

Экспериментальное исследование двухшагового алгоритма адаптивной идентификации

Одишария Гоча Бидзинович¹, Руруа Андро Апполонович², Кочорадзе Гиви Иванович³,
Квернадзе Магули Симонова⁴

¹Кандидат Технические Наук, Заведующий Лабораторией СКИ “Автоматмреци”, Рустави, Грузия.

²Кандидат Технические Наук, Профессор СКИ “Автоматмреци”, Рустави, Грузия.

³Кандидат физ. мат. наук, Заведующий проблемной лабораторией физики. Тбилисский Государственный Университет им. И. Джавахишвили, Грузия.

⁴Кандидат хим. наук ст. науч. сотр. проблемной лаборатории физики полупроводников. Тбилисский Государственный Университет им. И. Джавахишвили, Грузия.

Аннотация

В статье представлены результаты исследования двухшагового адаптивного алгоритма идентификации.

Исследования показали:

- *Сходимость алгоритма улучшается с ростом алгоритмического параметра. В реальном смысле это означает, что максимальное значение алгоритмического параметра должно быть использовано в близких к детерминированному случаю. Поскольку при этом неопределенности почти отсутствуют, текущие значения максимально достоверны и алгоритму приходится преодолевать малые ‘сопротивления’, что соответствует максимальной сходимости*
- *Скорость сходимости алгоритма ухудшается при усложнении идентифицируемой модели, что соответствует росту размерности измеряемого вектора входов.*

Проведены также предварительные исследования алгоритма под воздействием помех. В полном масштабе результаты этих исследований в данной статье не присутствуют. Однако можно сказать, что случайные помехи влияют на сходимость алгоритма в сторону его ухудшения.

В статье показаны также результаты совместного исследования ранее исследуемого одношагового алгоритма и двухшагового алгоритма. Исследования показывают, что сходимость у двухшагового алгоритма лучше. Это указывает на рост сходимости с ростом количества шагов, используемых алгоритмом. Поэтому с этой точки зрения представляет интерес прямое исследование т.н. базового алгоритма с применением системы расчетов MatLab, что предполагается сделать в дальнейшем.

1. Введение и аналитическое представление исследуемого алгоритма

Двухшаговые алгоритмы идентификации, которые охватывают широкий класс промышленных объектов, позволяют создавать и внедрять промышленные системы управления (в металлургической, химической, энергетической и др. промышленности) с использованием адаптивных методов управления. Они значительно улучшают качественные показатели систем управления, что дает возможность улучшения экономических показателей производств.

Учитывая, что эффективность адаптивных систем управления промышленными объектами во многом определяется свойствами алгоритмов идентификации, определяющим фактором является концепция их построения.

В настоящее время применяются различные концепции построения многошаговых алгоритмов идентификации, общий обзор которых дается в [1].

В данной работе исследуется алгоритм, построенный на основе минимизации квадратичного критерия (см. Например [2])

$$J = (1 - \alpha)(k_N - k_{N-1})^T (k_N - k_{N-1}) + \alpha \sum_{j=N-m+1}^N (y_N - k_j^T x_j)^2 \quad (1)$$

Задача ставится следующим образом: будем считать, что исследуемый объект подвержен воздействиям помех и, следовательно, задается следующим уравнением

$$y_N = h_N^T x_N + K_{\xi} \xi_N \quad (2)$$

Цель решения задачи идентификации состоит в том, чтобы неизвестный вектор параметров h модели (2) заменить оцениваемым установившимся значением вектора k_{N-1} такого, что получаемые с помощью k_{N-1} оценки выхода y^* исследуемого объекта (2) в различные моменты времени N

$$y_N^* = k_{N-1}^T x_N \quad (3)$$

были как можно ближе к измеренным значениям y_N .

Нахождение такого k_{N-1} математически соответствует минимизации представленного выше функционала (1). Таким образом, решение представляется в виде т.н. базового алгоритма

$$k_i = \frac{\left| (1-\alpha)E_i + \alpha \sum_{j=N-m+1}^N a_i(j) \right|}{\left| (1-\alpha)E + \alpha \sum_{j=N-m+1}^N a(j) \right|} \quad (4)$$

Здесь E - единичная матрица, E_i - матрица, которая получена из единичной при замене в ней i -го столбца вектором k_{N-1} . Матрица $A(j)$ является оценкой корреляционной матрицы входных воздействий, полученной для j -го такта, матрица $A_i(j)$ отличается от матрицы $A(j)$ тем, что i -й столбец в ней заменен столбцом

$$\left\| x_{1,N} y_N, x_{2,N} y_N, \dots, x_{n,N} y_N \right\|^T.$$

Параметр α принимает значения $0 < \alpha < 1$. При $\alpha = 1$ алгоритм (1) переходит в метод текущих наименьших квадратов (при $m < n$), m - глубина памяти, используемый в алгоритме.

При величине памяти в один шаг ($m=1$) из (4) получается известный одношаговый алгоритм [3]

$$k_N = k_{N-1} + \frac{y_N - y_N^*}{\gamma + \dots} x_N \quad (5)$$

где $\gamma = (1-\alpha)/\alpha$ есть параметр алгоритма, а при величине памяти в два шага ($m=2$) получим двухшаговый алгоритм [2]

$$k_N = k_{N-1} + \frac{\alpha(1-\alpha)(y_N - y_N^*)x_N + (y_{N-1} - y_{N-1}^*)x_{N-1}}{(1-\alpha)^2 + \alpha(1-\alpha)(x_N^T x_N + x_{N-1}^T x_{N-1}) + \alpha^2[(x_N^T x_N x_{N-1}^T x_{N-1} - (x_N^T x_{N-1})^2]} \quad (6)$$

$$+ \frac{(y_N - y_N^*)(x_N x_{N-1}^T x_{N-1} - x_{N-1} x_N^T x_{N-1}) + (y_{N-1} - y_{N-1}^*)(x_{N-1} x_N^T x_N - x_N x_{N-1}^T x_{N-1})}{(1-\alpha)^2 + \alpha(1-\alpha)(x_N^T x_N + x_{N-1}^T x_{N-1}) + \alpha^2[(x_N^T x_N x_{N-1}^T x_{N-1} - (x_N^T x_{N-1})^2]}$$

2. Методика компьютерного моделирования двухшагового алгоритма

Для исследования сходимости двухшагового алгоритма идентификации (6) для различных классов объектов под воздействием случайных помех разработана методика математического моделирования. Исследование свойств алгоритма проводилось с использованием расчетных средств MatLab.

Значительным преимуществом системы MatLab является то, что она позволяет сформулировать задачу моделирования в матричной форме, что согласуется с векторной формой (6) двухшагового алгоритма.

Компьютерное исследование свойств алгоритма происходит по следующему сценарию: Вводится вектор ошибки $\theta_N = \{\theta_{1,N}, \theta_{2,N}, \dots, \theta_{v,N}, \dots, \theta_{n,N}\}$, являющийся разностью предварительно произвольно выбранного "истинного" вектора $h = \{h_1, h_2, \dots, h_v, \dots, h_n\}^T$ и вектора оценок параметров модели K_N , т.е. имеем $\theta_N = h - K_N$ и компоненты ошибки $\theta_{v,N} = h_v - K_{v,N}$, $v = 1, 2, \dots, n$.

Отняв с обеих сторон алгоритма h и представив истинное значение выхода y_N как $y_N = h^T x_N$, получим формулу для расчета ошибок

$$\frac{\alpha(1-\alpha)[x_N(\theta_{N-1}^T x_N) + x_{N-1}(\theta_{N-1}^T x_{N-1})]}{\theta_N = \theta_{N-1} - \frac{(1-\alpha)^2 + \alpha(1-\alpha)(x_N^T x_N + x_{N-1}^T x_{N-1}) + \alpha^2[x_N^T x_N x_{N-1}^T - (x_N^T x_{N-1})^2]}{(1-\alpha)^2 + \alpha(1-\alpha)(x_N^T x_N + x_{N-1}^T x_{N-1}) + \alpha^2[x_N^T x_N x_{N-1}^T - (x_N^T x_{N-1})^2]} - \frac{(\theta_{N-1}^T x_N)(x_N x_{N-1}^T - x_{N-1} x_N^T) + (\theta_{N-1}^T x_{N-1})(x_{N-1} x_N^T - x_N x_{N-1}^T) - \alpha^2}{(1-\alpha)^2 + \alpha(1-\alpha)(x_N^T x_N + x_{N-1}^T x_{N-1}) + \alpha^2[x_N^T x_N x_{N-1}^T - (x_N^T x_{N-1})^2]} - \frac{\alpha^2 K_\xi [\xi_N (x_N x_{N-1}^T - x_{N-1} x_N^T) + \xi_{N-1} (x_{N-1} x_N^T - x_N x_{N-1}^T)]}{(1-\alpha)^2 + \alpha(1-\alpha)(x_N^T x_N + x_{N-1}^T x_{N-1}) + \alpha^2[x_N^T x_N x_{N-1}^T - (x_N^T x_{N-1})^2]} - \frac{\alpha(1-\alpha)K_\xi (\xi_N x_N + \xi_{N-1} x_{N-1})}{(1-\alpha)^2 + \alpha(1-\alpha)(x_N^T x_N + x_{N-1}^T x_{N-1}) + \alpha^2[x_N^T x_N x_{N-1}^T - (x_N^T x_{N-1})^2]}$$

С изменением квадрата евклидовой нормы (длины) вектора ошибки

$$|\theta_N|^2 = \theta_N^T \theta_N = \theta_{1,N}^2 + \theta_{2,N}^2 + \dots + \theta_{v,N}^2 + \dots + \theta_{n,N}^2$$

оценивается сходимость алгоритма по условию

$$|\theta_N|^2 < \varepsilon$$

ε принято равной 0.0001, начальные значения $|\theta_0|^2 = 81$.

Размерности исследуемых объектов управления (т.е. количество входных воздействий на объект управления) в компьютерных экспериментах варьируются от 1 до 50 включительно.

Компьютерное испытание алгоритма было произведено при входных воздействиях x_{1N}, \dots, x_{nN} , являющихся случайными величинами с нулевым математическим ожиданием и дисперсией 1. Воздействующий в различные дискретные моменты времени шум ξ_N , является случайной скалярной величиной также с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией. Уровень шума может варьироваться коэффициентом K_ξ в формуле (2).

3. Исследование свойств алгоритма

Ниже демонстрируются свойства алгоритма. От рис., 1-а к рис. 4-а соответственно, показаны случаи, когда размерности линейных форм, которые представляют модель идентифицируемого объекта управления, изменяются от 1 до 50 соответственно.

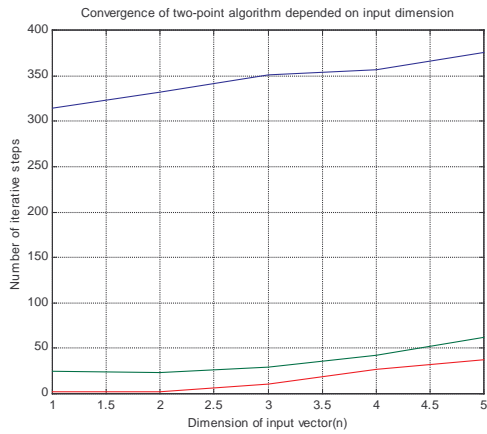


Рис.1-а

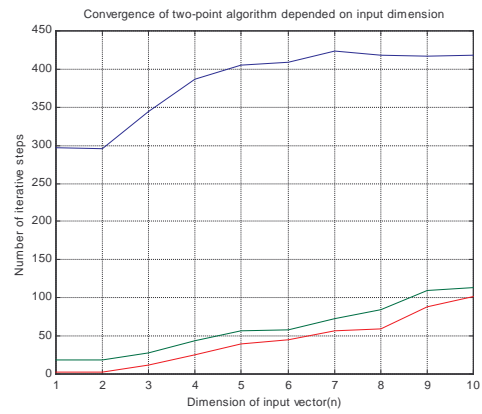


Рис.1-б

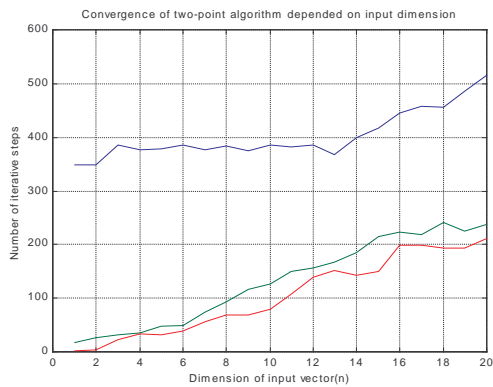


Рис.1-в

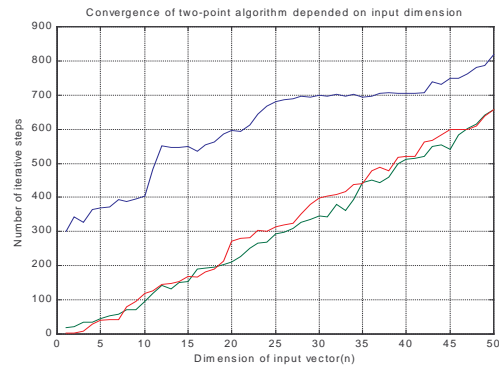


Рис.1-д

Как демонстрируют графики, при росте размерности модели (то есть соответствующих объектов управления) скорость сходимости алгоритма уменьшается. Самые нижние кривые соответствуют $\alpha=1$, наивысшие кривые $\alpha=0.01$ и кривая между ними соответствует $\alpha=0.25$. От этого факта, очевидно, что при росте α сходимость алгоритма увеличивается. Это продемонстрировано на рис. 2, которая противоположно к вышепоказанным графиков отражает зависимость скорости сходимости от параметра α для объектов управления с размерностью модели $n = 3, n = 4, n = 5, n = 10, n = 50$.

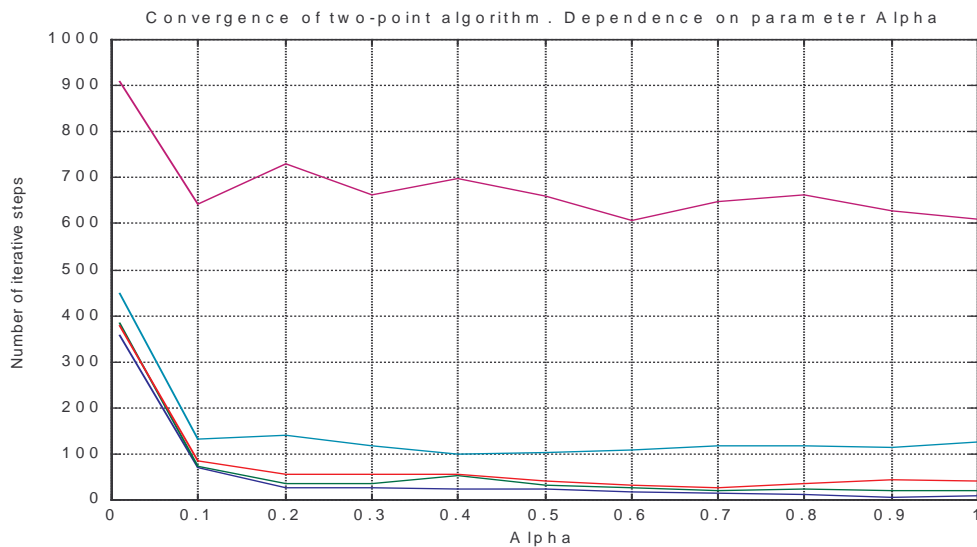


Рис.2

Как показывает рис. 2, сходимость алгоритма увеличивается с ростом параметра α на сегменте $0 \leq \alpha \leq 1$. Самая нижняя кривая соответствует модели процесса с размерностью 3. Далее следуют кривые, соответствующие моделям с размерностью 4, 5, 10, и наивысшая кривая соответствует модели размерностью 50. Таким образом, в соответствии с рис. 1, с ростом размерностей модели сходимость алгоритма ухудшается.

3. Результаты совместного исследования 2-х шагового и 1-шагового алгоритмов

Ниже приведенные диаграммы представляют результаты совместного исследования одно- и дву- шаговых алгоритмов в зависимости от размерности модели:

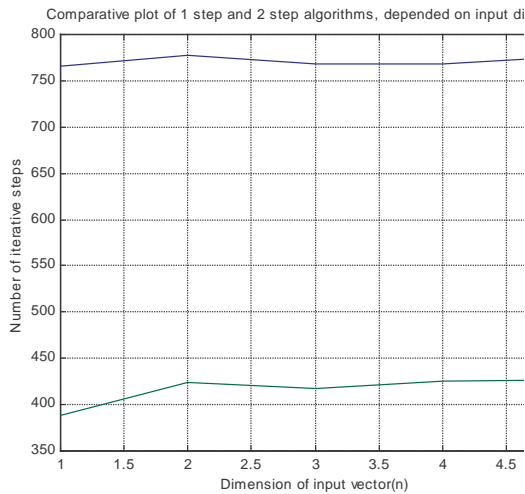


Рис.3-а

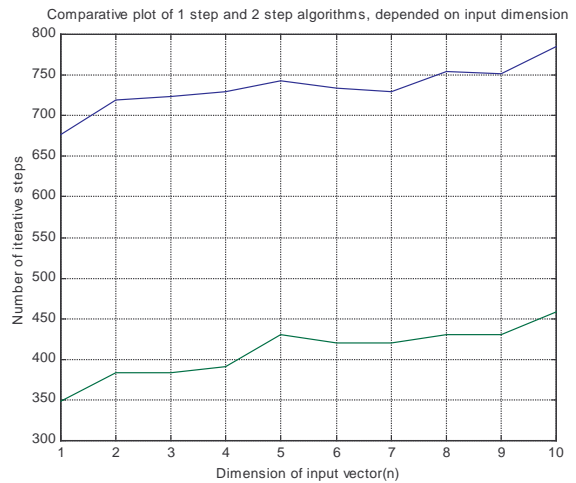


Рис.3-б

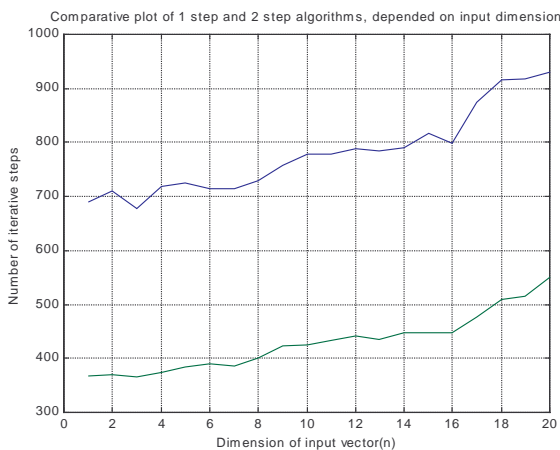


Рис. 3-в

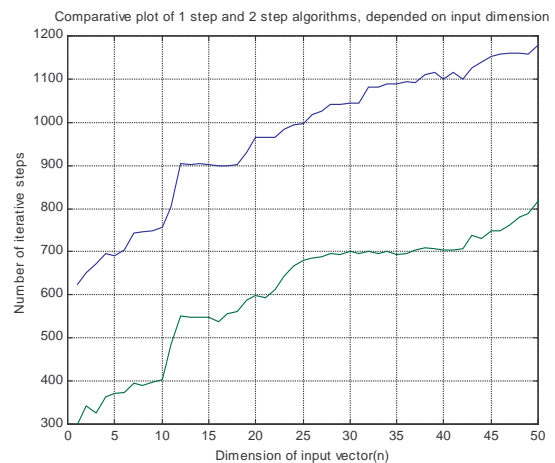


Рис. 3-г

Все диаграммы рис. 3 соответствуют $\alpha=0.01$. Ниже демонстрируются диаграммы, соответствуют случаю с $\alpha=1$

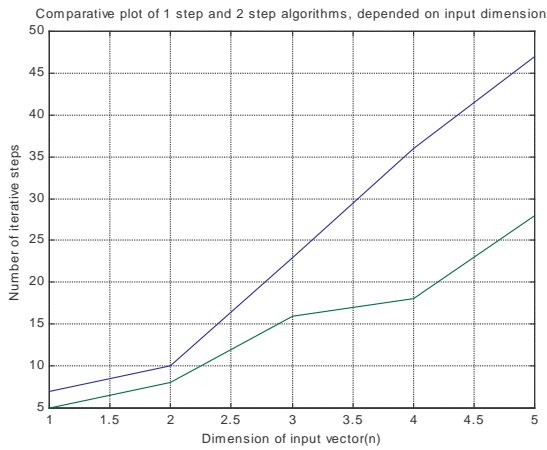


Рис. 4-а

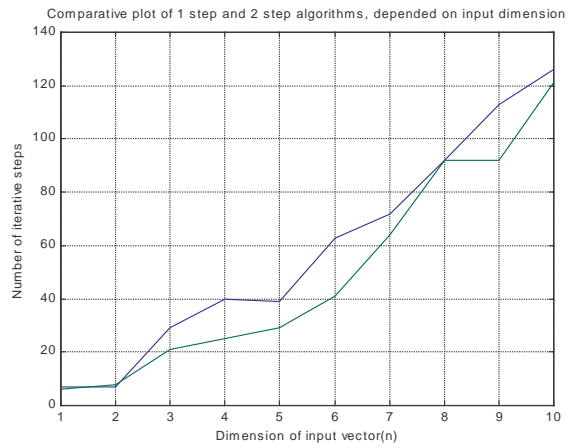


Рис. 4-б

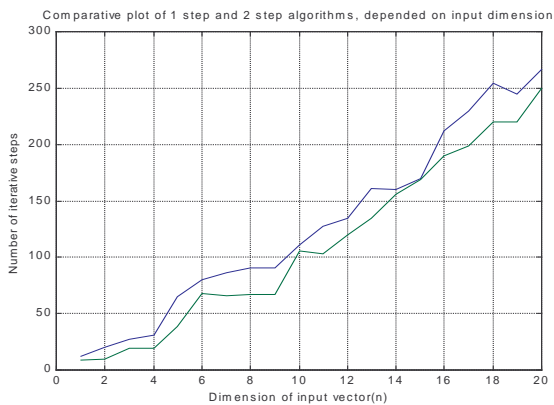


Рис. 4-в

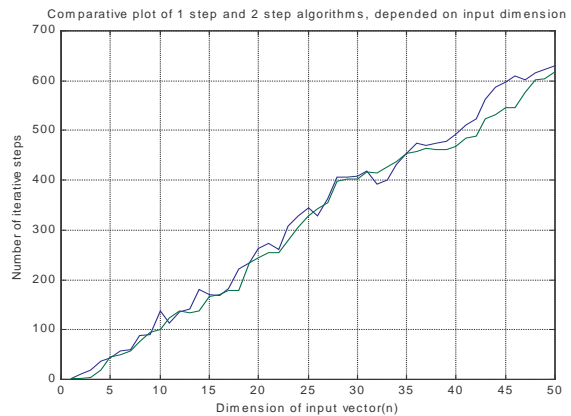


Рис. 4-г

Самые нижние кривые низкие на диаграммах рис. 3 и рис. 4 соответствуют двухшаговым алгоритмам, в то время как верхние кривые соответствуют одношаговому алгоритму. Это означает, что на всем диапазоне изменения α и размерностей исследуемой модели, двухшаговые алгоритмы выявляют более хорошие свойства в смысле сходимости, чем одношаговые алгоритмы.

Таким образом, анализируя выше представленные экспериментальные результаты, можно заключить, что на характеристики двухшагового алгоритма влияют алгоритмический параметр и размерность идентифицируемой модели (n). То есть когда процесс близок к детерминированному (α близка к единице, то есть в этом случае, мы доверяем результатам текущих измерений), алгоритм сходится быстрее. Рост размерности (n) идентифицируемой модели также сильно влияет в сторону ухудшения сходимости.

Как показали предварительные исследования в области влияния помех, в поведении алгоритма имеются некоторые сложности, и далее требуется выполнить дополнительные исследования.

Литература

1. A.A. Rurua, V.A. Lototsky, V.M. Chadeev.: Identification of non-stationary plants. State of Art and recent results. Sci. J. "Intelecti", 3(6), Tbilisi, 1999
2. А.А. Руруа - "Двухшаговый адаптивный алгоритм идентификации оценки параметров". Сообщения Академии Наук Груз. ССП, 1980
3. Адаптивное управление точностью прокатки труб./Ф.А. Данилов, В.В. Имедадзе и др.: М, "Металлургия", 1980./.

Получена: 28.06.2002

Получена после переработки: 14.07.2003