უაკ 519.6

საგანგებო სიტუაციების მათემატიკური მოდელის შერჩევა

იუზა ვერულავა, დარეჯან ვერულავა, ზურაბ გასიტაშვილი, არჩილ ფრანგიშვილი
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ანოტაცია: *ნაშრომში განხილულია საგანგებო სიტუაციების მათემატიკური მოდელის შერჩევა, მათი მოხდენის პროგნოზირების, რისკის შემცირებისა და შედეგების (მსხვერპლის) მინიმიზაციის მიზნით. ნაჩვენებია, რომ ასეთი ტიპის ამოცანები არატიპობრივი (არაკლასიკური) და ურთულესია, ნაჩვენებია ის სირთულეები, რომელთაც უკავშირდება მათი ამოხსნა.*

საკვანძო სიტყვები: საგანგებო სიტუაცია, მართვა, ოპერატიული, ოპტიმალური, მოდელი, პროგნოზი, დეტერმინირებული, შემთხვევითი, ალგორითმი, იდენტიფიკაცია, შეზღუდვა, სამაშველო, სცენარი

საგანგებო სიტუაციის წარმოქმნის რისკის შემცირების პრობლემა რომელიმე რეგიონისათვის ან რაიმე ზონისათვის ფორმალური თვალსაზრისით წარმოშობს უამრავ, როგორც თეორიული ისე პრაქტიკული (გამოყენებითი) ხასიათის პრობლემებს, რომელთაც სპეციალური დამუშავება სჭირდება. ისინი პირველ რიგში განეკუთვნება ოპტიმალური დაგეგმვისა და მართვის სფეროს, საგანგებო სიტუაციების, როგორც გაფრთხილების (პროგნოზი, ალგორითმები A) ისე მისი მიმდინარეობისა და შედეგების ლიკვიდაციის დროს (ალგორითმები B,C).

ოპერატიული მართვა სხვა ტიპის მართვისაგან განსხვავებით, მოითხოვს დროის მიხედვით სპეციალურ პირობებს (დრო რომელიც სჭირდება გადაწყვეტილების მიღებას) ამიტომ დროის დეფიციტი ხშირად ხელმძღვანელს არ აძლევს იმის საშუალებას, რომ გაითვალისწინოს ალგორითმით მიცემული რეკომენდაციები, ამ შემთხვევაში ის მოქმედებს თავისი ცოდნით, გამოცდილებით და ინტუიციით. მისი უშუალო პასუხისმგებლობით ხდება: შექმნილი სიტუაციის იდენტიფიკაცია და გადაწყვეტილების მიღება, დროის რესურსის უქონლობის პირობებში. აღსანიშნავია, რომ ეს ფაქტი აყენებს სრულიად ახალ ამოცანებს სამართავი ობიექტის აღწერის (რა სირთულის მათემატიკური მოდელი შეირჩეს), აპროქსიმაციისა (რათა არ გვქონდეს ძალზე დიდი განზომილებები და თან არ დაიკარგოს პროცესის შინაარსი) და მიზნების მრავალფეროვნების თვალსაზრისით (მხედველობაშია მიზნის ფუნქციის ვექტორული ბუნება). ოპერატიული მართვისას ერთის მხრივ აუცილებებლია პროცესის ცენტრალიზება და ამავე დროს უნდა იყოს გონიერი დეცენტრალიზების შესაძლებლობა, რათა მოხდეს ზოგიერთი ხელმძღვანელის (ადგილზე) ინიციატივის სწორად შეფასება, მიღებულ გადაწყვეტილებათა დასაბუთება და დროის მინიმიზაცია.

ამ სირთულეების განხილვისას ვაწყდებით არატრადიციულ ურთულეს მათემატიკურ ამოცანებს, რომელთა გადაწყვეტა პრაქტიკულად შეუძლებელია ან მოითხოვს დიდ დაფინანსებას (განსაკუთრებული შესაძლებლობების მულტიპროცესორულ სისტემები, უმძლავრესი საკომუნიკაციო საშუალებები) და სხვა.

ჩვენ განვიხილავთ აღნიშნული კლასის ამოცანებს და დავსახავთ სირთულეთა დაძლევის გზებს (რეალურ პირობათა გათვალისწინებით), რათა გამარტივდეს ან მინიმუმამდე შემცირდეს წინააღმდეგობრივი მომენტები.

მართვის ამოცანა აქტუალურია მაშინ, როდესაც მას აქვს ბევრი ამონახსნი. ბუნებრივია, უნდა ამოვარჩიოთ ის ამონახსნი, რომელიც კვალიფიცირდება როგორც საუკეთესო. მათემატიკურად ოპტიმიზაციის პრობლემა აღიწერება U სიმრავლით და J ფუნქციით, რომელიც განისაზღვება U–ზე და ღებულობს მნიშვნელობებს R–ში. უნდა ვიპოვოთ ისეთი ამონახსნი $u \subset U$ რომ $J: U \to R$

$$J(u) \leq J(v), \ \ \forall v \subset U$$

U არის მიზნის მიღწევის ხერხთა სიმრავლე ანუ სისიტემის ფუნქციონირებათა სიმრავლე. სს-ის შემთხვევაში U-ს მიეკუთვნება შეზღუდვათა სიმრავლე.

J ფუნქცია არის კრიტერიუმი, რომელიც განისაზღვრება ამოხსნათა სიმრავლიდან. J-ს ქვემოთ განვმარტავთ, პრაქტიკული რეალიზაციის დროს u-ს არსებობა არ არის აუცილებელი. ასეთ შემთხვევაში ვეძებთ რეალიზებად ამონახსნს u-ს, ისეთს, რომ $J(u)$ იყოს "საკმარისად ახლოს" ანუ $\inf J(v)$.

U სიმრავლეს აღწერს განტოლება ან უტოლობა (და სხვა) რომელიც სისტემის სხვადასხვა პარამეტრს აკავშირებს ერთმანეთთან.

სამართავი ობიექტისათვის მათემატიკური (ან სხვა ტიპის) მოდელის შესაქმნელად აუცილებელია ობიექტების პარამეტრების აღწერა (სისტემის მდგომარეობის აღმწერი პარამეტრები, სამართავი პარამეტრები, პარამეტრები რომელთა არსებობა სისტემაზე ზეგავლენას ახდენს, მაგრამ მათზე ზემოქმედების საშუალება არ გაგვაჩნია), მათი ბუნების განსაზღვრა (დეტერმინრებული, შემთხვევითი და დაუდგენელი), განზომილების დადგენა (სასრულგანზომილებიანი ან უსასრულოგანზომილებიანი პარამეტრები). ეს პროცესი საშუალებას გვაძლევს განვსაზღვროთ აპროქსიმაციის ხარიხსი და შესაბამისად, მოდელის სირთულე. ამ პროცესის დროს დგინდება ობიექტის ადეკვატურობის საწყისი ფაზა. პარამეტრის მოპოვების რამდენიმე ხერხი არსებობს: სიტყვიერი აღწერა, უშუალო გაზომვა, არაპირდაპირი გაზომვა, პარამეტრთა იდენტიფიკაციის მეთოდი და სხვა.

მიზნის ფუნქცია ანუ კრიტერიუმი განსაზღვრავს მართვის ხარისხს და მართვის პროცესის აუცილებელი ატრიბუტია. მათემატიკური თვალსაზრისით შეიძლება იყოს: ერთ ან მრავალ პარამეტრზე დამოკიდებული, წრფივი ან არაწრფივი (ინტეგრალური), ერთ ან მრავალ განზომილებიანი, ვექტორული; შინაარსობრივი თვალსაზრისით მისი მახასიათებლებია: სწრაფქმედება, ეკონომიურობა, მსხვერპლის რაოდენობა, მატერიალური ზარალი, გარემოს დაბინძურება, წინასწარ ცნობილ სიტუაციასთან მიახლოება და სხვა. მიზნის ფუნქციები დამოკიდებულია სისტემის ცვლადებზე, ხოლო მნიშვნელობებს ღებულობენ ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლიდან, რაც იძლევა მართვის სხვადასხვა ვარიანტის შედარების შესაძლებლობას.

შეზღუდვები შეიძლება სამართავ პარამეტრებსაც შეეხოს (მისი არარსებობის შემთხვევაში უმთავრესად გამოიყენება ტრადიციული ოპტიმიზაციის მეთოდები, ვარიაციული აღრიცხვისა და სხვა) რაც ძირითადად არის: - გარკვეული წესით აღწერილი სიმრავლეები, - უტოლობები, - განტოლებები და სხვა.

ყოველივეს გათვალისწინებით ობიექტების მათემატიკურ მოდელთა კლასიფიკაცია შეიძლება წარმოვადგინოთ შემდეგნაირად: ობიექტის არჩევის ანუ მოდელის შერჩევისას მხედველობაში უნდა მივიღოთ ერთი მხრივ ობიექტის ასახვის

სრულყოფილება (ადეკვატურობა) და მეორე მხრივ მისი სიმარტივე (რეალურის აპროქსიმაციის დონე) ისე, რომ ურთიერთკომპრომისის საფუძველზე დავიდეთ პრაქტიკულად გამოყენებად შემთხვევამდე. მოდელები განიხილება დეტერმინირებული, სტოქასტიკური და ისეთი, როდესაც ობიექტის შესახებ არ არის სრული ინფორმაცია. დეტერმინირებული მეთოდით წარმოვადგენთ ძირითადად ორგანიზაციული ხასიათის სამართავ ობიექტებს, სადაც გამოყენებულია მთელრიცხვა პროგრამირების, სიტუაციური მართვის პრინციპი, კომბინატორიკის, წრფივი და დინამიური პროგრამირების, აგრეთვე ოპტიმიზაციის სპეციალური პირობების საშუალებით სამართავი პარამეტრების (ფუნქციების) განსაზღვრასა და პროგნოზირებას. ისინი ვრცელდება ალგებრულ, ჩვეულებრივ და კერძოწარმოებულიან დიფერენციალური განტოლებებით წარმოდგენილ მოდელებზე.

სტოქასტური მოდელი გამოიყენება იმ შემთხვევაში, სადაც დეტერმინირებული წესით წარმოდგენილი სისტემა არ აკმაყოფილებს ადეკვატურობის მოთხოვნებს. განიხილება სტოქასტური რეგრესული, ავტორეგრესული და შერეული მოდელები.

აღვნიშნოთ:

- ობიექტები, სადაც უნდა გაიგზავნოს სამაშველო ჯგუფები s-ით, $s=1,2,\dots S$ (ობიექტის ნომერი გაიგივებულია მის მისამართთან);
- სამაშველო-ავარიული ჯგუფის ტიპი (მეხანძრეები, სამედიცინო ბრიგადები, ქიმიური დაცვის ბრიგადები, ალპინისტები, ბრიგადა საინჟინრო სამუშაოებისათვის და სხვა) $k=1,\dots,K$, სადაც $K\subset K^{II}$;
- R_S^k -ით აღნიშნულია ის რესურსი k ტიპის ავარიულ-სამაშველო ბრიგადების სახით, რომელიც საჭიროა S- ობიექტების სს-ის შედეგების ლიკვიდაციისათვის;
- $d=1,\dots.D$ არის სამაშველო-ავარიული ჯგუფების დისლოკაციის პუნქტები (აქაც, d –ს ნომერი შეესაბამება მის მისამართს);
- E_d^k არის k-ტიპის ბრიგადის რაოდენობა d დისლოკაციის ადგილას;
- $\left|W_{ds}^T\right|$ - არის მატრიცა, რომელიც ათანხმებს დისლოკაციის (d) და დანიშნულების პუნქტებს (S), T ტიპის ტრანსპორტისათვის $(t=1,\dots,T,\ T\subset T^{II}\ );$
- R^{Tk} -რესურსი, T ტიპის სატრანსპორტო საშუალებათა რაოდენობაზე k ტიპის ერთი სამაშველო-ავარიული ბრიგადის გადასაყვანად;
- t_{ds}^{Tk} -დროის (პესიმისტური) მაჩვენებელი, რომელიც საჭიროა k ტიპის ერთი სამაშველო-ავარიული ბრიგადის, T ტიპის ტრანსპორტით d დისლოკაციის ადგილიდან S -დანიშნულების (სს-ის) ადგილას გადასაყვანად.
- $G_{ds}^{Tk}=\begin{cases}1- & \text{თუ რეალიზებულია d დისლოკაციის ადგილიდან s-სს-ის ობიექტამდე k-} \\ & \text{ტიპის სამაშველო ავარიული ბრიგადის T ტიპის ტრანსპორტით გადაყვანა} \\ 0- & \text{წინააღმდეგ შემთხვევაში}\end{cases}$
- R_{ds}^{Tk} -რესურსი, k-ტიპის სამაშველო ავარიული ბრიგადების რაოდენობა, რომელიც

T ტიპის ტრანსპორტით გადაყავს d დისლოკაციის ადგილიდან S სს-ის (დანიშნულების) ადგილამდე.

$$J = J(d, s, k, T, t_{ds}^{Tk}, G_{ds}^{Tk})$$

$$J(d^*, T^*, t_{ds}^{Tk^*}, G_{ds}^{Tk^*}) = \min_{\forall G_{ds}^{Tk}} \max_{d} \left(\max_{\{d,k,T\}} \left\{ t_{ds}^{Tk}, G_{ds}^{Tk} \right\} \right)$$

დავუშვათ $S = \overline{1,3}$ სს-ის ფიქსირების ადგილებია (ახალსოფელი, ტყისპირეთი, ნიკორა), $d = \overline{1,6}$ -რესურსები:

d=1 (1 - საბარგო მანქანა(5 ცალი), 2-ავტობუსი (1 ცალი), 3-ამწე(1 ცალი))

d=2 (4 - ვერტმფრენი (3 ცალი), 5-თვითმფრინავი ЯК-40 (1 ცალი))

d=3 (2- საინჟინრო სამ. ბრიგადა (5 ცალი), 3 მიწის სამუშაოებისთვის (3))

d=4 (1- მეხანძრეები (5 კაცი))

d=5 (4- სამედიცინო (2 ცალი))

d=6 (საავადმყოფო 4 სამედიცინო ბრიგადა (6 ცალი))

ავარიული სამაშველო ბრიგადები *(k)*	სატრანსპორტო საშუალებები *(T)*
კლასიფიკატორი	კლასიფიკატორი
1-მეხანძრეები	1-საბარგო მანქანა
2-საინჟინრო სამუშაოების ბრიგადა 10 კაცი	2 – ავტობუსი
3- მიწის სამუშაოსათვის სპეც.ტექნიკა და ბრიგადა	3-ამწე
4-სამედიცინო	4-ვერტმფრენები
5-ქიმიური დაცვის	5-თვითმფრინავები ЯК-40
6-ალპინისტ მაშველთა ჯგუფი	
7-წყალზე მაშველთა ჯგუფი	

იხილეთ სურ.1.

საჭირო რესურესების მატრიცა R_s^k , რომელიც დგინდება სს-ის მოხდენის შემდეგ ზარალისა და მსხვერპლის პროგნოზირებების შედეგად (იგი შეიძლება მოგვიანებით დაზუსტდეს)

R_s^k	1	2	3	4	5	6	7	k
1	2	0	1	0	0	0	0	
2	0	3	0	0	0	0	0	
3	1	0	2	0	0	0	0	
S								

ნიშნავს: ახალსოფელს სჭირდება 2 (ცალი) მეხანძრეთა ავარიული ბრიგადა და 1 (ცალი) მიწის სამუშაოების სპეცტექნიკა; ტყისპირეთს სჭირდება 3 (ცალი) საინჟინრო-სამუშაოების ბრიგადა; ნიკორას სჭირდება: 1 (ცალი) მეხანძრეთა ავარიული ბრიგადა და 2 (ცალი) მიწის სამუშაოების სპეცტექნიკა.

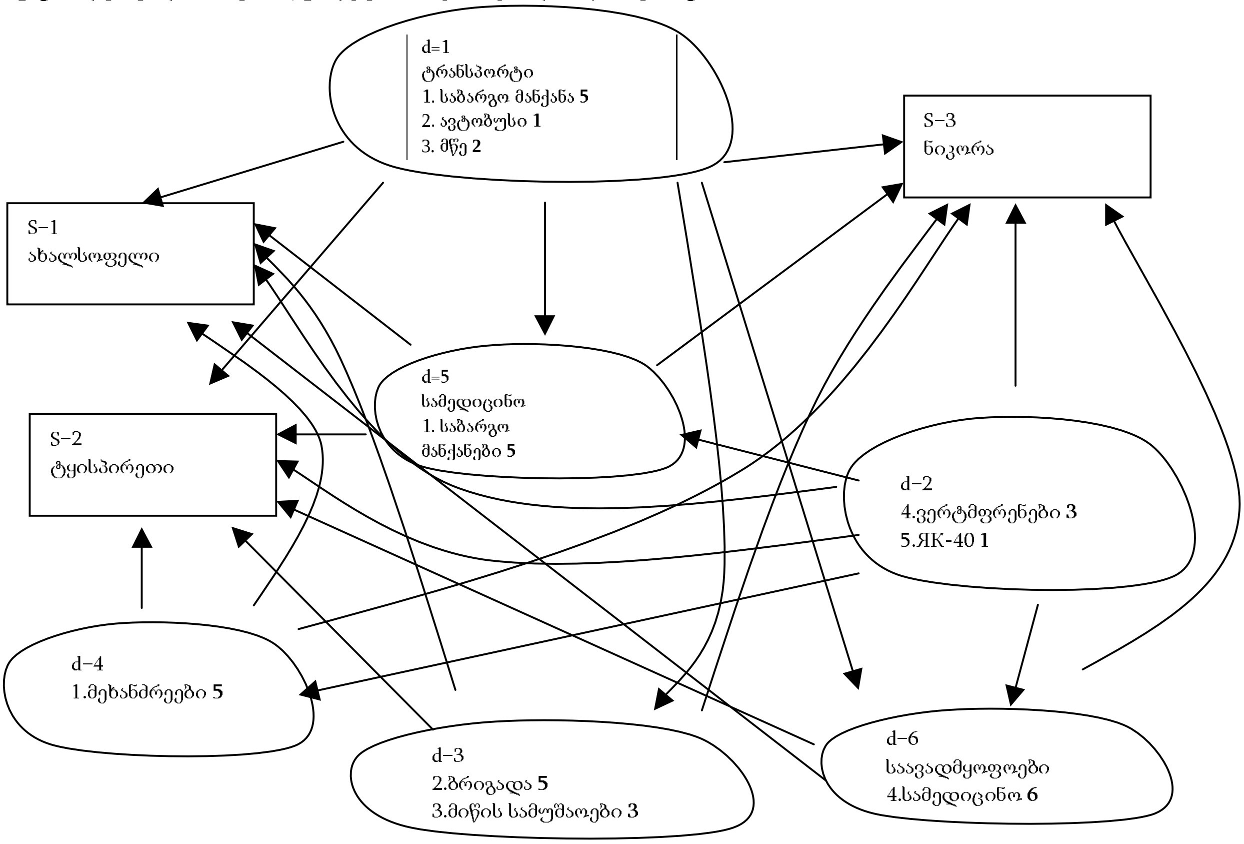
ვადგენთ რესურესების მატრიცებს E_d^k , T_d^T :

E_d^k	1	2	3	4	5	6	7	k
1	0	0	0	0	0	0	0	
2	0	0	0	0	0	0	0	
3	0	5	3	0	0	0	0	
4	5	0	0	0	0	0	0	
5	0	0	0	2	0	0	0	
6	0	0	0	4	0	0	0	
d								

T_d^T	1	2	3	4	5	T
1	5	1	1	0	0	
2	0	0	0	3	1	
3	0	0	0	0	0	
4	0	0	0	0	0	
5	0	0	0	0	0	
6	0	0	0	0	0	
d						

შემდგომ შევადგენთ დროით მატრიცებს $t_{ds}^{Tk} = \begin{pmatrix} t_{11}^{Tk} \; t_{12}^{Tk} \; .... \; t_{13}^{Tk} \\ .... \\ .... \\ t_{61}^{Tk} \; t_{62}^{Tk} \; .... \; t_{63}^{Tk} \end{pmatrix}$

თითოეული t_{ij}^{Tk} მატრიცის ელემენტი თავად წარმოადგენს მატრიცას სხვადასხვა *T, k*-ის მნიშვნელობისათვის (სასრული რაოდენობის). ამის შემდეგ შეგვიძლია ვცადოთ შევარჩიოთ ყველა ვარიანტი საჭიროების მატრიცის დაკმაყოფილებისათვის და მათგან საუკეთესოს მივიჩნევთ ამოხსნის შედეგად. ჩამოყალიბებული ამოცანა კვალიფიცირდება, როგორც კომბინატორული ტიპის ამოცანა. იგი შეიძლება ამოიხსნას პირდაპირი გადარჩევის მეთოდით. გასათვალისწინებელია რომ აღნიშნულის რეალიზაციისათვის აუცილებელია შეზღუდვების გათვალისწინებაც:



სურ. 1. S-ობიექტების და d-სამაშველო ჯგუფების დისლოკაციას შორის კავშირების ბოკ-სქემა

- მიწოდების პუნქტში მოთხოვნის მოცულობა უნდა იყოს დისლოკაციის ბაზაში არსებული რესურსების ჯამზე ნაკლები.
- დისლოკაციის პუნქტში სატრანსპორტო საშუალებათა რაოდენობა და სახეობები უნდა იყოს მეტი, ვიდრე ეს დანიშნულების ადგილზე სამაშველო ავარიული ბრიგადებისა და ტექნიკის გადაყვანას სჭირდება.
- დისლოკაციის ბაზაში ძალებისა და საშუალებების არსებობა.
- სატრანსპორტო საშუალებათა მიღწევადობაზე, დანიშნულების ადგილებში
-ყველა მონაწილე ცვლილებების მთელრიცხვიანობაზე.

აღნიშნული შეზღუდვები შემდეგნაირად ჩაიწერება:

$$\sum_{t=1}^{T}\sum_{d=1}^{D} R_{ds}^{Tk} G_{ds}^{Tk} \ge R_S^k, \quad s=1,.....S, \quad k=1,......,K$$

$$\sum_{S} R_{ds}^{Tk} n_{ds}^{Tk} G_{ds}^{Tk} \le R_d^{Tk}, \; d=1,...D, \; t=1,...T, \; k=1,...K$$

$$\sum_{t=1}^{T}\sum_{s=1}^{S} R_{ds}^{Tk} G_{ds}^{Tk} \le R_d^k \qquad d=1,...., D; k=1,...., K;$$

G_{ds}^{Tk}, (d,s) წყვილისთვი ს

$R_{ds}^{Tk} \in \{0,1,2,......\}$

ამოცანა შეიძლება შეიცვალოს ანალოგიური ამოცანით (მათემატიკური თვალსაზრისით) თუ სს-ის ადგილას აღმოჩნდა მსხვერპლი, რომელსაც გადაადგილების საშუალება არ გააჩნია და საჭიროა მისი ევაკუაცია (სასწრაფო) ტრანსპორტით წინასწარ გამზადებულ დროებით ან მუდმივ ჰოსპიტალსა ან საავადმყოფოში. ამ შემთხვევისთვის ფუნქციონალი იქნება ევაკუაციისათვის განკუთვნილი დროის მინიმიზაცია. იგივე ამოცანებს შეიძლება მივუდგეთ მინიმალური დანახარჯების თვალსაზრისით, ამ შემთხვევაში მიზნის ფუნქცია მიიღებს სახეს:

$$\min_{\forall FG_{ds}^{Tk}} \left(\max_{S} \left(\max_{\{d,k,T\}} \left\{ F_{ds}^{Tk} FG_{ds}^{Tk} \right\} \right) \right),$$ სადაც F_{ds}^{Tk} არის ხარჯი, რომელიც საჭიროა k ტიპის სამაშველო-ავარიული ჯგუფის d დისლოკაციის ადგილიდან S ობიექტზე T ტიპის ტრანსპორტით გადასაყვანად, ხოლო

$$FG_{ds}^{Tk} = \begin{cases} 1 & \text{როდესაც } F_{ds}^{T_k} \text{ რეალიზებადია} \\ 0 & \text{წინააღმდეგ შემთხვევაში} \end{cases}$$

საინტერესოა შემთხვევა, როდესაც სუპერვიზორული პროგრამა გადაწყვეტს სს-ის ობიექტის დისლოკაციის ადგილის შეცვლის ამოცანას იმ შემთხვევაში, როდესაც A ტიპის ალგორითმების ანალიზის საფუძველზე, სახელმწიფოს რომელიმე რეგიონი ჩაითვლება განსაკუთრებული ყურადღების ობიექტად. რა თქმა უნდა დისლოკაციის შეცვლის გარდა დაიწყება ყველა იმ ალგორითმის ამუშავება რომელიც უზრუნველყოფს გაზრდილი რისკის შემცირებას და სს-ის თავიდან აცილებას.

შესაძლებელია აგრეთვე გამოყენებულ იქნეს მართვის პრინციპი სცენარის გამოყენებით თუ ასეთი სცენარის შედგენა მოხდება ორგანიზაციის განკარგულებაში არსებული მატერიალურ-ტექნიკური და საფინანსო-საკადრო ბაზაზე დაყდნობით ანუ

(T'', F'', J'', K'') მატრიცების ბაზაზე. ეს შემდეგნაირად ხდება: მონაცემების შესახებ ობიექტიდან მიღებული ინფორმაციის საშუალებით უნდა მოხდეს სიტუაციის იდენტი-ფიკაცია ანუ უნდა დადგინდეს საჭიროების მატრიცა, შემთხვევის რეგიონში (ობიექტზე) J სხვადასხვა ტიპის სამაშველო ბრიგადების მოწვევის თაობაზე, ასეთი მატრიცის რაოდენობა იქნება სასრული, ვინაიდან ის ელემენტები, რომლებიც მათ ქმნიან (სხვადასხვა კომბინაციები) სასრულოა. მაშინ, თუ ყოველი სიტუაცია შეესაბამება $C_m^{(i,j)}$, ასეთ სიტუაციათა ერთობლიობა ქმნის Cსიმრავლეს:

$$C \stackrel{\Delta}{=} (C_1^{(i,j)}, \ldots, C_{m^*}^{(i,j)})$$

ე.ი. სს-ის შედეგების შესუსტებისა და ლიკვიდაციისთვის გამიზნულ ქმედებათა გეგმის მისაღებად ამოიხსნება სიტუაციის გარკვევისა (იდენტიფიკაციის) და შესაბამისი სცენარიის ამორჩევის ამოცანა. $C_k^{(i,j)}-$ის ამორჩევა (იდენტიფიკაცია) ხდება იმ პარამეტრების საშუალებით, რომელიც მიიღება უშუალო ობიექტიდან:

$$C_k^{(i,j)} = f(y_1, \ldots\ldots, y_k, \ldots\ldots)$$

სადაც $y_1, \ldots . y_k, \ldots .$ არის პარამეტრები რომლებიც აღწერს მომხდარი სს-ის მასშტაბებს, სახეობას, სირთულეს და ა.შ.

განვიხილოთ სტოქასტიკური მართვადი სისტემების სიმრავლე:

$$\eta = \left\langle X, U, Y, \left\{\Pi_n^A\right\}, \left\{C_n^A\right\}\right\rangle,$$

სადაც $X \subseteq R^n$ მატრიცების სიმრავლეა,

$U \subseteq R^m$ შემავალი ზემოქმედება,

$Y \subseteq R^N$ შემავალი სიგნალები და ორი ოჯახი პირობითი ალბათობების (მაგა-ლითად X მდგომარეობაში გადასვლის წესი და Y შემავალ სიგნალებში დაკვირვების წესი)

$$\Pi_n^A(\bar{x}^{n-1}, \bar{u}^n) \stackrel{\Delta}{=} \Pi\left\{\bar{x}_n \in A \subseteq X \mid \bar{x}^{n-1}, \bar{u}^n\right\}$$

პირობითი ალბათობა განიმარტება როგორც, ალბათობა, რომ სისტემა აღმოჩნდება $A \subseteq X$ მდგომარეობათა სიმრავლეში დროის **n** მომენტისათვის, იმ პირობით, რომ ამ მომენტამდე იგი (სისტემა) იმყოფებოდა

$(\bar{x}_0, \bar{x}_1, \ldots, \bar{x}_{n-1}) \stackrel{\Delta}{=} \bar{x}^{n-1}(\bar{x}_t \in X, t = 0, \ldots, n-1)$ და ამასთან გამოყენებული იყო მართვების

$(\bar{u}_1, \bar{u}_2, \ldots, \bar{u}_{n-1}) \stackrel{\Delta}{=} \bar{u}^{n-1}(\bar{n}_t \in U, t = 1, \ldots, n-1)$

ხოლო $\bar{x}_{n-1}$ მდგომარეობიდან სისტემა $\bar{x}_n \in A$ მდგომარეობაში გადავიდა $\bar{u}_n \in U$ მართვის საფუძველზე.

ანალოგიურად:

$$C_n^A(\bar{x}^n, \bar{u}^n) \stackrel{\Delta}{=} P\left\{\bar{y}_n \in A \subseteq Y \mid \bar{x}^{n-1}, \bar{u}^n\right\}$$

ნიშნავს შემავალი სიგნალის y_n $(y_n \subseteq Y)$ დაკვირვების პირობით ალბათობას დროის **n** მომენტისათვის ფიქსირებული წინა ისტორიით $\bar{x}^n, \bar{u}^n . \eta$ სიმრავლიდან ჩვენი

ობიექტების რეალური აღწერისა და გამოყენების თვალსაზრისით განვიხილავთ მხოლოდ $\eta_0 \subseteq \eta$ სტაციონარული პარამეტრებიდან წრფივ სისტემებს, რომელთათვისაც $\{\Pi_n^*\}$ და $\{C_n^A\}$ დინამიური მახასიათელები წარმოისახებიან, როგორ სტოქასტიკური სასრულსხვაობიანი განტოლებები.

$$\bar{x}_n = A\bar{x}_{n-1} + B_x \bar{u}_n + \bar{\xi}_n, \quad \bar{x}_0 = \hat{\bar{x}}_0$$
$$\bar{y}_n = H\bar{x}_n + B_y \bar{u}_n + \bar{v}_n,$$

სადაც

$A \in R^{N*N}$, $B_x \in R^{N*M}$, $H \in R^{L*M}$, $B_y \in R^{L*M}$ მუდმიველემენტებიანი მატრიცე-ბია, ხოლო $\{\xi_n\}\{v_n\}$ შემთხვევითი ვექტორების მიმდევრობებია $\bar{\xi}_n \in R^n, \bar{v}_n \in R^L$ სრულ ალბათურ (Ω, F, P) სივრცეში. ξ_n არის შეშფოთება (ხარვეზი), რომელიც მოქმედებს სის-ტემაზე $\bar{x}_{n-1} \in X$ მდგომარეობიდან $\bar{x}_n \in X$ მდგომარეობაში გადასვლისას. $\bar{u}_n \in U, v_n$ არის სისტემის ხარვეზი გამოსასვლელზე n მომენტში. ორი უკანასკნელი განტოლე-ბიდან პირველი შეიძლება მივიჩნიოთ სისტემის მდგომარეობის განტოლებად, ხოლო მეორე - მდგომარეობაზე დაკვირვების განტოლებად. ეს განტოლებები შეიძლება ასე გამოვსახოთ:

$$x_n = \sum_{i=1}^{N_x} a_i x_{n-i} + \sum_{l=0}^{M_n} b_l u_{n-1} + \xi_n^x,$$
$$y_0 = h_0 x_n + v_n \qquad (n = 1, 2, ...)$$

სადაც

$$x_n, y_n, \xi_n^x, u_n, v_n \in R^1, \quad a_i (i = 1,...N_x), b_l (l = 0,....M_n), h_0 = const,$$
$$\bar{x}_n = \left(x_n, ..., x_{n-N_x+1}\right)^T, \bar{u}_n = (u_n, ..., u_{n-M_n})^T, \bar{\xi}_n = (\xi_{n,}^x 0, ...0)^T \in R^{N_x+1},$$
$$\bar{v}_n = v_n \in R^1, H = \left(h_0, 0, ...0\right)^T \in R^{1*(M+1)}, B_y = 0, N = N_x, M = M_u + 1, L = 1$$
$$A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & ... & ... & a_{N_x} \\ 1 & 0 & ... & ... & 0 \\ 0 & 1 & ... & ... & 0 \\ 0 & 0 & ... & ... & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} b_0 & b_1 & ... & ... & b_{M_u} \\ 0 & 0 & ... & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & ... & ... & 0 \end{pmatrix}$$

ხოლო ამ უკანასკნელიდან ვიღებთ სისტემის განტოლებას, რომელიც მოიცავს ყველა ტიპის ობიექტს, რომელიც შეიძლება გამოვიყენოთ A ტიპის ალგორითმები-სათვის.

$$y_n = Z_n^T C^* + \xi_n,$$

სადაც

$$C^{*} \stackrel{\Delta}{=} (a_1,....,a_{N_x};h_0b_0,....,h_0b_{M_u})^T \in R^{N_x+M_u+1}$$

$$Z_n \stackrel{\Delta}{=} (y_{n-1},....,y_{n-N_x};u_n,.....,u_{n-M_u}) \in R^{N_x+M_u+1}$$

$$\xi_n \stackrel{\Delta}{=} h_0\xi_n^x - \sum_{i=1}^{N_x} a_i v_{n-i} - v_n$$

ეს უკანასკნელი გვაძლევს:

- რეგრესული ტიპის ობიექტების (სტატიკური ობიექტები) წარმოდგენას თუ $a_i \equiv 0, \quad (i=1,.....N_x)$

- ავტორეგრესული ტიპის ობიექტებს (დინამიური ობიექტები) თუ $b_l \equiv 0, \ (l=0,.....M_u)$

- შერეული ტიპის ობიექტები თუ კოეფიციენტებზე არ ვრცელდება განხილული პირობები.

ეს მოდელები შეიძლება გამოყენებული იქნეს პროგნოზირებისათვის, ანალიზისა, და მართვისათვის. განტოლებაში მოცემულ სიდიდეთა და კოეფიციენტთა მნიშვნელობების განსაზღვრა ხდება ყოველი კონკრეტული პროცესებისათვის იმ დაკვირვების საფუძველზე, რაც ხელიმისაწვდომი იქნება. ამ პროცესს პარამეტრების შეფასების პროცეს ეწოდება, რომელიც შეიძლება ასე წარმოვადგინოთ: ვთქვათ, ცნობილია ობიექტის მონაცემები (დაკვირვების შედეგები) $\left(y_1,Z_1;y_2,Z_2;.....y_n,Z_n\right) \stackrel{\Delta}{=} (y^n,z^n)$ შევადგინოთ C_n შეფასებათა მიმდევრობა (რაიმე წესით, რომლის კონკრეტული სახე განსაზღვრავს ალგორითმს)

$$C_n = c_n(y^n,Z^n)$$

რომელიც n-ის დიდი მნიშვნელობისათვის რაიმე აზრით მიისწრაფის C^*–სკენ.

ერთ-ერთი ოპტიმალური რეკურენტული ალგორითმი კოეფიციენტებთა შეფასებისათვის შეიძლება წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით:

$$C_n = C_{n-1} + \Gamma_n \varepsilon_n Z_n$$

$$\Gamma_n = \Gamma_{n-1} - \frac{\Gamma_{n-1} Z_n Z_n^T \Gamma_{n-1}}{1 + Z_n \Gamma_{n-1} Z_n}$$

$$\Gamma_0 = \gamma \ \ I$$

γ კოეფიციენტი აირჩევა ისე, რომ უზრუნველყოს ალგორითმის კრებადობა, პირველ ბიჯებზე

$$\varepsilon_n = \varepsilon(\mathrm{Y}_n, C) = \mathrm{X}_n - \tilde{\mathrm{X}}_n = \mathrm{X}_n - C_n^T Z_n$$

ხოლო მიზნის ფუნქციონალი შეიძლება იყოს

$$J(c) = M\{F(\varepsilon(\mathrm{Y}_n, C))\}.$$

კვადრატული ფუნქცია $F(\varepsilon_n) = (\varepsilon_n)^2 = \frac{1}{2}(\mathrm{X}_n - \tilde{\mathrm{X}}_n)^2$.

განვიხილოთ სს-ისათვის მეტად აქტუალური უწყვეტი (ტექნოლოგიური) პროცესების მათემატიკური მოდელები მისი შემდგომი გამოყენების მიზნით. მართვისა და პროგნოზირების თვალსაზრისით საქართველო მდიდარია ჰიდრორესურსებით (მდინარეები, კაშხლები, ტბები, სარწყავ-მელიორაციული არხები და სხვა). წარმოვადგინოთ მდინარეში წყლის ხარჯის ფორმალიზებული მოდელი, იგი მეტად რთული პროცესია, რომელიც მოიცავს მნიშვნელოვანი რაოდენობის პირველად პარამეტრებს და,

აგრეთვე დამახმარე პარამეტრებს, ისეთებს, როგორიცაა ნალექების რაოდენობა, მიწისქვეშა წყლების დონე და მდინარის აუზის გეომორფოლოგიური მახასიათებლები. ასეთი პროცესის დეტერმინირებული მოდელი არ გამოდგა ზუსტი ხარჯზე დამოკიდე-ბული პარამეტრების ალბათური ბუნების გამო. დეტერმინირებული მოდელისათვის კოეფიციენტების დაფიქსირებისა და გამოთვლისას ზუსტად უნდა იყოს აღებული ნალექების რაოდენობა და მიწისქვეშა წყლები, რაც პრაქტიკულად შეუძლებელია. აღწერილის გამო მივდივართ სტოქასტიკური სასრულსხვაობიანი განტოლებების გამოყენებაზე, რის საშუალებითაც შევქმნით წყლის ხარჯის დამაკმაყოფილებელ მოდელს. სტოქასტიკური აპროქსიმაციის სასრულსხვაობიანი მოდელი ითვალისწინებს მრავალი წლის განმავლობაში დაგროვილ სტატისტიკას, რომლის ანალიზი ყოველთვის გვაძლევს გარკვეული დასკვნების გამოტანის საშუალებას წყალმრავალი და გვალვიანი წლების განმეორების შესახებ. აგრეთვე წლის განმავლობაში მიღებული მონაცემები გვაძლევს საშუალებას საკმარისი სიზუსტით აღვწეროთ წყლის ხარჯვის პროცესი სტოქასტიკური სასრულსხვაობიანი სხვადასხვა განტოლებით.

ამ განტოლებათა გამოყენება შესაძლებელია ერთი ან რამდენიმე ბიჯით პროგნოზირების დროს (სადაც ბიჯი შეიძლება იყოს ერთი დღე-ღამე, თვე ან წელიწადი და ჩვენზეა დამოკიდებული). ასეთი პროგნოზი საჭიროა სს-ის შექმნის თავიდან ასაცილებლად კაშხლების, სასოფლო-სამეურნეო ნათესებისა და სხვა დანიშნულების ობიექტებთან მუშაობის დროს როგორც წყალდიდობის, ისე გვალვების თვალსაზრი-სით. სინთეზირებულ მონაცემთა გამოყენებით ვღებულობთ იმიტირებულ რიცხვებს, რომელთაც იგივე სტატისტიკური მონაცემები აქვთ, რაც რეალური ობიექტიდან მოხსნილ მონაცემებს (მათემატიკური მოლოდინი, დისპერსია, და სხვა)

$$y(k,i) = A_0 + \sum_{j=1}^{m_1} A_j y(k,i-j) + \sum_{j=1}^{m_2} A_{j+m_1} \omega(k,i-j) + \omega(k,j)$$

სადაც $\{\omega(\cdot)\}$ არის არაკორელირებული (დამოუკიდებელი) შემთხვევითი სიდიდე, რომლისთვისაც ალბათური მახასიათებლები ცნობილია, რის მიხედვითაც ვახდენთ მის მანქანურ მოდელირებას.

მახასიათებლების პერიოდულობის თავიდან ასაცილებლად თვეების მიხედვით გამოიყენება ნორმირების ორი ხერხი:

$$\widetilde{Y}_1(k,i) = \frac{Y(k,i) - \overline{Y}(i)}{\overline{\sigma}(i)}$$

$$\widetilde{Y}_2(k,i) = Y(k,i) - Y_F(i)$$

პირველი შემთხვევის დროს საშუალო თვიურ ხარჯს i-ურ თვეში უტოლდება მრავალი წლის საშუალო მნიშვნელობა, ხოლო სხვაობა იყოფა $\overline{\sigma}(t)$ სტანდარტულ გადახრაზე წყლის ხარჯის i-ურ თვეში. მეორე შემთხვევაში $Y_F(i)$ არის ფურიეს ანალიზის შედეგი $y(k,i)$ სიდიდისათვის.

მოვიყვანთ კიდევ ერთ ვარიანტს, სადაც $y(t)$ არის წყლის ხარჯი t-ურ თვეში, მაშინ

$$Y(t) = \sum A_j Y(t-1) + \Psi(t+1) + v(t),\ v(t) = \varphi(t).\omega(t)$$

$$\Psi(t) = F_0 + \sum_{j-1}^{m_5} (F_{m_1+2j-1} Cos\omega_j t + F_{m_1+2j} Sin\omega_j t)$$

$$\Psi(t) = G_0 + \sum_{j-1}^{m_3} (F_{2j-1} Cos\omega_j t + G_{2j} Sin\omega_j t)$$

სადაც $\omega(\cdot)$ არის დამოუკიდებელ შემთხვევით სიდიდეთა მიმდევრობა ნულოვანი მათემატიკური მოლოდინით და დისპერსიით ρ. $\varphi(\cdot)$ ითვალისწინებს თვიდან თვემდე გასაშუალებულ სიდიდეებს.

ყოველი კონკრეტული გამოყენების შემთხვევაში ხდება კოეფიციენტთა დაზუსტება, მოდელის რიგის შერჩევა და მოდელის შემდგომი გამოყენება პროგნოზირებისა და მართვის საჭიროებისათვის. კოეფიციენტების იდენტიფიკაციისათვის შეიძლება გამოყენებულ იქნეს საშუალო კვადრატული, სტოქასტური აპროქსიმაციის ან სხვა ცნობილი მეთოდი.

სს-ის დროს შესაძლებელია გვქონდეს ისეთი პროცესი, სადაც ინფორმაცია არის არასრული. ამ შემთხვევაში ტრადიციული ოპტიმალური მართვის ამოცანა, რომლის ამოხსნა წარმოადგენს ერთ ოპტიმალურ ფუნქციას (მართვა) იცვლება არატრადიციული შემთხვევით, როდესაც საძიებელია ამოცანის ისეთი ამონახსნი, რომელიც მთელი ამონახსნების ანსაბლისათვის იქნება დამაკმაყოფილებელი (სურ.2). განვიხილოთ ტექნოლოგიური პროცესი, რომელიც აღიწერება დიფერენციალური განტოლებით

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + B(t)u + \omega(t)$$

$x:[0,t] \to R^n$ ფაზური ცვლადებია, $u:[0,t] \to R^p$ სამართავი ფუნქციაა, ხოლო $\omega(t)$ $\omega:[0,t] \to R^n$ შეშფოთებაა.

$$A(t) = \begin{pmatrix} A_{11}(t) & A_{12}(t) & \dots & A_{1n}(t) \\ A_{21}(t) & A_{22}(t) & \dots & An(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{n1}(t) & A_{n2}(t) & \dots & A_{nn}(t) \end{pmatrix}$$

მატრიცა, რომლის კოეფიციენტები დროზეა დამოკიდებული, ცნობილი ფუნქციაა (თუ მათი მნიშვნელობები არაა ცნობილი, მაშინ საჭიროა სპეციალური საიდენტიფიკაციო მეთოდების გამოყენება).

$$B(t) = \begin{pmatrix} B_{11}(t) & B_{12}(t) & \dots & B_{1p}(t) \\ B_{21}(t) & B_{22}(t) & \dots & B_{2p}(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{n1}(t) & B_{n2}(t) & \dots & B_{np}(t) \end{pmatrix}$$

მატრიცის ელემენტები ცნობილი ფუნქციებია $A(t), B(t) \in C$.

თუ $t = t_0$, საწყისი მონაცემები $x(t_0) = x^0, u = u(t)$ აგრეთვე თუ ამოცანას შევავსებთ მიზნის ფუნქციით, მაშინ მივიღებთ ოპტიმიზაციის კლასიკურ ამოცანას,

მაგრამ, თუ $X^0 \in X$,

სადაც X^0 ამოზნექილი სიმრავლეა $X^0 \subset R$, მაშინ ყოველი t-სათვის

$$X(t;u(.)) = X(t;u(.), X^0) = U\{x(t;u(t), x^0 \mid x^0 \in X^0\}$$

ერთი და იგივე $u(t)$ -ს მიმართ მივიღებთ ტრაექტორიათა სიმრავლეს. უნდა აღინიშნოს, რომ მართვა არის დროის ფუნქცია და იგი განისაზღვრება როგორც პროგრამა.

ვთქვათ M მოცემული ამოზნექილი სიმრავლეა R^n-ში. მართვის მიზანია მოცემულ t_1 მომენტში $X(t;u(.))$ ტრაექტორიათა სიმრავლე მივიყვანოთ M-ის რომელიმე წერტილის ε მიდამოში.

შესაძლებელია განვიხილოთ $u(.) \in \tau$

$$\tau = \{u(.) | u(t) \in P(t)\}$$

$$\tau = \{u(.) | \int_{t_0}^{t_1} \Psi_1(t, u(t))dt \le \mu\}$$

მანძილი ***x*** წერტილიდან *M*-მდე ავღნიშნოთ ***d(x,M)***-ით სადაც

$$d(x, M) = \min\{|x - z| | z \in M\}$$

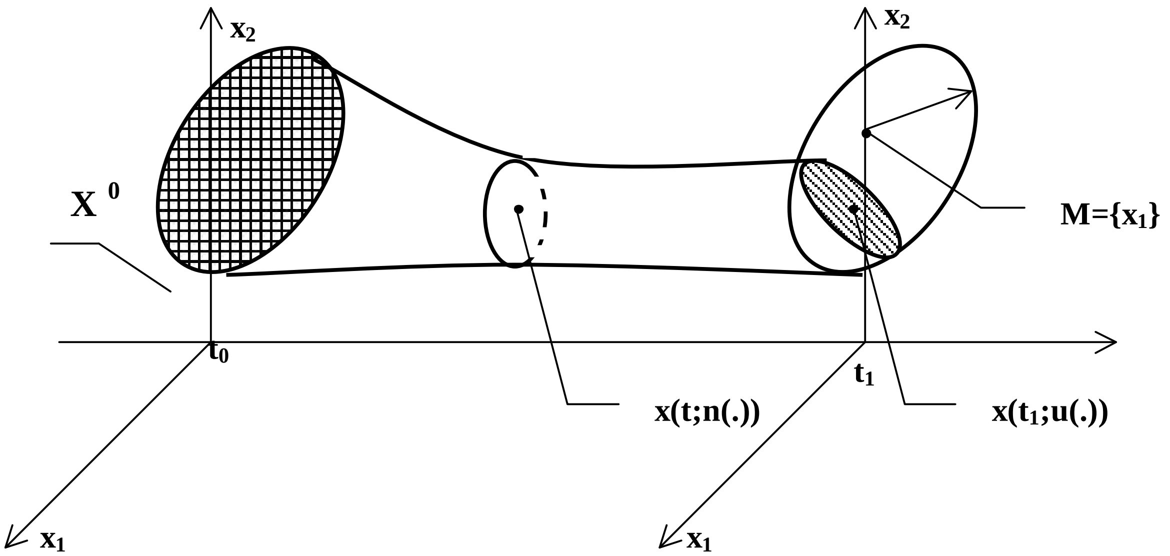
$$M = \{x | d(x, M) \le \varepsilon\}$$

შემოღებული აღნიშვნების გათვალისწინებით U^0 ოპტიმალურმა მართვამ უნდა დააკმაყოფილოს

$$\varepsilon^0 = (u^0(.)) = \max\{d(x, M) | x \in X(t_1; u^0(.))\} =$$

$$= \min_{n(.)} \max_{x} \{d(x, M) | u(.) \in \tau, x \in X(t_1; u(.))\}$$

ანუ $X(t_1; u^0(.)) \le M_{\varepsilon_0}$ $\qquad \varepsilon_0^0 = \min\{ (u(.)) | u(.) \in i\}$



სურ.2 მართვის ამოცანის ამოხსნის გრაფიკული ინტერპრეტაცია

ამ განხილული შემთხვევებით არ შემოიფარგლება იმ ამოცანათა კლასი, რომელსაც ვხვდებით საგანგებო სიტუაციის მართვის ან სს თავიდან აცილების შემთხვევებში. ახლა განვიხილოთ ის ძირითადი სირთულეები, რომლებიც შეიძლება შეგვხვდეს სს-ს მართვისას. გამოვყოთ ისეთები, რომელთა ამოხსნა თანამედროვე მართვის თეორიაში არის პრობლემური და ხშირად შეუძლებელი.

1. მრავალი განზომილება (რამოდენიმე ათასი), რომელიც გარდაუვალ ცდომილებას წარმოქმნის.
2. სხვადასხვა ტიპის ერთდროულად რამდენიმე მიზნის ფუნქციის შემცველი (რომელთა ბუნება ერთმანეთისაგან განსხვავებულია) მართვის ამოცანის გადაწყვეტა
3. შეზღუდვების ნაირსახეობა (წრფივი, არაწრფივი და მათი კომბინაციები).
4. დეტერმინირებული და სტატისტიკური წარმოშობის ობიექტები.

5. მონაცემთა შემოწმებისა და მათი ჭეშმარიტობაზე გამოკვლევის ალგორითმები.

ზემოთ ჩამოთვლილი ყველა პარამეტრი მთავარი პრობლემური (თეორიულადაც და რიცხვითი რეალიზაციის თვალსაზრისითაც) საკითხია. ჩვენ საქმე გვაქვს მათ კომბინაციებთან, რაც საკმაოდ მარტივ შემთხვევაშიც ახალ თეორიულ სირთულეებთან არის დაკავშირებული.

აღსანიშნავია მართვის ამოცანები დამაგრებული ბოლოებით, როდესაც შემოღებულია ცნება სისტემის მდგომარეობების დასაშვები სიმრავლის შესახებ და ყველა ის მნიშვნელობა, რომელიც არ წარმოადგენს აღნიშნული სისტემის ელემენტს შეესაბამება საგანგებო სიტუაციის აქტივობის მოვლენას ერთ-ერთი გამოვლენილი მიზეზით (მიწისძვრა, ხანძარი, აფეთქება, ტერაქტი და სხვა). მართვის ალგორითმის საშუალებით საჭიროა, რომ სისტემის იდენტიფიცირებული მდგომარეობა მართვის ალგორითმის საშუალებით გადაყვანილ იქნეს დასაშვებ სიმრავლეში მიზნის ფუნქციის შესაძლო საუკეთესო მაჩვენებლით, იაფად, ხალხის მინიმალური მსხვერპლით, სწრაფად და სხვა.

სტატია მიღებულია: 2006-03-25