დატვირთვაზე  $Q_2 (Q_2 > Q_1)$  ალბათობის მიღებამდე. შესაბამისი დროები კვლავ ავლნიშნოთ  $t_1$ -ით და  $t_2$ -ით. თუ კვლავ სრულდება (10.1) უტოლობა, მაშინ  $Y_1 \leq Y_k$ . ამის შემდეგ იმ ანარჩევს ნაცვლად, რომელიც გამოიცილებოდა  $Y$  და  $Y_1$  დატვირთვებზე, ვიღებთ იგივე მოცულობის ახალ ანარჩევს და ვასრულებთ იმავე პროცედურებს, როგორც წინა შემთხვევებში. ასე გრძელდება მანამ, ვიდრე რაიმე  $Y_n$  დატვირთვისათვის ადგილი არ ექნება უტოლობას

$$t_2 - t_1 > \Delta t. \tag{10.2}$$

მაშინ  $Y_n > Y_k$ , ხოლო  $Y_{n-1}$  შეგვიძლია ჩავთვალოთ ზღვრულ დატვირთვად (ნახ. 10.1).



ნახ. 10.1 ფორსირების ზღვრული დატვირთვის განსაზღვრა

იმისათვის, რომ ეს დატვირთვა მაქსიმალურად მიუახლოვოთ  $Y_k$  დატვირთვის კრიტიკულ მნიშვნელობას, უნდა შევამციროთ  $\Delta Y$  დატვირთვის ცვლილების ბიჯი და  $Y_{n-1}$ -დან დაწყებული კვლავ ჩავატაროთ ანალოგიური გამოცდები.

**პრობლემის ლოგიკურ განვითარებას წარმოადგენს სტოქასტიკური დადლილობით გამოწვეული დაზიენების მოდელირება ცვლადი ამპლიტუდიანი დატვირთვის პირობებში [17-59].**

### 11 შედეგების მოკლე შეჯამება და დასკვნები

1. საიმედოობაზე ფორსირებული გამოცდების პრობლემა, ანუ სხვაგვარად რომ ვთქვათ, საიმედოობის წინასწარმეტყველობის ალბათური მოდელების შექმნის პრობლემა, ფორსირებული გამოცდების მიხედვით ფორმულირდება როგორც  $X$  დატვირთვაზე ნაკეთობის უმტყუნო მუშაობის დროის განაწილების  $F_x(\Theta)$  ფუნქციის მოძებნა  $F_y(\Theta)$ -ით, რომელიც წარმოადგენს ამავე სიდიდის განაწილების ფუნქციას «ფორსირებულ»  $Y (Y > X)$  დატვირთვაზე. ფორსირების პრინციპი მდგომარეობს იმაში, რომ ნებისმიერი  $\Theta > 0$ -თვის  $F_x(\Theta) < F_y(\Theta)$ , ხოლო  $F_x(\Theta)$  და  $F_y(\Theta)$  ფუნქციები აკმაყოფილებენ პირობებს:

$$F_x(0) = F_y(0) = 0,$$

$$\lim_{\Theta \rightarrow \infty} F_x(\Theta) = \lim_{\Theta \rightarrow \infty} F_y(\Theta) = 1.$$

2. კერძო შემთხვევაში საკითხის დასმისას ესაა ამოცანა  $F_x(\Theta)$  განაწილების რაიმე რიცხვითი მახასიათებლების პოვნისა  $F_y(\Theta)$  განაწილების ცნობილი მახასიათებლების საშუალებით.

3. ფორსირებული გამოცდების ამოცანა რედუცირდება ე.წ. «დაჩქარების ფუნქციის»  $\tau = g(t)$  პოვნაზე, რომელიც წარმოადგენს რეგრესიის ფუნქციას ე.ი. დამოკიდებულებას უმტყუნო მუშაობის  $F_x(\tau)$  და  $F_y(t)$  ტოლ ალბათობათა შესაბამის  $\tau$  და  $t$  კვანტილებს შორის, შესაბამისად ნომინალურ  $X$  და ფორსირებულ  $Y$  დატვირთვისას. ეს დამოკიდებულება ზოგადად არაწრფივია:

$$F_y(t) = F_x(g(t)).$$

კავშირი  $F_x(\Theta)$  და  $F_y(\Theta)$  განაწილების რიცხვით მახასიათებლებს (მომენტებს) შორის ადვილად მყარდება (3.1) და (3.2) ფორმულებით.

4. წრფივი მოდელის შემთხვევაში (როცა  $\tau = c \cdot t$ ) ამოცანა დაიყვანება იმ ერთადერთი  $c$  კოეფიციენტის განსაზღვრამდე, რომელიც დამოკიდებულია ნაკეთობის უმტყუნო მუშაობის მხოლოდ განაწილების კანონებზე  $X$  და  $Y$  დატვირთვებისას.

5. დაჩქარების ფუნქციის წრფივობისას შემოთავაზებულია განმსაზღვრელი ფორსირებული გამოცდების ჩატარების მეთოდი, რომელიც შეიცავს  $c$  კოეფიციენტის  $\bar{c}$  შეფასების მოძებნას (4.1) ფორმულით და იმ  $c_-$  ქვედა და  $c_+$  ზედა საზღვრების მოძებნას, რომელთა შორისაც განსაზღვრული  $\gamma$  ნდობის დონით მოთავსებულია  $c$ -ს ჭეშმარიტი მნიშვნელობა.

6. შემოტანილი  $g$  დაჩქარების ფუნქციის საფუძველზე მოცემულია ნ.მ. სედიაკინის მიერ წამოყენებული საიმედოობის ფიზიკური პრინციპის მათემატიკური ჩაწერის ახალი ფორმა:

$$F_{xy}(\Theta/\Theta_1) = \begin{cases} F_x(\Theta), & \text{h j wf } \Theta \leq \Theta_1 \\ F_y(\Theta + \Theta_1^* - \Theta_1), & \text{h j wf } \Theta > \Theta_1 \end{cases},$$

$$\Theta_1 = g(\Theta_1^*),$$

სადაც  $F_{xy}(\Theta/\Theta_1)$  აღნიშნავს ნაკეთობის უმტყუნო მუშაობის დროის განაწილების ფუნქციას, როცა ამ ნაკეთობათა ანარჩევი ჯერ გამოიცდება  $X$  რეჟიმში განსაზღვრული  $\Theta_1$  დროის განმავლობაში, შემდეგ კი გადაიყვანება  $Y$  ფორსირებულ რეჟიმში.  $F_x(\Theta)$  და  $F_y(\Theta)$  ნაკეთობის უმტყუნო მუშაობის დროის განაწილების ფუნქციებია შესაბამისად  $X$  და  $Y$  რეჟიმში.

7. საკმაოდ დიდ ინტერესს წარმოადგენს დაჩქარების ფუნქციის წრფივობის კრიტერიუმის დადგენა, რადგანაც ამ შემთხვევაში ფორსირებული გამოცდების პრობლემა მნიშვნელოვნად მარტივდება. ეს კრიტერიუმი მე-5 პარაგრაფში ჩამოყალიბებულია შემდეგი სახით:

«ვთქვათ ორიდან ერთ-ერთი ანარჩევი გამოიცდება  $X$  დატვირთვაზე  $\Theta_1$  დროში, ხოლო შემდეგ  $Y(Y > X)$  დატვირთვაზე  $\Theta_2$  დროის განმავლობაში. დროის  $\Theta_1 + \Theta_2$  მომენტისათვის, როდესაც გამოცდა მთავრდება, მიიღწევა მტუნების  $Q_2$  ალბათობა. იგივე ნაკეთობის მეორე ანარჩევი კი ჯერ გამოიცდება  $Y$  დატვირთვაზე  $\Theta_2$  დროის განმავლობაში, შემდეგ კი  $X$  დატვირთვაზე  $\Theta_1$  დროის განმავლობაში. გამოცდის

დამთავრების დროის  $\Theta_1 + \Theta_2$  მომენტისათვის მტყუნების ალბათობა  $Q'_2$  მნიშვნელობას აღწევს. დავუშვათ ასევე, რომ ნ.მ. სედიაკინის ფიზიკური საიმედოობის პრინციპი ძალაშია. მაშინ დაჩქარების  $g$  ფუნქცია წრფივია, თუ  $Q_2 = Q'_2$  და პირიქით, თუ დაჩქარების ფუნქცია წრფივია,  $Q_2$  და  $Q'_2$  ალბათობები ტოლია».

ამ თეორემის შემოთავაზებულ მტკიცებულებაში არსებითად არის გამოყენებული საიმედოობის ფიზიკური პრინციპი (5.4) და (5.1') ფორმით.

8. მე-6 პარაგრაფის შედეგებიდან გამომდინარეობს, რომ საიმედოობის ფიზიკური პრინციპის შესრულება დაჩქარების ფუნქციის წრფივობისას წარმოადგენს საკმარის პირობას მტუნებათა წრფივი აჯამვის თანაფარდობის (პალმგრენ-მაინერის წესის) სამართლიანობისათვის.

9. მტკიცდება, რომ საიმედოობის მარაგის სიდიდე, რომელსაც ნაკეთობა გახარჯავს მტყუნების  $t^*$  მომენტისათვის ნებისმიერ მუდმივ რეჟიმში და უმტყუნო მუშაობის განაწილების ნებისმიერი კანონის დროს, განაწილებულია მაჩვენებლიანი კანონით და მისი მათემატიკური ლოდინი ერთის ტოლია.

10. საიმედოობის რესურსის ამ თვისებაზე დაყრდნობით, ზოგიერთი სხვა შეზღუდვისას, ვიდრე ეს აღნიშნული იყო ზემოთ, გამოიყვანება მაინერის (7.10) თანაფარდობა და მისი ინტეგრალური (7.10') განზოგადება ნაკეთობის შესაბამისად საფეხურიანი და უწყვეტი დატვირთვისას.

11. უკანასკნელი თანაფარდობის საფუძველზე შემუშავებულია ფორსირებული გამოცდების ჩატარების მეთოდი საიმედოობის განსაზღვრისთვის უწყვეტი დატვირთვის მეთოდით იმ მოდელისათვის, რომელიც აღიწერება თანაფარდობით

$$\frac{T_i}{T_p} = \left( \frac{H_p}{H_i} \right)^m,$$

სადაც  $m > 0$  რაიმე კონსტანტაა;  $T_p$  - უმტყუნო მუშაობის საშუალო დროა ნორმალურ პირობებში, ე.ი. ნომინალურ  $H_p$  დატვირთვაზე;  $T_i$  - ნაკეთობის უმტყუნო მუშაობის საშუალო დროა  $H_i$  რეჟიმში.

ამ მეთოდის მიხედვით ფორსირებული გამოცდების ჩატარების სქემა წარმოდგენილია შემდეგი სახით:

ა) მოიცემა  $\varepsilon$  ფარდობითი ცდომილება და  $\gamma$  ცალმხრივი ნდობის ალბათობა, რომლითაც აუცილებელია განისაზღვროს  $T_p$  სიდიდე.

ბ) (9.23) ფორმულების საფუძველზე განისაზღვრება ამისათვის საჭირო ანარჩევის მინიმალური მოცულობა  $N = N_{\min}$ .

გ) აირჩევა  $H$  დატვირთვის სახე, მისი ცვლილების  $\nu$  «სიჩქარე» და ამ დატვირთვის  $T_p$  ნომინალური (სამუშაო) მნიშვნელობა.

დ) იწყება ნაკეთობათა ანარჩევის ნიმუშთა გამოცდა (ტესტირება), როცა  $H$  დატვირთვის  $x$  დროში ცვლილება (9.1) წრფივი კანონის შესაბამისად ხდება.

ე) ნიმუშის მტუნების  $t^*$  მომენტი წარმოადგენს შემთხვევით სიდიდეს. ცდის შედეგად მიიღება ამ სიდიდის  $N = N_{\min}$  რაოდენობის მნიშვნელობა:

$$x_1, x_2, \dots, x_N.$$

ამ სტატისტიკაში პოულობენ  $x_{\max}$  და  $x_{\min}$  სიდიდეებს და განსაზღვრავენ მათ  $\Delta$  სხვაობას (9.9) ფორმულით.

ვ) (9.10) ფორმულით განსაზღვრავენ  $k$  სიდიდეს და  $\Delta$  სხვაობას ყოფენ  $h$  სიგრძის

$k$  რაოდენობის ტოლ ნაწილად.  $h$  სიდიდე განისაზღვრება (9.11) ფორმულით.

ბ)  $h$ -ის საშუალებით  $x_1, x_2, \dots, x_N$  სტატისტიკას (8.12) თანაფარდობით გარდაქმნიან  $x'_1, x'_2, \dots, x'_N$  სტატისტიკად.

თ) გამოთვლიან  $\eta_i (i = \overline{1, k})$  გამოსახულებებს, სადაც  $\eta_i$  იმ სიდიდეთა რიცხვია  $x_1, x_2, \dots, x_N$  მწკრივში, რომლებიც ნაკლებია  $x'_i$ -ზე ან მისი ტოლია ( $i = \overline{1, k}$ ).

ი) (9.13) თანაფარდობით პოულობენ  $F_e(x'_i)(i = \overline{1, k})$ .

კ) (9.17) ფორმულით პოულობენ  $\hat{\alpha}$  შეფასებას.

ლ) (9.6') თანაფარდობის საფუძველზე ანგარიშობენ  $m$  კონსტანტას  $\hat{\alpha} - 1$  სახით.

მ) აფასებენ  $M[(t^*)^{m+1}]$  სიდიდეს (9.19) თანაფარდობით.

ნ) (9.3) ფორმულაში საჭირო მონაცემების ჩასმით პოულობენ  $T_p$  დროის მნიშვნელობას.

12. მტყუნებათა წრფივი აჯამვის თანაფარდობაზე დაყრდნობით მიღებულია ფორსირების ზღვრული დატვირთვის განსაზღვრის მეთოდი.

### ლიტერატურა

1. Вероятность и математическая статистика: Энциклопедия / Под ред. Ю.В.Прохорова.- М.: Большая российская энциклопедия, 2003.-912 с.
2. Седякин Н.М. Об одном физическом принципе теории надежности // Изв. АН СССР, Техническая кибернетика.-1966.-№3.-С. 80-87.
3. Miner M.A. Cumulative Damage in Fatigue // Journal of Applied Mechanics.-1945.-Vol. 12; Trans ASME (Transactions, American Society of Mechanical Engineer).-Vol. 67.-pp. A159-A164.
4. Palmgren A. G. Die Lebensdauer von Kugellagern (Life Length of Roller Bearings, Durability of Ball Bearings. In German).-Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure (ZVDI).-Vol. 68.-№14.-April 1924.-pp. 339-341.-ISSN 0341-7258.
5. Кордонский Х.Б. Форсированные испытания надёжности машин и приборов // Стандартизация.-1964.-№7.-С. 21-24.
6. Намичейшвили О.М., Лавров А.Н. О некоторых свойствах ресурса надёжности // Изв. АН СССР, Техническая кибернетика.-1968.-№2-С. 112-116.
7. Намичейшвили О.М. Об одном свойстве функции износа // Труды Тбилисского государственного университета, Серия физических наук.-1969.-Том 133.-С. 277-280.
8. New Departure Handbouk // New Departure Division General Motors Corporation (GMC), Bristol Connecticut, USA.-1952.-Bulletin 2D-101.-Service Prosedure for Ball Bearings.-13 p.
9. Kimmel J. Accelerated life testing of paper dielectric capacitors // Proceedings, Fourth National Symposium on Reliability and Quality Control.-1958.-pp. 120-134.
10. Reference Data for Radio Engineers, 4 th Ed. // International Telephone and Telegraph Corp.- New York.-1956.-p. 93.
11. Effects of Voltage Deviation on Electronic Tubes // Bulletin GEA 5636, General Electric Co.- Schenectady, N.Y.-1959.
12. Weibull W.A. Statistical Representation of Fatigue Failures in Solids.-Göteborg: Elanders boktr.-1949.-49 p. // Series: Transactions of the Royal Institute of Technology, Stockholm, 27.

13. Шор Я.Б. Статистические методы анализа и контроля качества и надежности.-М.: Сов. радио, 1962.-533 с.
14. Sturges H. The choice of a class-interval // *Journal of the American Statistical Association.*-1926.-Vol. 21, pp. 65–66.
15. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений.-М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1958.-337 с.
16. *Traité de fiabilité par Maurice Schwob et Guy Peyrache / Préface de J. Eldin.*-Paris: Masson & C<sup>ie</sup>, 1969.-426 p.
17. Banvillet A, Łagoda T, Macha E, Niesłony A, Palin-Luc T, Vittori JF. Fatigue life under non-Gaussian random loading from various models. *Int J Fatigue* 2004;26:349–63.
18. Benasciutti D, Tovo R. Spectral methods for lifetime prediction under wide-band stationary random processes. *Int J Fatigue* 2005; 27: 867–77.
19. Bogdano JL, Kozin F. Probabilistic models of cumulative damage. New York (NY): Wiley; 1985.
20. Cheng G, Plumtree A. A fatigue damage accumulation model based on continuum damage mechanics and ductility exhaustion. *Int J Fatigue* 1998; 20: 495–501.
21. Fatemi A, Yang L. Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of the state of the art for homogeneous materials. *Int J Fatigue* 1998;20:9–34.
22. Fu TT, Cebon D. Predicting fatigue lives for bi-modal stress spectral densities. *Int J Fatigue* 2000;22:11–21.
23. Ghanem R, Spanos P. Stochastic finite elements: a spectral approach. New York: Springer; 1991.
24. Ghanem R. Stochastic finite elements with multiple random non-Gaussian properties. *J Eng Mech* 1999;125:26–40.
25. Goodin, E, Kallmeyer A, Kurath P. Evaluation of nonlinear cumulative damage models for assessing HCF/LCF interactions in multiaxial loadings. In: *Proceedings of the 9th national turbine engine high cycle fatigue (HCF) conference, March 16–19, Pinehurst, NC; 2004.*
26. Grigoriu M. On the spectral representation in simulation. *Probabilist Eng Mech* 1993; 8: 75–90.
27. Halford GR, Manson SS. Reexamination of cumulative fatigue damage laws. *Structure integrity and durability of reusable space propulsion systems, NASA CP-2381; 1985. p. 139–45.*
28. Halford GR. Cumulative fatigue damage modeling – crack nucleation and early growth. *Int J Fatigue* 1997;19:253–60.
29. Huang SP, Quek ST, Phoon KK. Convergence study of the truncated Karhunen-Loeve expansion for simulation of stochastic processes. *Int J Numer Method Eng* 2001;52:1029–43.
30. Jiao G. A theoretical model for the prediction of fatigue under combined Gaussian and impact loads. *Int J Fatigue* 1995;17:215–9.
31. Kam TY, Chu KH, Tsai SY. Fatigue reliability evaluation for composite laminates via a direct numerical integration technique. *Int J Solid Struct* 1998;35:1411–23.
32. Kaminski M. On probabilistic fatigue models for composite materials. *Int J Fatigue* 2002; 22: 477–95.

33. Kawai M, Hachinohe A. Two-stress level fatigue of unidirectional fiber-metal hybrid composite: GLARE 2. *Int J Fatigue* 2002; 24: 567–80.
34. Kopnov VA. A randomized endurance limit in fatigue damage accumulation models. *Fatigue Fract Eng Mater Struct* 1993; 16: 1041–59.
35. Kopnov VA. Intrinsic fatigue curves applied to damage evaluation and life prediction of laminate and fabric material. *Theor Appl Fract Mech* 1997;26:169–76.
36. Le X, Peterson ML. A method for fatigue based reliability when the loading of a component is unknown. *Int J Fatigue* 1999; 21: 603–10.
37. Liao M, Xu X, Yang QX. Cumulative fatigue damage dynamic interference statistical model. *Int J Fatigue* 1995;17:559–66.
38. Loeve M. *Probability theory*. 4th ed. New York: Springer; 1977.
39. Manson SS, Halford GR. Practical implementation of the double linear damage rule and damage curve approach for treating cumulative fatigue damage. *Int J Fract* 1981;17:169–92.
40. Marco SM, Starkey WL. A concept of fatigue damage. *Trans ASME* 1954;76:627–32.
41. Miner MA. Cumulative damage in fatigue. *J Appl Mech* 1945;67: A159–64.
42. Ni K, Zhang S. Fatigue reliability analysis under two-stage loading. *Reliab Eng Syst Safe* 2000;68:153–8.
43. Pascual FG, Meeker WQ. Estimating fatigue curves with the random fatigue-limit model. *Technometrics* 1999;41:277–302.
44. Phoon KK, Huang SP, Quek ST. Simulation of non-Gaussian processes using Karhunen-Loeve expansion. *Comput Struct* 2002;80:1049–60.
45. Rowatt JD, Spanos PD. Markov chain models for life prediction of composite laminates. *Struct Safe* 1998;20:117–35.
46. Shang D, Yao W. A nonlinear damage cumulative model for uniaxial fatigue. *Int J Fatigue* 1999;21:187–94.
47. Shen H, Lin J, Mu E. Probabilistic model on stochastic fatigue damage. *Int J Fatigue* 2000;22:569–72.
48. Shimokawa T, Tanaka S. A statistical consideration of Miner's rule. *Int J Fatigue* 1980;4:165–70.
49. Shinozuka M, Deodatis G. Simulation of the stochastic process by spectral representation. *Appl Mech Rev ASME* 1991;44:29–53.
50. Suresh S. *Fatigue of materials*. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press; 1998.
51. Tanaka S, Ichikawa M, Akita S. A probabilistic investigation of fatigue life and cumulative cycle ratio. *Eng Fract Mech* 1984;20:501–13.
52. Tovo R. A damage-based evaluation of probability density distribution for rain-flow ranges from random processes. *Int J Fatigue* 2000; 22:425–9.
53. Van Paepegem W, Degrieck J. Effects of load sequence and block loading on the fatigue response of fibre-reinforced composites. *Mech Compos Mater Struct* 2002;9:19–35.
54. Vasek A, Polak J. Low cycle fatigue damage accumulation in Armciiron. *Fatigue Eng Mater Struct* 1991;14:193–204.
55. Wu Y. Experimental verification and statistical analysis of Miner's accumulative damage rule. *Chin J Aeronaut* 1985;6:351–60 [in Chinese].

56. Xie L. Equivalent life distribution and fatigue failure probability prediction. *Int J Press Ves Pip* 1999;76:267–73.
57. Yan JH, Zheng XL, Zhao K. Prediction of fatigue life and its probability distribution of notched friction welded joints under variable-amplitude loading. *Int J Fatigue* 2000;22:481–94.
58. Yao JTP, Kozin F, Wen YK, Yang JN, Schueller GI, Ditlevsen O. Stochastic fatigue, fracture and damage analysis. *Struct Safe* 1986; 3: 231–67.
59. Zheng X, Wei J. On the prediction of P–S–N curves of 45 steel notched elements and probability distribution of fatigue life under variable amplitude loading from tensile properties. *Int J Fatigue* 2005; 27: 601–9.

---

Article received: 2013-05-15