УДК 681.32.06

Нечеткие методы финансового анализа

Теймураз Манджапарашвили
Тбилисский Государственный Университет; 0143, Университетская 2, Тбилиси, Грузия

Аннотация

При управлении финансовыми активами в разных областях экономики (в том числе на предприятиях) будущее неясно из-за того, что управление протекает в условиях неопределенности относительно будущего состояния, самих финансовых активов и их экономического окружения. Задача определения степени риска банкротства является актуальной для всех лиц, заинтересованных положением предприятия - собственников предприятия, руководителя, инвесторов, кредиторов, аудиторов и т.д.

При этом надо отметит, что из уникальности данного конкретного предприятия сразу ясно, что статистической вероятности тут места нет и надо перенести акцент с прогнозирования банкротства (полноценной статистики не может бить) на распознавание сложившейся ситуации с определением дистанции, которая отделяет предприятие от состояния банкротства, и с указанием также соответствующей степени достоверности этого определения. Поэтому пригодным математическим аппаратом для таких исследований представляется не статистика и теория вероятностей, а теория нечетких множеств и нечеткая логика.

В данной работе рассмотрены основанные на этой теории разные математические модели предсказания риска банкротства предприятия, в том числе предложенный автором вариант применения теории статистики нечетких классов. Проводится сравнительный анализ этих моделей на основе реальных финансово-экономических данных двух конкретных предприятий одной отрасли промышленности.

Ключевые слова: *финансовые активы, финансово-экономические показатели, степень риска банкротства, нечеткие множества, теория статистики нечетких классов, субъективные вероятности.*

Введение

При управлении финансовыми активами в разных областях экономики будущее неясно из-за того, что управление протекает в условиях неопределенности относительно будущего состояния и самих финансовых активов и их экономического окружения. Неопределенность порождает риск того, что намеченные цели управления не будут достигнуты. Поэтому задача минимизации риска неэффективного управления в экономике фактически отождествляется с задачей всемерной борьбы с неопределенностью. Для оценки риска принятия решения в условиях неопределенности применяются разные методы. Но в последнее время произошла кардинальная смена подхода к учету неопределенности в задачах финансового менеджмента (да и во многих других областях тоже) – успешно стали применять нечетко-множественные методы. Это привело к появлению качественно новых способов управления финансами.

В этом ряду задача определения степени риска банкротства является актуальной для всех лиц, заинтересованных положением предприятия - собственников предприятия, руководителя, инвесторов, кредиторов, аудиторов и т.д.

В финансовом анализе хорошо известен ряд показателей, характеризующих отдельные стороны текущего финансово-экономического положения предприятия. По ряду показателей существуют нормативы, характеризующие их значения положительно или отрицательно. Но часто при анализе показатели однозначно нормировать невозможно. Это связано со спецификой отраслей экономики, с текущими особенностями предприятия, с состоянием экономической среды и т.д. Тем не менее, заинтересованные лица не довольствуются простой количественной оценкой показателей. Им важно знать, хороши ли эти значения, в какой степени, какая связь количественных значений показателей выделенной группы с риском банкротства. Но показателей много, изменяются они часто разнонаправлено, поэтому при принятии решения удобно привести набор всех исследуемых частных финансовых показателей в один комплексный, по значению, которого можно будет судить о степени благополучия предприятия. При этом надо отметит, что из уникальности данного конкретного предприятия сразу ясно, что статистической вероятности тут места нет и надо перенести акцент с прогнозирования банкротства (полноценной статистики не может быть) на распознавание сложившейся ситуации с определением дистанции, которая отделяет предприятие от состояния банкротства, и с указанием также соответствующей степени достоверности этого определения.

Пригодным математическим аппаратом для таких исследований представляется теория нечетких множеств и нечеткая логика. Чем глубже исследуется предприятие и окружающая экономическая среда, тем больше обнаруживается новых источников неопределенности, дефицит количественных и качественных исходных данных. Везде мы сталкиваемся с неопределенностью, которая в принципе не может быть раскрыта однозначно и четко. Ряд параметров невозможно точно измерить, и тогда в его оценке неизбежно появляется субъективный компонент, выражаемый нечеткими оценками типа "высокий", "весьма ожидаемый" и т.д. Таким образом, дело имеем с лингвистической переменной со своим терм-множеством значений и связь количественного значения некоторого показателя с его качественным лингвистическим описанием задается функциями принадлежности показателя нечеткому множеству. Функции принадлежности параметров нечетким множествам являются количественной мерой наличной информационной неопределенности в отношении анализируемых параметров, значение которых описывается в лингвистически нечеткой форме.

Анализ риска банкротства

Пусть заданы три временных интервала 1,2,3, по которым производится сопоставительный финансовый анализ. Пусть предприятие характеризуется набором N финансовых показателей (вектором финансовых показателей), построенных на основе бухгалтерской отчетности за период. В периоде 1 вектор финансовых показателей таков $(X_1^1, X_2^1, \ldots X_N^1)$, в периоде 2 - $(X_1^2, X_2^2, \ldots X_N^2)$, а в периоде 3 - $(X_1^3, X_2^3, \ldots X_N^3)$. Каждый из показателей X_i^J может быть разбит на подфакторы X_{ik}^{j} (k=1,2, . . .,p; j=1,2, 3). Предполагается, что система показателей (X) достаточна для достоверного анализа состояния предприятия.

Полное множество состояний предприятия A разбито на пять (в общем случае пересекающихся) нечетких подмножеств вида:

A_1 – нечеткое подмножество состояний "предельного неблагополучия ";
A_2 – нечеткое подмножество состояний "неблагополучия";
A_3 – нечеткое подмножество состояний "среднего качества ";
A_4 – нечеткое подмножество состояний "относительного благополучия ";
A_5 – нечеткое подмножество состояний "предельного благополучия ".

Мы можем говорить, что терм-множество лингвистической переменной "Состояние предприятия" состоит из пяти элементов $A_1, \ldots, A_5$, каждому из которых соответствует функция совместимости (принадлежности) $\mu_1(v), \ldots, \mu_5(v)$, где V=V(X) – комплексный показатель состояния предприятия, причем чем выше V, тем “благополучнее“ состояние предприятия. Качественный вид функции $\mu_1(v), \ldots, \mu_5(v)$ представлен на рис.1.

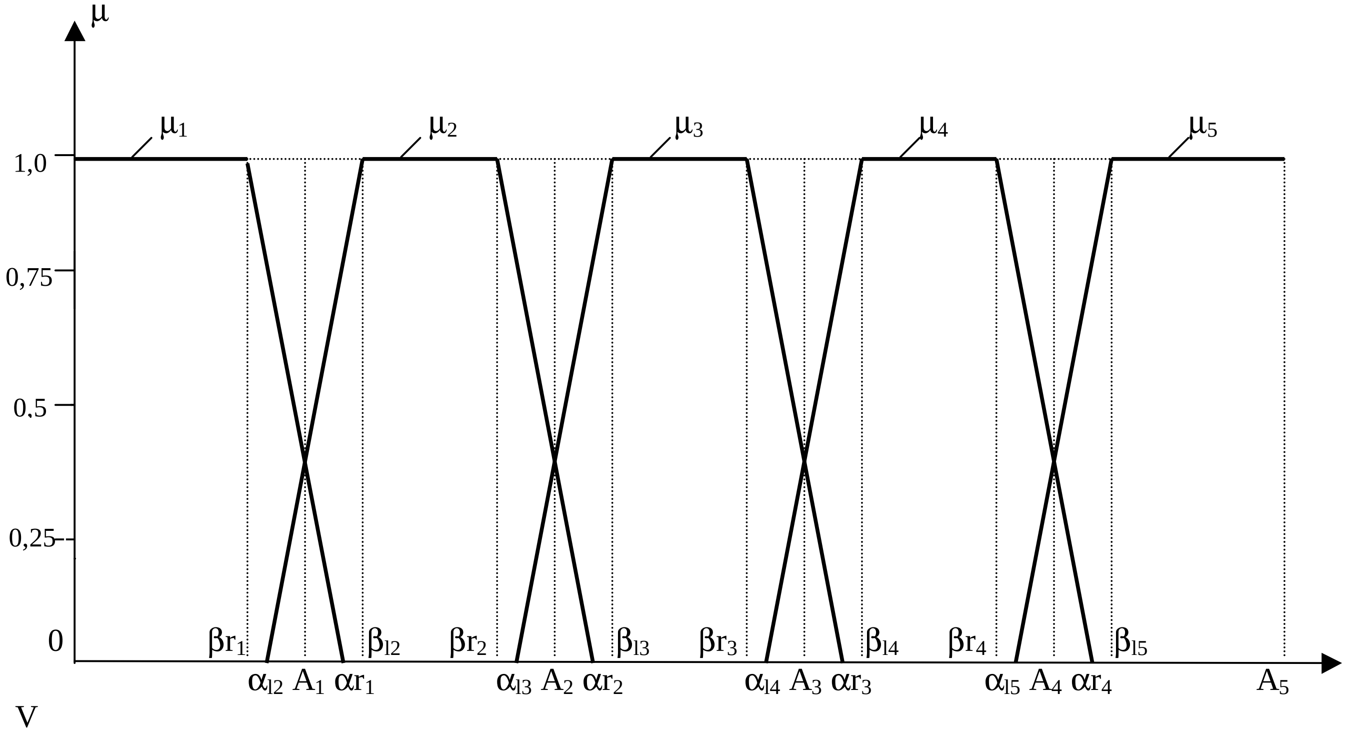

Рис.1. Качественный вид функции совместимости

Чтобы предсказать риск банкротства предприятия методами математической статистики, требуется некая процедура классификации. Но, как мы видим, между описанными пятью классами нет четких границ. По этой причине любые понятия, связанные с понятием состояния предприятия, содержат нечеткость. Поскольку мы имеем дело с нечеткими подмножествами V, то для компактного описания соответствующих функции совместимости (принадлежности) $\mu_1, \ldots, \mu_5$ поставим им в соответствие нечеткие Т-числа $(\alpha_{l1}, \beta_{l1}, \beta r_1, \alpha r_1), \ldots, (\alpha_{l5}, \beta_{l5}, \beta r_5, \alpha r_5)$, где α_l и αr абсциссы левых и правых точек нижнего основания, а β_l и βr абсциссы левых и правых точек верхнего основания трапеции, задающей соответствующую функцию в области с ненулевой принадлежностью носителя соответствующему нечеткому подмножеству.

При желании использовать для оценки риска банкротства предприятия “исторический опыт”, понятие частоты события будет содержать нечеткость, т.е. мы будем иметь дело с нечеткими частотами. Поскольку пределы (в определенном смысле) частот суть вероятности, то определение функций соответствия частот можно провести по известной схеме расщепления вероятностной меры [1]:

$$\tilde{n} = \mu * n, \text{ (т.к. должно в опр. смысле быть } \lim_{N\to\infty} \mu*(n/N) = \mu*P), \qquad (1)$$

где μ - функция соответствия (принадлежности), n – классическая частота, P – классическая вероятность, $\tilde{n}$ – нечеткая частота.

Задача анализа риска банкротства может быть сформулирована следующим образом: определить процедуру, связывающую набор показателей (X) с комплексным показателем V. Тогда используя "исторический опыт", на основе функций $\{\mu\}$ по мере получения значения V конструируется следующее утверждение "Текущее состояние предприятия":

предельно благополучно с уровнем соответствия $\mu_1(V)$,
относительно благополучно с уровнем соответствия $\mu_2(V)$,

среднего качества с уровнем соответствия $\mu_3(V)$,
неблагополучно с уровнем соответствия $\mu_4(V)$,
предельно неблагополучно с уровнем соответствия $\mu_5(V)$.

Это утверждение придает определенный вес каждой из вариантов принадлежности текущего состояния предприятия к одному из нечетких подмножеств {A}. Лицо, которое принимает решение относительно предприятия, может удовлетвориться той гипотезой, для которой значение $\mu(V)$ максимально и качественно оценить состояние предприятия. Определить, улучшилось или ухудшилось состояние предприятия от периода к периоду возможно следующим образом:

если $V_{II}>V_I$, то состояние улучшилось,
если $V_{II}<V_I$, то состояние ухудшилось.

Рассмотрим математическую модель предсказания риска банкротства предприятия на основе теории статистики нечетких классов. Предсказываемый (прогнозируемый) объект это риск банкротства предприятия. Результат предсказания будет представлять собой нечеткое подмножество множества состояний предприятия A, так что требуется дополнительный принцип для получения однозначного (классического) ответа. Мы используем следующий принцип дефазификации:

$$\delta(A_o)=\max_i \delta(A_i) \qquad (2)$$

Введем обозначения для исходных частот n_{ik}^{qj}, где j – обозначает номер периода наблюдений (j=1,2,3), i – номер фактора (номер компоненты вектора $\vec{X}$), (i=1,2,. . .,N), k - номер соответствующего подфактора (k=1,2,. . .,s), q - номер состояния предприятия (q=1,2,3,4,5). Частоты n_{ik}^{qj}- классические частоты, соответствующие четкому разбиению области изменения комплексного показателя финансового состояния предприятия на непересекающиеся классы, производимому экспертом. Это разбиение мы считаем исходным данным нашего анализа, т.е. оно считается заданным. Исходные частоты приведены в таблице 1:

Таблица 1

факторы	подфакторы	n_{ik}^{1j}	n_{ik}^{2j}	n_{ik}^{3j}	n_{ik}^{4j}	n_{ik}^{5j}
X_1^j	x_{11}^j	n_{11}^{1j}	n_{11}^{2j}	n_{11}^{3j}	n_{11}^{4j}	n_{11}^{5j}
	x_{12}^j	n_{12}^{1j}	n_{12}^{2j}	n_{12}^{3j}	n_{12}^{4j}	n_{12}^{5j}
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	x_{1s}^j	n_{1s}^{1j}	n_{1s}^{2j}	n_{1s}^{3j}	n_{1s}^{4j}	n_{1s}^{5j}
X_2^j	x_{21}^j	n_{21}^{1j}	n_{21}^{2j}	n_{21}^{3j}	n_{21}^{4j}	n_{21}^{5j}
	x_{22}^j	n_{22}^{1j}	n_{22}^{2j}	n_{22}^{3j}	n_{22}^{4j}	n_{22}^{5j}
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	x_{2s}^j	n_{2s}^{1j}	n_{2s}^{2j}	n_{2s}^{3j}	n_{2s}^{4j}	n_{2s}^{5j}
…	…	…	…	…	…	…

X_N^j	x_{N1}^j x_{N2}^j $\vdots$ x_{Ns}^j	n_{N1}^{1j} n_{N2}^{1j} $\vdots$ n_{Ns}^{1j}	n_{N1}^{2j} n_{N2}^{2j} $\vdots$ n_{Ns}^{2j}	n_{N1}^{3j} n_{N2}^{3j} $\vdots$ n_{Ns}^{3j}	n_{N1}^{4j} n_{N2}^{4j} $\vdots$ n_{Ns}^{4j}	n_{N1}^{5j} n_{N2}^{5j} $\vdots$ n_{Ns}^{5j}

Благодаря нечеткому определению понятий A_q на четкое разбиение области V накладывается нечеткое разбиение на пересекающиеся нечеткие классы (см. рис. 1). Аналогичное нечеткое разбиение имеет место и для каждого фактора (на s подфакторов).

В силу нечеткости и перекрытия интервалов возникает необходимость вычисления нечетких частот, с помощью которых нужно проводить анализ. Эти нечеткие частоты вычисляются по следующим формулам (формулы приведены для случая нижеприведенного примера q=5 и s=5):

$$
\begin{aligned}
\tilde{n}_{ik}^{1} &= \bar{\mu}_1^1 n_{ik}^1 + \bar{\mu}_2^1 n_{ik}^2, \\
\tilde{n}_{ik}^{2} &= \bar{\mu}_1^2 n_{ik}^1 + \bar{\mu}_2^2 n_{ik}^2 + \bar{\mu}_3^2 n_{ik}^3, \\
\tilde{n}_{ik}^{3} &= \bar{\mu}_2^3 n_{ik}^2 + \bar{\mu}_3^3 n_{ik}^3 + \bar{\mu}_4^3 n_{ik}^4, \\
\tilde{n}_{ik}^{4} &= \bar{\mu}_3^4 n_{ik}^3 + \bar{\mu}_4^4 n_{ik}^4 + \bar{\mu}_5^4 n_{ik}^5, \\
\tilde{n}_{ik}^{5} &= \bar{\mu}_4^5 n_{ik}^4 + \bar{\mu}_5^5 n_{ik}^5,
\end{aligned}
\qquad (2)
$$

(в общем случае i=1,2,. . . ,N; k=1,2,. . . ,s).

Формулы идентичны для любого анализируемого периода j, поэтому в формулах верхний второй индекс не указывается. $\bar{\mu}$ обозначает среднее значение функции совместимости на соответствующем интервале. Сперва приведем формулы для этих функции совместимости, которые имеют вид нечетких Т-чисел:

$$
\mu_1(v) = \begin{cases} 1, v \in [0, \beta_{r1}] \\ \dfrac{1}{\beta_{r1}-\alpha_{r1}} v - \dfrac{\alpha_{r1}}{\beta_{r1}-\alpha_{r1}}, v \in [\beta_{r1}, \alpha_{r1}] \end{cases},
$$

$$
\mu_2(v) = \begin{cases} -\dfrac{1}{\alpha_{l2}-\beta_{l2}} v + \dfrac{\alpha_{l2}}{\alpha_{l2}-\beta_{l2}}, v = [\alpha_{l2}, \beta_{l2}] \\ 1, v = [\beta_{l2}, \beta_{r2}] \\ \dfrac{1}{\beta_{r2}-\alpha_{r2}} v - \dfrac{\alpha_{r2}}{\beta_{r2}-\alpha_{r2}}, v = [\beta_{r2}, \alpha_{r2}] \end{cases},
$$

$$
\mu_3(v) = \begin{cases} -\dfrac{1}{\alpha_{l3}-\beta_{l3}} v + \dfrac{\alpha_{l3}}{\alpha_{l3}-\beta_{l3}}, v = [\alpha_{l3}, \beta_{l3}] \\ 1, v = [\beta_{l3}, \beta_{r3}] \\ \dfrac{1}{\beta_{r3}-\alpha_{r3}} v - \dfrac{\alpha_{r3}}{\beta_{r3}-\alpha_{r3}}, v = [\beta_{r3}, \alpha_{r3}] \end{cases}, \qquad (3)
$$

$$\mu_4(v)=\begin{cases}-\dfrac{1}{\alpha_{l4}-\beta_{l4}}v+\dfrac{\alpha_{l4}}{\alpha_{l4}-\beta_{l4}}, v=[\alpha_{l4},\beta_{l4}]\\ 1, v=[\beta_{l4},\beta_{r4}]\\ \dfrac{1}{\beta_{r4}-\alpha_{r4}}v-\dfrac{\alpha_{r4}}{\beta_{r4}-\alpha_{r4}}, v=[\beta_{r4},\alpha_{r4}]\end{cases},$$

$$\mu_5(v)=\begin{cases}-\dfrac{1}{\alpha_{l5}-\beta_{l5}}v+\dfrac{\alpha_{l5}}{\alpha_{l5}-\beta_{l5}}, v\in[\alpha_{l5},\beta_{l5}]\\ 1, v\in[\beta_{l5},A_5]\end{cases}.$$

Теперь приведем средние значения $\mu_q(v)$, которые по соответствующему интервалу [a,b] вычисляются по формуле

$$\overline{\mu}_n^m=\frac{1}{b-a}\int_a^b\mu_n(v)dv,$$

где m нумерует функцию совместимости (1,2,3,4,5), а n – область классификации V:

$$\begin{aligned}
&\overline{\mu}_1^1=\frac{\beta_{r1}^2-2\alpha_{r1}A_1+A_1^2}{2A_1(\beta_{r1}-\alpha_{r1})},\\
&\overline{\mu}_2^1=\frac{A_1-\alpha_{r1}}{2(\beta_{r1}-\alpha_{r1})},\\
&\overline{\mu}_1^2=\frac{\alpha_{l2}-A_1}{2(\alpha_{l2}-\beta_{l2})},\\
&\overline{\mu}_2^2=\frac{1}{A_2-A_1}\left(\frac{-\beta_{l2}^2-A_1^2+2\alpha_{l2}A_1}{2(\beta_{l2}-\alpha_{l2})}+\frac{\beta_{r2}^2+A_2^2-2\alpha_{r2}A_2}{2(\beta_{r2}-\alpha_{r2})}\right),\\
&\overline{\mu}_3^2=\frac{\alpha_{r2}-A_2}{2(\alpha_{r2}-\beta_{r2})},\\
&\overline{\mu}_2^3=\frac{\alpha_{l3}-A_2}{2(\alpha_{l3}-\beta_{l3})},\\
&\overline{\mu}_3^3=\frac{1}{A_3-A_2}\left(\frac{-\beta_{l3}^2-A_2^2+2\alpha_{l3}A_2}{2(\beta_{l3}-\alpha_{l3})}+\frac{\beta_{r3}^2+A_3^2-2\alpha_{r3}A_3}{2(\beta_{r3}-\alpha_{r3})}\right),\\
&\overline{\mu}_4^3=\frac{\alpha_{r3}-A_3}{2(\alpha_{r3}-\beta_{r3})},\\
&\overline{\mu}_3^4=\frac{\alpha_{l4}-A_3}{2(\alpha_{l4}-\beta_{l4})},\\
&\overline{\mu}_4^4=\frac{1}{A_4-A_3}\left(\frac{-\beta_{l4}^2-A_3^2+2\alpha_{l4}A_3}{2(\beta_{l4}-\alpha_{l4})}+\frac{\beta_{r4}^2+A_4^2-2\alpha_{r4}A_4}{2(\beta_{r4}-\alpha_{r4})}\right),\\
&\overline{\mu}_5^4=\frac{\alpha_{r4}-A_4}{2(\alpha_{r4}-\beta_{r4})},\\
&\overline{\mu}_4^5=\frac{\alpha_{l5}-A_4}{2(\alpha_{l5}-\beta_{l5})},\\
&\overline{\mu}_5^5=\frac{(\beta_{l5}-A_4)^2}{2(A_5-A_4)(\alpha_{l5}-\beta_{l5})}+1.
\end{aligned}\tag{4}$$

На основе формул (2) и (4) вычисляются нечеткие частоты, которые можно расположить в таблице 2:

Таблица 2

факторы	подфакторы	$\tilde{n}_{ik}^{1j}$	$\tilde{n}_{ik}^{2j}$	$\tilde{n}_{ik}^{3j}$	$\tilde{n}_{ik}^{4j}$	$\tilde{n}_{ik}^{5j}$
X_1^j	x_{11}^j x_{12}^j $\vdots$ x_{1s}^j	$\tilde{n}_{11}^{1j}$ $\tilde{n}_{12}^{1j}$ $\vdots$ $\tilde{n}_{1s}^{1j}$	$\tilde{n}_{11}^{2j}$ $\tilde{n}_{12}^{2j}$ $\vdots$ $\tilde{n}_{1s}^{2j}$	$\tilde{n}_{11}^{3j}$ $\tilde{n}_{12}^{3j}$ $\vdots$ $\tilde{n}_{1s}^{3j}$	$\tilde{n}_{11}^{4j}$ $\tilde{n}_{12}^{4j}$ $\vdots$ $\tilde{n}_{1s}^{4j}$	$\tilde{n}_{11}^{5j}$ $\tilde{n}_{12}^{5j}$ $\vdots$ $\tilde{n}_{1s}^{5j}$
X_2^j	x_{21}^j x_{22}^j $\vdots$ x_{2s}^j	$\tilde{n}_{21}^{1j}$ $\tilde{n}_{22}^{1j}$ $\vdots$ $\tilde{n}_{2s}^{1j}$	$\tilde{n}_{21}^{2j}$ $\tilde{n}_{22}^{2j}$ $\vdots$ $\tilde{n}_{2s}^{2j}$	$\tilde{n}_{21}^{3j}$ $\tilde{n}_{22}^{3j}$ $\vdots$ $\tilde{n}_{2s}^{3j}$	$\tilde{n}_{21}^{4j}$ $\tilde{n}_{22}^{4j}$ $\vdots$ $\tilde{n}_{2s}^{4j}$	$\tilde{n}_{21}^{5j}$ $\tilde{n}_{22}^{5j}$ $\vdots$ $\tilde{n}_{2s}^{5j}$
…	…	…	…	…	…	…
X_N^j	x_{N1}^j x_{N2}^j $\vdots$ x_{Ns}^j	$\tilde{n}_{N1}^{1j}$ $\tilde{n}_{N2}^{1j}$ $\vdots$ $\tilde{n}_{Ns}^{1j}$	$\tilde{n}_{N1}^{2j}$ $\tilde{n}_{N2}^{2j}$ $\vdots$ $\tilde{n}_{Ns}^{2j}$	$\tilde{n}_{N1}^{3j}$ $\tilde{n}_{N2}^{3j}$ $\vdots$ $\tilde{n}_{Ns}^{3j}$	$\tilde{n}_{N1}^{4j}$ $\tilde{n}_{N2}^{4j}$ $\vdots$ $\tilde{n}_{Ns}^{4j}$	$\tilde{n}_{N1}^{5j}$ $\tilde{n}_{N2}^{5j}$ $\vdots$ $\tilde{n}_{Ns}^{5j}$

Введем обозначения:

$$\tilde{p}_{ik}^{qj} = \frac{\tilde{n}_{ik}^{qj}}{\sum_{q=1}^{5} \tilde{n}_{ik}^{qj}}, \qquad w_{ik}^{qj} = \frac{\sum_{q=1}^{5} \tilde{n}_{ik}^{qj}}{\sum_{k=1}^{s} \sum_{q=1}^{5} \tilde{n}_{ik}^{qj}} \times \frac{1}{N} \tag{5}$$

Их применение дает таблицу 3, где кроме относительных нечетких частот, приведены также факторы, подфакторные интервалы и веса подфакторных интервалов, которые подсчитаны по формулам (5):

Таблица 3

факторы	подфакторы	p_{ik}^{1j}	p_{ik}^{2j}	p_{ik}^{3j}	p_{ik}^{4j}	p_{ik}^{5j}	w_{ik}^{j}
X_1^j	x_{11}^j x_{12}^j $\vdots$ x_{1s}^j	p_{11}^{1j} p_{12}^{1j} $\vdots$ p_{1s}^{1j}	p_{11}^{2j} p_{12}^{2j} $\vdots$ p_{1s}^{2j}	p_{11}^{3j} p_{12}^{3j} $\vdots$ p_{1s}^{3j}	p_{11}^{4j} p_{12}^{4j} $\vdots$ p_{1s}^{4j}	p_{11}^{5j} p_{12}^{5j} $\vdots$ p_{1s}^{5j}	w_{11}^{j} w_{12}^{j} $\vdots$ w_{1s}^{j}
X_2^j	x_{21}^j x_{22}^j $\vdots$ x_{2s}^j	p_{21}^{1j} p_{22}^{1j} $\vdots$ p_{2s}^{1j}	p_{21}^{2j} p_{22}^{2j} $\vdots$ p_{2s}^{2j}	p_{21}^{3j} p_{22}^{3j} $\vdots$ p_{2s}^{3j}	p_{21}^{4j} p_{22}^{4j} $\vdots$ p_{2s}^{4j}	p_{21}^{5j} p_{22}^{5j} $\vdots$ p_{2s}^{5j}	w_{21}^{j} w_{22}^{j} $\vdots$ w_{2s}^{j}
…	…	…	…	…	…	…	…

X_N^j	x_{N1}^j x_{N2}^j $\vdots$ x_{Ns}^j	p_{N1}^{1j} p_{N2}^{1j} $\vdots$ p_{Ns}^{1j}	p_{N1}^{2j} p_{N2}^{2j} $\vdots$ p_{Ns}^{2j}	p_{N1}^{3j} p_{N2}^{3j} $\vdots$ p_{Ns}^{3j}	p_{N1}^{4j} p_{N2}^{4j} $\vdots$ p_{Ns}^{4j}	p_{N1}^{5j} p_{N2}^{5j} $\vdots$ p_{Ns}^{5j}	w_{N1}^j w_{N2}^j $\vdots$ w_{Ns}^j

Отметим, что расчеты проводятся для каждого периода (j=1,2,3) отдельно. Это позволяет проследить динамику изменения риска банкротства предприятия. Последняя таблица содержит все результаты (всю информацию) обработки первичных данных (см. таблицу классических частот). Мы считаем, что на основе этой таблицы, с помощью метода линейного статистического синтеза можно принять решение на данный момент. Это решение получается в два этапа. Первый этап: пусть результаты измерения на данный момент финансовых показателей (факторов) таковы (дальнейшие формулы для простоты приведем для случая примера 1 - N=6 и s=5) - $X_{13}, X_{25}, X_{31}, X_{44}, X_{51}, X_{62}$ соответственно, веса этих шести интервалов подфакторов - $w_{13}, w_{25}, w_{31}, w_{44}, w_{51}, w_{62}$. Матрица соответствующих нечетких частот такова:

$$\begin{pmatrix} p_{13}^1 & p_{13}^2 & p_{13}^3 & p_{13}^4 & p_{13}^5 \\ p_{25}^1 & p_{25}^2 & p_{25}^3 & p_{25}^4 & p_{25}^5 \\ p_{31}^1 & p_{31}^2 & p_{31}^3 & p_{31}^4 & p_{31}^5 \\ p_{44}^1 & p_{44}^2 & p_{44}^3 & p_{44}^4 & p_{44}^5 \\ p_{51}^1 & p_{51}^2 & p_{51}^3 & p_{51}^4 & p_{51}^5 \\ p_{62}^1 & p_{62}^2 & p_{62}^3 & p_{62}^4 & p_{62}^5 \end{pmatrix} \qquad (6)$$

Второй этап: вектор весов $\begin{pmatrix} w_{13} & w_{25} & w_{31} & w_{44} & w_{51} & w_{62} \end{pmatrix}$ умножается на матрицу частот

$$\vec{\delta} = \begin{pmatrix} w_{13} & w_{25} & w_{31} & w_{44} & w_{51} & w_{62} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_{13}^1 & p_{13}^2 & p_{13}^3 & p_{13}^4 & p_{13}^5 \\ p_{25}^1 & p_{25}^2 & p_{25}^3 & p_{25}^4 & p_{25}^5 \\ p_{31}^1 & p_{31}^2 & p_{31}^3 & p_{31}^4 & p_{31}^5 \\ p_{44}^1 & p_{44}^2 & p_{44}^3 & p_{44}^4 & p_{44}^5 \\ p_{51}^1 & p_{51}^2 & p_{51}^3 & p_{51}^4 & p_{51}^5 \\ p_{62}^1 & p_{62}^2 & p_{62}^3 & p_{62}^4 & p_{62}^5 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 & \delta_4 & \delta_5 \end{pmatrix}, \text{ где} \qquad (7)$$

$$\delta_1 = w_{13} p_{13}^1 + w_{25} p_{25}^1 + w_{31} p_{31}^1 + w_{44} p_{44}^1 + w_{51} p_{51}^1 + w_{62} p_{62}^1,$$
$$\delta_2 = w_{13} p_{13}^2 + w_{25} p_{25}^2 + w_{31} p_{31}^2 + w_{44} p_{44}^2 + w_{51} p_{51}^2 + w_{62} p_{62}^2,$$
$$\delta_3 = w_{13} p_{13}^3 + w_{25} p_{25}^3 + w_{31} p_{31}^3 + w_{44} p_{44}^3 + w_{51} p_{51}^3 + w_{62} p_{62}^3,$$
$$\delta_4 = w_{13} p_{13}^4 + w_{25} p_{25}^4 + w_{31} p_{31}^4 + w_{44} p_{44}^4 + w_{51} p_{51}^4 + w_{62} p_{62}^4,$$
$$\delta_5 = w_{13} p_{13}^5 + w_{25} p_{25}^5 + w_{31} p_{31}^5 + w_{44} p_{44}^5 + w_{51} p_{51}^5 + w_{62} p_{62}^5.$$

Для получения единственного, “классического” решения необходимо воспользоваться каким-либо посторонним принципом. Мы применим принцип максимума, т.е. окончательное решение таково:

$$\delta_0 = \max \begin{pmatrix} \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 & \delta_4 & \delta_5 \end{pmatrix}.$$

Можно, конечно воспользоваться каким-либо другим принципом дефазификации, например, найти обычное множество, ближайшее к полученному. Если подмножество решений унимодальное и $\delta_0 \geq \frac{1}{2}$, то решения по двум упомянутым принципам совпадают.

После рассмотрения реального конкретного примера нахождения решения о состоянии предприятия вышеописанным методом линейного статистического синтеза мы рассмотрим применение других принципов дефазификации, другие методы нахождения решения, а также приведем сравнение этих методов для оценки риска банкротства предприятия на нашем конкретном примере.

Пример 1.

Рассмотрим реально существующее предприятие одной из отраслей промышленности, которое условно назовем "предприятие С1". Пусть заданы два временных интервала - март 2005 года и апрель того же года, по которым производится сопоставительный финансовый анализ. Эксперты установили, что на основании 6 отдельных финансовых показателей, построенных на основе бухгалтерской отчетности за период, имеющих равную значимость для анализа, можно проводить комплексный анализ состояния этого предприятия. Эти показатели (факторы) следующие:

X_1- коэффициент автономии (отношение собственного капитала к сумме активов),
X_2- коэффициент обеспеченности оборотных активов собственными средствами (отношение чистого оборотного капитала к оборотным активам),
X_3-коэффициент промежуточной ликвидности (отношение суммы денежных средств и дебиторской задолженности к краткосрочным пассивам),
X_4-коэффициент абсолютной ликвидности (отношение суммы денежных средств к краткосрочным пассивам),
X_5-оборачиваемость всех активов в годовом исчислении (отношение выручки от реализации к средней за период стоимости активов),
X_6- рентабельность всего капитала (отношение чистой прибыли к средней за период стоимости активов).

Полное множество состояний А предприятия разбито на пять (в общем случае пересекающихся) нечетких подмножеств вида:

A_1 – нечеткое подмножество состояний “предельного неблагополучия “;
A_2 – нечеткое подмножество состояний “неблагополучия“;
A_3 – нечеткое подмножество состояний “среднего качества “;
A_4 – нечеткое подмножество состояний “относительного благополучия “;
A_5 – нечеткое подмножество состояний “предельного благополучия “.

Результаты четкой классификации экспертами параметров (факторов) $X_1, \ldots, X_6$ на 5 подфакторов сведены в таблицу 4:

Таблица 4

Факторы X_i		Интервалы подфакторов	
	X_{11}	0,0000	0,1500
	X_{12}	0,1500	0,2750
X_1	X_{13}	0,2750	0,4750
	X_{14}	0,4750	0,6500
	X_{15}	0,6500	1,0000
	X_{21}	-1,0000	-0,0025
	X_{22}	-0,0025	0,1000
X_2	X_{23}	0,1000	0,3250

	X_{24}	0,3250	0,4750
	X_{25}	0,4750	1,0000
	X_{31}	0,0000	0,5500
	X_{32}	0,5500	0,7500
X_3	X_{33}	0,7500	0,9500
	X_{34}	0,9500	1,4000
	X_{35}	1,4000	9999999
	X_{41}	0,0000	0,0250
	X_{42}	0,0250	0,0900
X_4	X_{43}	0,0900	0,3250
	X_{44}	0,3250	0,5500
	X_{45}	0,5500	9999999
	X_{51}	0,0000	0,1300
	X_{52}	0,1300	0,1900
X_5	X_{53}	0,1900	0,3500
	X_{54}	0,3500	0,6500
	X_{55}	0,6500	9999999
	X_{61}	-9999999	0,0000
	X_{62}	0,0000	0,0080
X_6	X_{63}	0,0080	0,0800
	X_{64}	0,0800	0,3125
	X_{65}	0,3125	9999999

"Историческим" опытом являлось: с одной стороны, значения показателей $X_1, \ldots, X_6$ за 12 месяцев 2004 года, выбранные из уже состоявшейся финансовой отчетности предприятия; с другой стороны, надо было оценить состояние предприятия "С1" по шкале A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 за каждый из тех же 12 месяцев. Это сделали 3 эксперта, и результаты этих оценок приведены в таблице:

Таблица 5

Дата	Эксперт №1 (оценка в %-ах)									
	A_1		A_2		A_3		A_4		A_5	
01.2004	0	0	80	90	0	0	0	0	0	0
02.2004	0	0	80	90	0	0	0	0	0	0
03.2004	0	0	70	80	10	20	0	0	0	0
04.2004	0	0	0	0	85	95	0	0	0	0
05.2004	0	0	0	0	95	100	0	0	0	0
06.2004	0	0	0	0	95	100	0	0	0	0
07.2004	0	0	0	0	90	100	0	0	0	0
08.2004	0	0	20	25	75	80	0	0	0	0
09.2004	0	0	80	85	15	20	0	0	0	0
10.2004	0	0	30	35	60	65	0	0	0	0
11.2004	0	0	0	0	95	100	0	0	0	0
12.2004	0	0	40	50	50	55	0	0	0	0

Продолжение Таблицы 5

Эксперт №2 (оценка в %-ах)										Эксперт №3 (оценка в %-ах)									
A_1		A_2		A_3		A_4		A_5		A_1		A_2		A_3		A_4		A_5	
60	70	30	40	0	0	0	0	0	0	20	40	60	80	0	0	0	0	0	0
70	80	20	30	0	0	0	0	0	0	20	40	60	80	0	0	0	0	0	0
70	80	20	30	0	0	0	0	0	0	0	0	70	80	20	40	0	0	0	0
70	80	20	30	0	0	0	0	0	0	0	0	70	80	20	40	0	0	0	0
50	60	30	40	0	0	0	0	0	0	0	0	70	80	20	40	0	0	0	0
0	0	0	0	10	20	80	90	0	0	0	0	50	70	30	50	0	0	0	0

0	0	0	0	10	20	80	90	0	0	0	0	50	70	30	50	0	0	0	0
0	0	0	0	10	20	80	90	0	0	0	0	40	60	40	60	0	0	0	0
0	0	40	50	40	50	0	0	0	0	0	0	40	60	50	70	0	0	0	0
0	0	40	50	40	50	0	0	0	0	0	0	40	60	50	70	0	0	0	0
0	0	40	40	40	50	0	0	0	0	0	0	50	70	30	50	0	0	0	0
0	0	40	40	40	50	0	0	0	0	0	0	20	40	50	80	0	0	0	0

Естественно, разные эксперты дали неодинаковые процентные оценки состояния предприятия в том или ином месяце. Но нам для “Исторического” опыта нужно однозначное определение состояния предприятия в каждом месяце. Мы применили известный в теории нечетких множеств метод экспертонов [,] чтобы свести неодинаковые процентные оценки состояния предприятия 3 экспертов в каждом месяце в одну общую оценку по шкале A_1,A_2,A_3,A_4,A_5. Детальные расчеты по методу экспертонов и программную реализацию в EXCEL можно посмотреть в приложении 1. В итоге состояния нашего предприятия по шкале A_1,A_2,A_3,A_4,A_5 за прошедший год по месяцам оказались следующими:

Таблица 6

2004 год месяцы	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12
Состояние по Шкале A_1,A_2,A_3,A_4,A_5	A_2	A_2	A_2	A_3	A_3	A_3	A_3	A_3	A_2	A_3	A_3	A_3

Теперь можно подсчитать исходные частоты (как в таблице 1). Они приведены в следующей таблице:

Таблица 7

Факторы X_i	Подфакторы		A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
X_{11}	0,0000	0,1500	0,00	4,00	8,00	0,00	0,00
X_{12}	0,1500	0,2750	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X_1 X_{13}	0,2750	0,4750	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X_{14}	0,4750	0,6500	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X_{15}	0,6500	1,0000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X_{21}	-1,0000	-0,0025	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X_{22}	-0,0025	0,1000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X_2 X_{23}	0,1000	0,3250	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X_{24}	0,3250	0,4750	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X_{25}	0,4750	1,0000	0,00	4,00	8,00	0,00	0,00
X_{31}	0,0000	0,5500	0,00	1,00	2,00	0,00	0,00
X_{32}	0,5500	0,7500	0,00	3,00	6,00	0,00	0,00
X_3 X_{33}	0,7500	0,9500	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X_{34}	0,9500	1,4000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X_{35}	1,4000	9999999	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X_{41}	0,0000	0,0250	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X_{42}	0,0250	0,0900	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X_4 X_{43}	0,0900	0,3250	0,00	3,00	8,00	0,00	0,00
X_{44}	0,3250	0,5500	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00
X_{45}	0,5500	9999999	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X_{51}	0,0000	0,1300	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X_{52}	0,1300	0,1900	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X_5 X_{53}	0,1900	0,3500	0,00	3,00	1,00	0,00	0,00

X_{54}	0,3500	0,6500	0,00	1,00	5,00	0,00	0,00
X_{55}	0,6500	9999999	0,00	0,00	2,00	0,00	0,00
X_{61}	-9999999	0,0000	0,00	2,00	1,00	0,00	0,00
X_{62}	0,0000	0,0080	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X_6 X_{63}	0,0080	0,0800	0,00	1,00	2,00	0,00	0,00
X_{64}	0,0800	0,3125	0,00	1,00	5,00	0,00	0,00
X_{65}	0,3125	9999999	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

На основе формул (2), (4) и (5) вычисляются нечеткие частоты, относительные нечеткие частоты и веса подфакторных интервалов (аналоги таблиц 2: и 3):

Таблица 8

A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	Сумма по подфакторам	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	Веса факторов
$\tilde{n}^1_{65}$	$\tilde{n}^2_{65}$	$\tilde{n}^3_{65}$	$\tilde{n}^4_{65}$	$\tilde{n}^5_{65}$		$\tilde{p}^1_{65}$	$\tilde{p}^2_{65}$	$\tilde{p}^3_{65}$	$\tilde{p}^4_{65}$	$\tilde{p}^5_{65}$	
0,01	5,5	8	2	0	15,51	0,00064	0,35461	0,5158	0,12895	0	0,16667
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,01	5,5	8	2	0	15,51	0,00064	0,35461	0,5158	0,12895	0	0,16667
0,0025	1,375	2	0,5	0	3,8775	0,00064	0,35461	0,5158	0,12895	0	0,04167
0,0075	4,125	6	1,5	0	11,6325	0,00064	0,35461	0,5158	0,12895	0	0,125
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,0075	4,625	7,75	2	0	14,3825	0,00052	0,32157	0,53885	0,13906	0	0,15455
0,0025	0,875	0,25	0	0	1,1275	0,00222	0,77605	0,22173	0	0	0,01212
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,0075	2,875	1,625	0,25	0	4,7575	0,00158	0,60431	0,34157	0,05255	0	0,05112
0,0025	2,125	4,625	1,25	0	8,0025	0,00031	0,26554	0,57794	0,1562	0	0,08599
0	0,5	1,75	0,5	0	2,75	0	0,18182	0,63636	0,18182	0	0,02955
0,005	2	1,375	0,25	0	3,63	0,00138	0,55096	0,37879	0,06887	0	0,03901
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,0025	1,375	2	0,5	0	3,8775	0,00064	0,35461	0,5158	0,12895	0	0,04167
0,0025	2,125	4,625	1,25	0	8,0025	0,00031	0,26554	0,57794	0,1562	0	0,08599
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Мы хотим оценить состояние предприятия за март месяц 2005 года. Для этого измеряем финансовые показатели за этот месяц. В результате измерения получаем:

Таблица 9

Факторы	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
Полученные значения по интервалам подфакторов	0,1159	0,8337	0,5140	0,4998	0,1660	0,0062

Соответствующая полученным значениям матрица нечетких вероятностей такова:

Таблица 10

Факторы	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
X_1	0,0006	0,3546	0,5158	0,1289	0,0000
X_2	0,0006	0,3546	0,5158	0,1289	0,0000
X_3	0,0006	0,3546	0,5158	0,1289	0,0000
X_4	0,0022	0,7761	0,2217	0,0000	0,0000
X_5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
X_6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

А соответствующий полученным значениям вектор весов таков:

Таблица 11

Факторы	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
W_{65}^{1}	0,1667	0,1667	0,0417	0,0121	0,0000	0,0000

Умножаем: вектор весов на матрицу частот [3] и получаем нечеткое множество состояний предприятия, которое характеризует состояние предприятия на март месяц (см. приложение 1):

Таблица 12

Нечеткие состояния	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
Уровни соответствия	0,0003	0,1424	0,1961	0,0484	0,0000

Мы применим принцип максимума и окончательное решение таково: состояние предприятия в марте месяце A_3 – “среднего качества “ с уровнем соответствия 0,1961. Естественно, соответствующий риск банкротства этого предприятия по данным марта “средний“.

Аналогичную процедуру проделываем и для апреля месяца. Мы хотим оценить состояние предприятия за апрель месяц 2005 года. Для этого измеряем финансовые показатели за этот месяц. В результате измерения получаем:

Таблица 13

Факторы	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
Полученные значения по интервалам подфакторов	0,1342	0,9166	0,4276	0,3895	0,1963	0,007

Соответствующая полученным значениям матрица нечетких вероятностей такова:

Таблица 14

Факторы	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
X_1	0,0006	0,3546	0,5158	0,1289	0,0000
X_2	0,0006	0,3546	0,5158	0,1289	0,0000
X_3	0,0006	0,3546	0,5158	0,1289	0,0000
X_4	0,0022	0,7761	0,2217	0,0000	0,0000
X_5	0,0016	0,6043	0,3416	0,0525	0,0000
X_6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

А соответствующий полученным значениям вектор весов таков:

Таблица 15

Факторы	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
W_{65}^{2}	0,1667	0,1667	0,0417	0,0121	0,0511	0,0000

Умножаем: вектор весов на матрицу частот и получаем нечеткое множество состояний предприятия, которое характеризует состояние предприятия на апрель месяц (см. приложение 1):

Таблица 16

Нечеткие состояния	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
Уровни соответствия	0,0003	0,1733	0,2136	0,0510	0,0000

Мы применим принцип максимума и окончательное решение таково: состояние предприятия в апреле месяце не изменилось A_3 – "среднего качества" с уровнем соответствия 0,2136. Риск банкротства прежний - "средний" несмотря на некоторое, маленькое улучшения отдельных финансовых показателей. Это естественно, т.к. периоды следуют друг за другом, без большого интервала времени.

Теперь рассмотрим другой вариант модели предсказания риска банкротства предприятия на основе теории статистики нечетких классов, когда для получения единственного, "классического" решения вместо принципа максимума применим другой принцип, т.н. FEV (fuzzy expected value) [5,6] нечеткого множества (7) состояний предприятия. Сперва приведем общие, теоретические рассуждения, а потом конкретизируем их для нашего рассмотренного примера 1.

В этом варианте введение распределения субъективных вероятностей на соответствующей σ-алгебре стандартный метод [4], основанный на опыте. В некоторых случаях существуют естественные модели, которые отображают реальную ситуацию. Но во многих других случаях трудно найти двух субъектов, которые смогут достигнуть соглашения о распределении вероятностей. В таком случае определение экспертом распределения вероятностей чересчур субъективно и должно выражать его личную информацию и личный взгляд. Интересно было бы рассмотрение тех-условий, которые обеспечивают последовательное выражение экспертом имеющейся собственной информаций и взглядов в виде распределения вероятностей.

Относительная достоверность. Пусть S множество элементарных событий, a есть σ-алгебра событий и мы хотим определить вероятность для каждого элемента a. Основное понятие, которое является первичным и не определяется, есть понятие относительной достоверности одного события по отношению к другому. Более точно, следующее высказывание принимается в виде постулата: для любой пары событий из, a мы всегда можем сказать, которое из событий является более достоверным (т.е. которое событие имеет больший шанс осуществления), или что оба события имеют одинаковую достоверность. При сравнении в этом плане двух событий A и B мы пишем $A \prec B$ в том случае, когда достоверность B больше достоверности A (тоже самое означает запись $B \succ A$); когда достоверность A и B одинаковая, мы пишем A~B. Понятен запись $A \preceq B$ (то же $B \succeq A$). Поскольку вероятность события есть численное выражение его достоверности, поэтому для любого распределения вероятностей естественно потребовать, что $P(A) \leq P(B)$ в том и только в том случае, когда $A \preceq B$.

Распределение вероятностей, которое удовлетворяет вышеприведенное условие, называют согласованное с $\preceq$- отношением. Рассмотрим аксиомы, которым должно удовлетворять $\preceq$- отношение, чтобы существовало единственное распределение вероятностей, согласованное с ним.

Основная аксиома SP_1: для любой пары событий имеет место единственное из соотношений: или $A \prec B$, или A~B, или . $A \succ B$.

Аксиома SP_2: если A_1, A_2, B_1, B_2 четыре события, причем $A_1A_2=B_1B_2=\varnothing$ и $A_i \preceq B_i$, (i=1,2), тогда $A_1 \cup A_2 \preceq B_1 \cup B_2$, причем если $A_1 \prec B_1$ или $A_2 \prec B_2$, то $A_1 \cup A_2 \prec B_1 \cup B_2$.

Из этих двух аксиом в виде следствия можно получить:

Теорема1: пусть A,B и D такие события, что AD=BD=Ø, соотношение $A \prec B$ справедливо тогда и только тогда, когда $A \cup D \preceq B \cup D$.

Теорема 2: если A,B и D такие события, для которых $A \preceq B$ и $B \preceq D$, тогда $A \preceq D$.

Теорема 3: для любых событий A и B $A \preceq B$ тогда и только тогда, когда $A^c \succeq B^c$ (A^c – дополнение события A).

Аксиома SP_3: для любого A $\varnothing \preceq A$, кроме того $\varnothing \preceq S$.

Теорема 4: пусть $A_1,...,A_n$ n несовместимых события, такие же $B_1,...,B_n$ и $A_i \preceq B_i$ (i=1,. . . ,n), тогда $\bigcup_{i=1}^{n} A_i \preceq \bigcup_{i=1}^{n} B_i$, кроме того, если $A_i \prec B_i$ хотя бы для одного значения i (i=1,. . . ,n), тогда $\bigcup_{i=1}^{n} A_i \prec \bigcup_{i=1}^{n} B_i$.

Теорема 5: если A и B такие события, что $A \subset B$, тогда $A \preceq B$. В частности $\varnothing \preceq A \preceq S$ для любого A.

Аксиома SP_4: если $A_1 \supset A_2 \supset A_3$. . . убивающая последовательность событий и $A_i \succeq B$ (i=1,2,. . .), где B фиксированное событие, тогда $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i \succeq B$.

Теорема 6: если $A_1 \subset A_2 \subset A_3$. . . возрастающая последовательность событий и $A_i \preceq B$ (i=1,2,. . .), где B фиксированное событие, тогда $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \preceq B$.

Теорема 7: если A_1, A_2,. . . бесконечная последовательность несовместимых событий, B_1, B_2,. . . такая же бесконечная последовательность и $A_i \preceq B_i$ (i=-1,2,. . .),, тогда $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \preceq \bigcup_{i=1}^{\infty} B_i$. Если кроме того $A_i \prec B_i$ хотя бы для одного значения i (i=1,2,. . .) , тогда $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \prec \bigcup_{i=1}^{\infty} B_i$.

Вспомогательный эксперимент. Для того чтобы приписать разумные числовые значения относительному правдоподобию одних аксиом -SP_4 недостаточно. Необходима аксиома, согласно которой существует класс событий B с двумя следующими свойствами: (1) каждое событие из B имеет известную вероятность и (2) для каждого числа $p \in [0,1]$ найдется событие $B \in$ B, вероятность которого равно p. Таким образом, чтобы найти вероятность некоторого события A эксперт (на этот раз статистик) находит такое событие $B \in$ B, для которого $A \sim$B и приписывает A такую же вероятность, какую имеет B. Отметим, что в такой форме эта аксиома непригодная практически потому, что не ясно, как надо определить вероятностную меру на B. Новую аксиому можно сформулировать в терминах случайной величины специального вида. Вспомним, что случайная величина есть измеримая функция, значения которой известны для каждого $s \in S$. Поэтому для каждой случайной величины ξ и любого интервала I_1 и I_2 события действительной оси $\{\xi \in I_1\}$ и $\{\xi \in I_2\}$ принадлежат σ-алгебре a и согласно аксиоме SP_1 или $\{\xi \in I_1\} \preceq \{\xi \in I_2\}$или $\{\xi \in I_1\} \succeq \{\xi \in I_2\}$ для каждого интервала I с границами a и b (a и b конечные числа, $a \le b$). Пусть $\lambda(I) = b - a$ обозначает длину этого интервала (заметим, что $\lambda([a,b]) = \lambda((a,b\,])= \lambda$ ([a,b))= λ ((a,B))). Сейчас определим, что мы будем подразумевать в данном контексте под равномерно распределенной случайной величиной. Пусть ξ случайная величина, для которой $0 \le \xi(s) \le 1$ для всех $s \in S$. Мы скажем, что она равномерно распределена на $[0,1]$ интервале, если выполняется следующее условие: для любых двух интервалов I_1 и I_2 из $[0,1]$ имеет место соотношение $\{\xi \in I_1\} \preceq \{\xi \in I_2\}$ тогда и только тогда, когда $\lambda(I_1) \le \lambda(I_2)$.

Аксиома SP_5:существует равномерно распределенная на $[0,1]$ случайная величина.

На этой аксиоме основывается фактически построение субъективной вероятностной меры. Сделаем следующее важное замечание: реальным наблюдением можно получить только конечное значение данных, где не все являются равновероятными. Ясно, что на таком случайном пространстве нельзя определить равномерно распределенную случайную величину. Поэтому необходимо расширение случайной величины присоединением результатов вспомогательного эксперимента к результатам основного наблюдения. В таком расширенном пространстве должно быть, возможно, введение равномерно распределенной случайной величины (т.е. расширение должно быть произведено так, чтобы это было возможным). В итоге каждая точка расширенного пространства состоит из результатов основного и расширенного экспериментов. Подразумевается, что для комбинированного эксперимента выполняются аксиомы SP_1- SP_4 для отношения $\preceq$. Реальное проведение дополнительного эксперимента совершенно не нужно, статистику достаточно представить идеальный эксперимент, который дает возможность введения равномерно распределенной случайной величины, при котором он сможет сравнить относительную достоверность события А и любого события $\{\xi \in I\}$ вида.

Построение распределения вероятностей. Пусть дано выборочное пространство S, σ-алгебра_a и отношение $\preceq$, которое удовлетворяет аксиомам SP_1- SP_5. На основе аксиомы SP_5 существует случайная величина ξ равномерно распределенная на $[0,1]$. Для каждого подинтервала $[a,b]$ интервала $[0,1]$ пусть G(a,b) обозначает событие, которое означает, что случайная величина ξ приняла значение из $[a,b]$. Тогда для интервалов $[a_1,b_1]$ и $[a_2,b_2]$ ($0 \le a_i \le b_i \le 1,\ i=1,2$) соотношения G($a_1$,b$_1$)$\preceq$G($a_2$,b$_2$) и $b_1 - a_1 \le b_2 - a_2$ тождественны. Кроме того, G(a,b)~G(a,b]~G[a,b)~G[a,b].

Теорема 8: для каждого события А существует единственное такое число G^* ($0\le a^* \le 1$), что A~G[0, a^*] .

Доказательство. Для каждого А пусть U(A) будет такое подмножество $[0,1]$, которое определим так:

$$U(A)=\{a : G[0,a]\succeq A\}. \tag{8}$$

Так как G[0,1]~S$\succeq$A, поэтому точка 1 принадлежит множеству U(A) и оно не пусто. Пусть $a^* = \inf\{a : a \in U(A)\}$. Если $a_1 \ge a_2 \ge a_3 \ge \cdots$ убивающая последовательность точек множества U(A), которая сходится к a^*, тогда G[0, a^*]=$\bigcap_{i=1}^{\infty} G[0,a_i]$. Поэтому согласно аксиоме SP_4

$$G[0,\ a^*]\succeq A\ . \tag{9}$$

Если $a^*=0$, тогда из соотношения G(0,0~Ø$\preceq$A и из (9) следует G[0,0]~A.

Допустим, $a^*>0$. Тогда из определения a^* видно, что $G[0,a]\prec A$ для любого a, для которого $0\le a < a^*$. Далее, если $a_1 < a_2 < \ldots$ Некоторая строго возрастающая последовательность, которая сходится к a^*, тогда G[0,. a^*)=$\bigcup_{i=1}^{\infty} G[0,a_i]$. Поэтому, согласно теореме 6, G[0,. a^*)~($\bigcup_{i=1}^{\infty} G[0,a_i]$) $\preceq$A.. Это соотношение вместе с (9) опять дает G[0,. a^*)~A.

Значение a^* определено однозначно. В действительности, если $a_1 < a^* < a_2$, тогда $G[0,a_1]\prec G[0,a^*]\prec G[0,a_2]$ и только одно из этих событий может быть эквивалентным А. Искомая вероятностная мера Р получается на основе теоремы 8:

$$A\sim G[0,P(A)]. \tag{10}$$

Следующая теорема подтверждает, что так определенная вероятностная мера согласована с отношением $\preceq$:

Теорема 10. Пусть А и В два события, тогда A$\preceq$B тогда и только тогда, когда P(A)$\le$P(B).

Доказательство: согласно (10) A$\preceq$B тогда и только тогда, когда

$$G[0,P(A)]\preceq G[0,P(B)] \tag{11}$$

Из определения равномерного распределения вытекает, что (11) тождественно следующему соотношению P(A)$\leq$P(B).

Субъективные вероятности и нечеткие подмножества. Нечеткое подмножество формирует эксперт по собственному опыту и собственным взглядам. На его решение воздействует множество факторов. Большая часть этих факторов латентная (скрытая), т.е. информация об их значениях остается неизвестным. Эту нехватку информации восполняет эксперт путем назначения значений функции совместимости. В свою очередь, отдельный фактор меняется по своей природе и под воздействием окружающей среды. Наше главное допущение состоит в следующем: суммарное воздействие своей природы и окружающей среды отдельного фактора обусловливает стохастическую природу этого фактора, а природа эксперта обусловливает субъективность вероятностной меры нечеткого события. Легко доказывается

Теорема 10. Пусть дано измеримое пространство (S, a) и некое консонантное тело нечетких подмножеств этого пространства F. Нечеткое подмножество $\widetilde{A}$ определяется функцией соответствия $\chi_{\widetilde{A}}$. Тогда субъективная вероятностная мера на этом теле определяется по теореме 8:

$$\widetilde{A} \sim \mathrm{G}[0, \frac{\mu_{\widetilde{A}}(a)}{\sum_{a\in A}\mu_{\widetilde{A}}(a)}] \tag{12}$$

Доказательство. Определим отношение $\preceq$ следующим образом $\mu_{\widetilde{A}}(a) \preceq \mu_{\widetilde{B}}(a), \quad a\in S$, $A,B\in$ F$\Leftrightarrow \widetilde{A}\preceq^{\mathrm{F.}}\widetilde{B}$. Достаточно проверить аксиомы SP_1-SP_5 по отношению упорядоченности $\preceq^{\mathrm{F}}$ нечетких подмножеств (. $\widetilde{A}\preceq^{\mathrm{F.}}\widetilde{B}$, если для $\forall a\in \widetilde{A}$ $\chi_{\widetilde{A}}(a)\leq \chi_{\widetilde{B}}(a)$), что легко делается. $\mu_{\widetilde{A}}\preceq^{\mathrm{F}}\mu_{\widetilde{B}}$, где $\mu_{\widetilde{A}}=\vee_{s\in A}\mu_{\widetilde{A}}(s)$, $\mu_{\widetilde{B}}=\vee_{s\in B}\mu_{\widetilde{B}}(s) \Leftrightarrow \vee_{s\in A}\mu_{\widetilde{A}}(s)\leq \vee_{s\in B}\mu_{\widetilde{B}}(s)$.

Аксиома SP_1: поскольку $\preceq^{\mathrm{F}}$ такое, что или $\widetilde{A}\preceq^{\mathrm{F}}\widetilde{B}$,. или $\widetilde{A}\sim^{\mathrm{F}}\widetilde{B}$,. или $\widetilde{A}\succeq^{\mathrm{F}}\widetilde{B}$, поэтому получается SP_1.

Аксиома SP_2: пусть $\widetilde{A}_1$, $\widetilde{A}_2$, $\widetilde{B}_1$, $\widetilde{B}_2$ четыре нечетких подмножества, притом $\widetilde{A}_1\cap\widetilde{A}_2=\widetilde{B}_1\cap\widetilde{B}_2=\varnothing$ и $\widetilde{A}_i\preceq^{\mathrm{F}}\widetilde{B}_i$ (i=1,2), тогда $\widetilde{A}_1\cup\widetilde{A}_2\preceq^{\mathrm{F}}\widetilde{B}_1\cup\widetilde{B}_2$, откуда вытекает $\widetilde{A}_1\cup\widetilde{A}_2\preceq\widetilde{B}_1\cup\widetilde{B}_2$, если $\widetilde{A}_1\prec\widetilde{B}_1$ или $\widetilde{A}_2\prec\widetilde{B}_2$. Тогда $\widetilde{A}_1\cup\widetilde{A}_2\prec\widetilde{B}_1\cup\widetilde{B}_2$.

Аксиома SP_3: ясно, что для $\forall\widetilde{A}$ $\varnothing\preceq^{\mathrm{F}}\widetilde{A}\Rightarrow\varnothing\preceq\widetilde{A}$. Кроме того, $\varnothing\preceq^{\mathrm{F}}$ S. Отсюда получаем $\varnothing\prec$S.

Аксиома SP_4: если $\widetilde{A}_1\supset\widetilde{A}_2\supset\cdots$ убывающая последовательность нечетких подмножеств и $\widetilde{A}_i\succeq^{\mathrm{F}}\widetilde{B}$ (i=1,2,. . .), где $\widetilde{B}$ фиксированное нечеткое подмножество, тогда $\bigcap_{i=1}^{\infty}\widetilde{A}_i\succeq^{\mathrm{F}}\widetilde{B}$, откуда вытекает $\bigcap_{i=1}^{\infty}\widetilde{A}_i\preceq\widetilde{B}$

Если имеет место SP_5, тогда справедлива теорема:

Теорема 11: пусть имеем класс нечетких подмножеств $\widetilde{F}$, который замкнут относительно операции объединения ($E_\alpha(\alpha\in J)\in\widetilde{F}$, $\bigcup_\alpha E_\alpha\in\widetilde{F}$) и вычитания ($A,B\in\widetilde{F}$, A\B$\in$), тогда для $\forall\widetilde{A}\in\widetilde{F}$ существует единственное такое число a^* ($0\leq a^*\leq 1$), что $\widetilde{A}\sim$[0, a^*] , где G$[0,a^*]$ есть событие, которое означает, что случайная величина ξ приняла значение из $[0,a^*]$, а $a^*=\frac{\mu(\widetilde{A})}{\sum_{\widetilde{A}\in\widetilde{F}}\mu(\widetilde{A})}$,

Доказательство: см. теорему 8.

Замечание: если рассмотрим такой класс F, что $\{a_i\} \in F$ $(a_i \in S)$, тогда на $\tilde{S}$ нечетком множестве можно определить распределение субъективных вероятностей таким образом:

$$P_{\tilde{S}}(a_i) = \frac{\mu_{\tilde{S}}(a_i)}{\sum_{a_i \in S} \mu_{\tilde{A}}(a_i)} \quad (13)$$

Чтобы в нашем примере определить необходимое для вычисления FEV распределение вероятностей, приведем некоторые сведения о перестановке последовательности первых n натуральных чисел.

Пусть дано универсальное множество V, где нумерация элементов произвольна, или подсказана определенными соображениями $\{V_1^0, V_2^0, ..., V_n^0\}$. Эту нумерацию (последовательность индексов) назовем первичной. Рассмотрим группу перестановок S_n первичных индексов

$$S_n = \{\sigma_1, \sigma_2, ..., \sigma_N\}, CardS_n = N = n! \quad (14)$$

<u>Определение 1</u>. Результатом действия перестановки $\sigma \in S_n$ на последовательность $\{V_1^0, V_2^0, ..., V_n^0\}$ назовем следующую перестановку элементов первичной последовательности

$$\sigma\{V_1^0, V_2^0, ..., V_n^0\} = \{V_{\sigma(1)}, V_{\sigma(2)}, ..., V_{\sigma(n)}\}. \quad (15)$$

Если значениям некоторой величины h ставится в соответствие последовательность значений независимой величины $\{V_{\sigma(1)}, V_{\sigma(2)}, ..., V_{\sigma(n)}\}$, то она должна соответствовать такой перестановке $\sigma \in S_n$, что

$$\begin{gathered} \sigma\{V_1^0, V_2^0, ..., V_n^0\} = \{V_{\sigma(1)}, V_{\sigma(2)}, ..., V_{\sigma(n)}\} \\ \sigma\{h_1, h_2, ..., h_n\} = \{h_{\sigma(1)}, h_{\sigma(2)}, ..., h_{\sigma(n)}\}. \end{gathered} \quad (16)$$

<u>Определение 2</u>. Траекторией в S_n назовем упорядоченное множество перестановок с выделенных первичным индексом на фиксированном месте в перестановке, которое занимает этот индекс.

Ясно, что траектория охватывает всю группу S_n. Например, пусть первичный индекс j занимает в перестановке k-ое место, т.е. $\sigma(j) = k$. Чтобы подчеркнуть факт принадлежности перестановки σ к траектории с фиксированным первичным индексом, $T^{(j)}$, будем писать σ^j, а добавив второй индекс, т.е. написав σ^{kj} мы укажем и место в последовательности индексов перестановки σ^j. Если первичный j-ой индекс занимает в перестановке k-ое место, то количество подобных перестановок есть (n-1)!. Введем третий индекс l, нумерирующий перестановки в такой совокупности перестановок, т.о., символ σ_l^{kj} означает перестановку с первичным j индексом на k-ом месте и номером l в данной совокупности перестановок.

<u>Определение 3</u>. Совокупность перестановок $\{\sigma_l^{kj}, l = 1, ..., (n-1)!\}$ назовем субтраекторией T^{kj}. Совокупность субтраекторий с одинаковым индексом j образует траекторию $T^{(j)} = \{T^{(kj)}, k = 1, ..., n\}$, $j = 1, ..., n$.

Т.о., $n!$ Перестановок при фиксировании какого-либо первичного индекса распадается на n групп, в каждой группе (n-1)! перестановок. В свою очередь каждая группа распадается на подгруппы: первая подгруппа содержит все перестановки с выделенным первым индексом на первом месте (общее количество таких перестановок (n-1)!). Вторая подгруппа – это перестановки с фиксированным первичным элементом на втором месте (число таких перестановок (n-1)(n-2)!=(n-1)!). Вообще, если фиксированный первичный индекс на k-ом месте, то это k -ая подгруппа. Количество перестановок в этой подгруппе равна (n-1)(n-2) . . . (n-k+1)(n-k)!=(n-1)!. Классификация элементов S_n, которую мы только что рассмотрели, соответствует выделенным нами ниже траекториям $T^{(j)}$ и субтраекториям $T^{(kj)}$.

Конкретизируем эти общие рассуждения для нашего рассмотренного примера 1 (n=5) В данном случае количество субъективных вероятностей равно 120. Всего имеем 5 траекторий. (T_1,T_2,T_3,T_4,T_5), в каждой из которых по 4 субтраекторий (T_{ij}). Каждая субтраектория содержит по 6 вероятностей. Выпишем все перестановки:

Таблица 17

Субтраектория	T_1		T_2		T_3		T_4		T_5
	12345		21345		23145		23415		23451
	12354		21354		23154		23514		23541
T_{11}	12435	T_{21}	21435	T_{31}	24135	T_{41}	24315	T_{51}	24351
	12453		21453		24153		24513		24531
	12534		21534		25134		25314		25341
	12543		21543		25143		25413		25431
	13245		31245		32145		32415		32451
	13254		31254		32154		32514		32541
T_{12}	13425	T_{22}	31425	T_{32}	34125	T_{42}	34215	T_{52}	32251
	13452		31452		34152		34512		34521
	13524		31524		35124		35214		35241
	13542		31542		35142		35412		35421
	14235		41235		42135		42315		42351
	14253		41253		42153		42513		42531
T_{13}	14325	T_{23}	41325	T_{33}	43125	T_{43}	43215	T_{53}	43251
	14352		41352		43152		43512		43521
	14523		41523		45123		45213		45231
	14532		41532		45132		45312		45321
	15234		51234		52134		52314		52341
	15243		51243		52143		52413		52431
T_{14}	15324	T_{24}	51324	T_{34}	53124	T_{44}	53214	T_{54}	53241
	15342		51342		53142		53412		53421
	15423		51423		54123		54213		54231
	15432		51432		54132		54312		54321

На основе приведенных перестановок можно написать соответствия для субъективных вероятностей и нечеткой меры g. Сделаем это на примере σ_1^{34} и σ_3^{34} для субтраектории T_{34}:

$$p(\sigma_1^{34}(1)) = g(A_1A_2A_5) - g(A_2A_5) \qquad p(\sigma_3^{34}(1)) = g(A_1A_3A_5) - g(A_3A_5)$$

$$p(\sigma_1^{34}(2)) = g(A_2A_5) - g(A_5) \qquad p(\sigma_3^{34}(2)) = g(A_1A_2A_3A_5) - g(A_1A_3A_5)$$

$$p(\sigma_1^{34}(3)) = g(A_1A_2A_3A_5) - g(A_1A_2A_5) \qquad p(\sigma_{13}^{34}(3)) = g(A_3A_5) - g(A_5)$$

$$p(\sigma_1^{34}(4)) = 1 - g(A_1A_2A_3A_5) \qquad p(\sigma_3^{34}(4)) = 1 - g(A_1A_2A_3A_5)$$

$$p(\sigma_1^{34}(5)) = g(A_5) \qquad p(\sigma_3^{34}(5)) = g(A_5)$$

Легко выписать все другие соотношения и определить значения нечеткой меры g (всего 2^5=32): Ясно, что g(Ø)=0 и g(S)=1, S=($A_1A_2A_3A_4A_5$), P(A_i)=$\dfrac{\mu(A_i)}{\sum\limits_{i=1}^{5}\mu(A_i)} = \dfrac{\mu_1}{\sum\limits_{1}^{5}\mu_i}$, $\mu = \sum\limits_{1}^{5}\mu_i$

g(A_1)=$\dfrac{\mu_1}{\mu}$, g(A_1A_2)=$\dfrac{\mu_1+\mu_2}{\mu}$, g($A_1A_2A_3$)=$\dfrac{\mu_1+\mu_2+\mu_3}{\mu}$, g($A_1A_2A_3A_4$)=$1-\dfrac{\mu_5}{\mu}$

$$g(A_2)=\frac{\mu_2}{\mu},\qquad g(A_1A_3)\,\frac{\mu_2+\mu_3}{\mu},\qquad g(A_1A_2A_4)=\frac{\mu_1+\mu_2+\mu_4}{\mu},\qquad g(A_1A_3A_4A_5)=1-\frac{\mu_2}{\mu}$$

$$g(A_3)=\frac{\mu_3}{\mu},\qquad g(A_2A_4)=\frac{\mu_1+\mu_4}{\mu},\qquad g(A_1A_2A_5)=\frac{\mu_1+\mu_2+\mu_5}{\mu},\qquad g(A_1A_2A_4A_5)=1-\frac{\mu_3}{\mu}$$

$$g(A_4)=\frac{\mu_4}{\mu},\qquad g(A_2A_5)=\frac{\mu_1+\mu_5}{\mu},\qquad g(A_2A_3A_4)=\frac{\mu_2+\mu_3+\mu_4}{\mu},\qquad g(A_1A_2A_3A_5)=1-\frac{\mu_4}{\mu}\quad(17)$$

$$g(A_5)=\frac{\mu_5}{\mu},\qquad g(A_2A_3)=\frac{\mu_2+\mu_3}{\mu},\qquad g(A_2A_3A_5)=\frac{\mu_2+\mu_3+\mu_5}{\mu},\qquad g(A_2A_3A_4A_5)=1-\frac{\mu_4}{\mu}$$

$$g(A_2A_4)=\frac{\mu_2+\mu_4}{\mu},\qquad g(A_3A_4A_5)=\frac{\mu_3+\mu_4+\mu_5}{\mu}$$

$$g(A_2A_5)=\frac{\mu_2+\mu_5}{\mu},\qquad g(A_1A_3A_4)=\frac{\mu_1+\mu_3+\mu_4}{\mu}$$

$$g(A_3A_4)=\frac{\mu_3+\mu_4}{\mu},\qquad g(A_1A_3A_5)=\frac{\mu_1+\mu_3+\mu_5}{\mu}$$

$$g(A_3A_5)=\frac{\mu_3+\mu_5}{\mu},\qquad g(A_2A_4A_5)=\frac{\mu_2+\mu_4+\mu_5}{\mu}$$

$$g(A_4A_5)=\frac{\mu_4+\mu_5}{\mu},\qquad g(A_1A_4A_5)=\frac{\mu_2+\mu_4+\mu_5}{\mu}$$

Для марта месяца мы получили следующее нечеткое множество состояний предприятия:

Таблица 18

Состояния	A1	A2	A3	A4	A5
Уровни достоверности	0,0003	0,1424	0,1961	0,0484	0,0000
	μ(A1)	μ(A2)	μ(A3)	μ(A4)	μ(A5)

Приведем субъективные вероятности, соответствующие нечетким состояниям предприятия:

Таблица 19

Состояния	A1	A2	A3	A4	A5
Субъективные вероятности μ_i	0,0008	0,3678	0,5065	0,1250	0,0000

В следующей таблице 21 приведены субъективные вероятности, соответствующие всем возможным перестановкам (траекториям) уровней достоверности нечеткого состояния предприятия в марте:

Таблица 20

Траектории	T1					T2					
Субтраектория T11	0,0008	0,3678	0,5065	0,1250	0,0000	T21	0,3678	0,0008	0,5065	0,1250	0,0000
	0,0008	0,3678	0,5065	0,0000	0,1250		0,3678	0,0008	0,5065	0,0000	0,1250
	0,0008	0,3678	0,1250	0,5065	0,0000		0,3678	0,0008	0,1250	0,5065	0,0000
	0,0008	0,3678	0,1250	0,0000	0,5065		0,3678	0,0008	0,1250	0,0000	0,5065
	0,0008	0,3678	0,0000	0,5065	0,1250		0,3678	0,0008	0,0000	0,5065	0,1250
	0,0008	0,3678	0,0000	0,1250	0,5065		0,3678	0,0008	0,0000	0,1250	0,5065
Субтраектория T12	0,0008	0,5065	0,3678	0,1250	0,0000	T22	0,5065	0,0008	0,3678	0,1250	0,0000
	0,0008	0,5065	0,3678	0,0000	0,1250		0,5065	0,0008	0,3678	0,0000	0,1250
	0,0008	0,5065	0,1250	0,3678	0,0000		0,5065	0,0008	0,1250	0,3678	0,0000
	0,0008	0,5065	0,1250	0,0000	0,3678		0,5065	0,0008	0,1250	0,0000	0,3678
	0,0008	0,5065	0,0000	0,3678	0,1250		0,5065	0,0008	0,0000	0,3678	0,1250
	0,0008	0,5065	0,0000	0,1250	0,3678		0,5065	0,0008	0,0000	0,1250	0,3678
Субтраектория T13	0,0008	0,1250	0,3678	0,5065	0,0000	T23	0,1250	0,0008	0,3678	0,5065	0,0000
	0,0008	0,1250	0,3678	0,0000	0,5065		0,1250	0,0008	0,3678	0,0000	0,5065

	0,0008	0,1250	0,5065	0,3678	0,0000		0,1250	0,0008	0,5065	0,3678	0,0000
	0,0008	0,1250	0,5065	0,0000	0,3678		0,1250	0,0008	0,5065	0,0000	0,3678
	0,0008	0,1250	0,0000	0,3678	0,5065		0,1250	0,0008	0,0000	0,3678	0,5065
	0,0008	0,1250	0,0000	0,5065	0,3678		0,1250	0,0008	0,0000	0,5065	0,3678
Субтраектория Т14	0,0008	0,0000	0,3678	0,5065	0,1250	Т24	0,0000	0,0008	0,3678	0,5065	0,1250
	0,0008	0,0000	0,3678	0,1250	0,5065		0,0000	0,0008	0,3678	0,1250	0,5065
	0,0008	0,0000	0,5065	0,3678	0,1250		0,0000	0,0008	0,5065	0,3678	0,1250
	0,0008	0,0000	0,5065	0,1250	0,3678		0,0000	0,0008	0,5065	0,1250	0,3678
	0,0008	0,0000	0,1250	0,3678	0,5065		0,0000	0,0008	0,1250	0,3678	0,5065
	0,0008	0,0000	0,1250	0,5065	0,3678		0,0000	0,0008	0,1250	0,5065	0,3678

Продолжение таблицы 20

Т3						Т4					
Субтраектория Т31	0,3678	0,5065	0,0008	0,1250	0,0000	Т41	0,3678	0,5065	0,1250	0,0008	0,0000
	0,3678	0,5065	0,0008	0,0000	0,1250		0,3678	0,5065	0,0000	0,0008	0,1250
	0,3678	0,1250	0,0008	0,5065	0,0000		0,3678	0,1250	0,5065	0,0008	0,0000
	0,3678	0,1250	0,0008	0,0000	0,5065		0,3678	0,1250	0,0000	0,0008	0,5065
	0,3678	0,0000	0,0008	0,5065	0,1250		0,3678	0,0000	0,5065	0,0008	0,1250
	0,3678	0,0000	0,0008	0,1250	0,5065		0,3678	0,0000	0,1250	0,0008	0,5065
Субтраектория Т32	0,5065	0,3678	0,0008	0,1250	0,0000	Т42	0,5065	0,3678	0,1250	0,0008	0,0000
	0,5065	0,3678	0,0008	0,0000	0,1250		0,5065	0,3678	0,0000	0,0008	0,1250
	0,5065	0,1250	0,0008	0,3678	0,0000		0,5065	0,1250	0,3678	0,0008	0,0000
	0,5065	0,1250	0,0008	0,0000	0,3678		0,5065	0,1250	0,0000	0,0008	0,3678
	0,5065	0,0000	0,0008	0,3678	0,1250		0,5065	0,0000	0,3678	0,0008	0,1250
	0,5065	0,0000	0,0008	0,1250	0,3678		0,5065	0,0000	0,1250	0,0008	0,3678
Субтраектория Т33	0,1250	0,3678	0,0008	0,5065	0,0000	Т43	0,1250	0,3678	0,5065	0,0008	0,0000
	0,1250	0,3678	0,0008	0,0000	0,5065		0,1250	0,3678	0,0000	0,0008	0,5065
	0,1250	0,5065	0,0008	0,3678	0,0000		0,1250	0,5065	0,3678	0,0008	0,0000
	0,1250	0,5065	0,0008	0,0000	0,3678		0,1250	0,5065	0,0000	0,0008	0,3678
	0,1250	0,0000	0,0008	0,3678	0,5065		0,1250	0,0000	0,3678	0,0008	0,5065
	0,1250	0,0000	0,0008	0,5065	0,3678		0,1250	0,0000	0,5065	0,0008	0,3678
Субтраектория Т34	0,0000	0,3678	0,0008	0,5065	0,1250	Т44	0,0000	0,3678	0,5065	0,0008	0,1250
	0,0000	0,3678	0,0008	0,1250	0,5065		0,0000	0,3678	0,1250	0,0008	0,5065
	0,0000	0,5065	0,0008	0,3678	0,1250		0,0000	0,5065	0,3678	0,0008	0,1250
	0,0000	0,5065	0,0008	0,1250	0,3678		0,0000	0,5065	0,1250	0,0008	0,3678
	0,0000	0,1250	0,0008	0,3678	0,5065		0,0000	0,1250	0,3678	0,0008	0,5065
	0,0000	0,1250	0,0008	0,5065	0,3678		0,0000	0,1250	0,5065	0,0008	0,3678

Продолжение таблицы 20

Т5					
Субтраектория Т51	0,3678	0,5065	0,1250	0,0000	0,0008
	0,3678	0,5065	0,0000	0,1250	0,0008
	0,3678	0,1250	0,5065	0,0000	0,0008
	0,3678	0,1250	0,0000	0,5065	0,0008
	0,3678	0,0000	0,5065	0,1250	0,0008
	0,3678	0,0000	0,1250	0,5065	0,0008
Субтраектория Т52	0,5065	0,3678	0,1250	0,0000	0,0008
	0,5065	0,3678	0,0000	0,1250	0,0008
	0,5065	0,1250	0,3678	0,0000	0,0008
	0,5065	0,1250	0,0000	0,3678	0,0008
	0,5065	0,0000	0,3678	0,1250	0,0008
	0,5065	0,0000	0,1250	0,3678	0,0008
Субтраектория Т53	0,1250	0,3678	0,5065	0,0000	0,0008
	0,1250	0,3678	0,0000	0,5065	0,0008
	0,1250	0,5065	0,3678	0,0000	0,0008
	0,1250	0,5065	0,0000	0,3678	0,0008
	0,1250	0,0000	0,3678	0,5065	0,0008
	0,1250	0,0000	0,5065	0,3678	0,0008

Субтраектория T54	0,0000	0,3678	0,5065	0,1250	0,0008
	0,0000	0,3678	0,1250	0,5065	0,0008
	0,0000	0,5065	0,3678	0,1250	0,0008
	0,0000	0,5065	0,1250	0,3678	0,0008
	0,0000	0,1250	0,3678	0,5065	0,0008
	0,0000	0,1250	0,5065	0,3678	0,0008

Теперь приведем значения меры g для множеств, соответствующих имеющимся уровням достоверности и прямой y=x в точках этих уровней:

Таблица 21

Уровень достоверности		Знач. g .	Значение y=x	
Уровень достоверности	0,0000	1,0000		0,0000
Уровень достоверности	0,0003	1,0000		0,0003
Уровень достоверности	0,0484	0,9992		0,0484
Уровень достоверности	0,1424	0,8742		0,1424
Уровень достоверности	0,1961	0,5065		0,1961

Подсчитаем нечеткое ожидаемое значение (FEV(μ)) функции принадлежности нечеткого множества состояния предприятия в марте месяце FEV(μ)=0,1961. Теперь вычислим $FEV^{-1}(0,1961)$ и найдем то состояние предприятия Ai, которое находится наиболее близко к $FEV^{-1}(0,1961)$. Получим A_3. Таким образом, полученный этим методом дефазификации результат такой же – состояние предприятия в марте A_3 с уровнем достоверности 0,1961. Детали вычислений и программную реализацию можно найти в приложении 2.

Сделаем то же самое для апреля месяца.

Для этого месяца мы получили следующее нечеткое множество состояний предприятия:

Таблица 22

Состояния	A1	A2	A3	A4	A5
Уровни достоверности	0,0003	0,1733	0,2136	0,0510	0,0000
	μ(A1)	μ(A2)	μ(A3)	μ(A4)	μ(A5)

Приведем субъективные вероятности, соответствующие нечетким состояниям предприятия для этого месяца:

Таблица 23

Состояния	A1	A2	A3	A4	A5
Субъективные вероятности μ_i	0,0007	0,3955	0,4874	0,1164	0,0000

Как это было сделано в случае марта месяца, можно привести субъективные вероятности, соответствующие всем возможным перестановкам (траекториям) уровней достоверности нечеткого состояния предприятия в апреле для определения значения меры.

Приведем значения меры g для множеств, соответствующих имеющимся уровням достоверности и прямой y=x в точках этих уровней:

Таблица 24

Уровень достоверности		Знач. g .	Значение y=x	
Уровень достоверности	0,0000	1,0000		0,0000
Уровень достоверности	0,0003	1,0000		0,0003
Уровень достоверности	0,0510	0,9993		0,0510
Уровень достоверности	0,1733	0,8829		0,1733
Уровень достоверности	0,2136	0,4874		0,2136

Подсчитаем нечеткое ожидаемое значение (FEV(μ)) функции принадлежности нечеткого множества состояния предприятия в апреле месяце FEV(μ)=0,2136. Теперь вычислим $FEV^{-1}(0,2136)$ и найдем то состояние предприятия Ai, которое находится наиболее близко к $FEV^{-1}(0,2136)$. Получим A_3. Таким образом, состояние предприятия в апреле A_3 с уровнем достоверности 0,2136. Детали вычислений и программную реализацию опять можно найти в приложении 2.

Из приведенного видно, что для этого примера обоими методами дефазификации получается идентичный результат, что в общем случае, естественно, обязательным не является.

Надо отметит, что метод статистики нечетких классов изначально не предусматривает во второй формуле (5) умножение на $\frac{1}{N}$ (в нашем примере на $\frac{1}{6}$) , т.е. нормирование количеством факторов. Но в нашем случае это стало необходимым, чтобы не получить уровни соответствия много больше 1. Это вызвано тем, что как видно из таблиц 7 и 8, большая часть строк подфакторов в таблицах содержат 0 и это естественная, характерная черта финансовых показателей при предсказании риска банкротства предприятия на основе теории статистики нечетких классов, подфакторы между собой совершенно не коррелированны. Но в таком случае вопрос достоверности уровня соответствия полученной оценки на наш взгляд остается открытым (сравни полученные уровни достоверности с 1). По этой причине мы предполагаем сейчас рассмотреть другой подход к применению математической модели предсказания риска банкротства предприятия на основе теории статистики нечетких классов. Для наглядности сделаем это опять на том же примере 1.

Чтобы учесть характер финансовых показателей при предсказании риска банкротства предприятия на основе теории статистики нечетких классов и сделать подфакторы между собой коррелированными, на наш взгляд необходимо подфакторы подобрать следующим образом (сравним с таблицей 5):

Таблица 25

Факторы X_i		Интервалы подфакторов	
	X_{11}	0,0000	0,1500
	X_{12}	0,0000	0,2750
X_1	X_{13}	0,0000	0,4750
	X_{14}	0,0000	0,6500
	X_{15}	0,0000	1,0000
	X_{21}	-1,0000	-0,0025
	X_{22}	-1,0000	0,1000
X_2	X_{23}	-1,0000	0,3250
	X_{24}	-1,0000	0,4750
	X_{25}	-1,0000	1,0000
	X_{31}	0,0000	0,5500
	X_{32}	0,0000	0,7500
X_3	X_{33}	0,0000	0,9500
	X_{34}	0,0000	1,4000
	X_{35}	0,0000	9999999
	X_{41}	0,0000	0,0250
	X_{42}	0,0000	0,0900
X_4	X_{43}	0,0000	0,3250
	X_{44}	0,0000	0,5500
	X_{45}	0,0000	9999999
	X_{51}	0,0000	0,1300
	X_{52}	0,0000	0,1900
X_5	X_{53}	0,0000	0,3500
	X_{54}	0,0000	0,6500
	X_{55}	0,0000	9999999
	X_{61}	-9999999	0,0000
	X_{62}	-9999999	0,0080

X_6	X_{63}	-9999999	0,0800
	X_{64}	-9999999	0,3125
	X_{65}	-9999999	9999999

Левая граница интервалов подфакторов фиксированная, равна наименьшему значению фактора, а интервалы подфакторов нарастают до максимального значения данного фактора. Такое построение интервалов подфакторов наиболее полно учитывает характер финансовых показателей предприятия при предсказании риска банкротства на основе теории статистики нечетких классов и обеспечивает коррелированность подфакторов между собой, что является важным условием.

Естественно, "исторический" опыт тот же:

Таблица 26

2004 год месяцы	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12
Состояние по шкале A_1,A_2,A_3,A_4,A_5	A_2	A_2	A_2	A_3	A_3	A_3	A_3	A_3	A_2	A_3	A_3	A_3

Теперь аналогично можно подсчитать исходные частоты:

Таблица 27

Факторы X_i		Подфакторы		A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
	X_{11}	0,0000	0,1500	0,00	4,00	8,00	0,00	0,00
	X_{12}	0,0000	0,2750	0,00	4,00	8,00	0,00	0,00
X_1	X_{13}	0,0000	0,4750	0,00	4,00	8,00	0,00	0,00
	X_{14}	0,0000	0,6500	0,00	4,00	8,00	0,00	0,00
	X_{15}	0,0000	1,0000	0,00	4,00	8,00	0,00	0,00
	X_{21}	-1,0000	-0,0025	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	X_{22}	-1,0000	0,1000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X_2	X_{23}	-1,0000	0,3250	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	X_{24}	-1,0000	0,4750	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	X_{25}	-1,0000	1,0000	0,00	4,00	8,00	0,00	0,00
	X_{31}	0,0000	0,5500	0,00	1,00	2,00	0,00	0,00
	X_{32}	0,0000	0,7500	0,00	1,00	8,00	0,00	0,00
X_3	X_{33}	0,0000	0,9500	0,00	4,00	8,00	0,00	0,00
	X_{34}	0,0000	1,4000	0,00	4,00	8,00	0,00	0,00
	X_{35}	0,0000	9999999	0,00	4,00	8,00	0,00	0,00
	X_{41}	0,0000	0,0250	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	X_{42}	0,0000	0,0900	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X_4	X_{43}	0,0000	0,3250	0,00	3,00	8,00	0,00	0,00
	X_{44}	0,0000	0,5500	0,00	4,00	8,00	0,00	0,00
	X_{45}	0,0000	9999999	0,00	4,00	8,00	0,00	0,00
	X_{51}	0,0000	0,1300	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	X_{52}	0,0000	0,1900	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X_5	X_{53}	0,0000	0,3500	0,00	3,00	1,00	0,00	0,00
	X_{54}	0,0000	0,6500	0,00	4,00	6,00	0,00	0,00
	X_{55}	0,0000	9999999	0,00	4,00	8,00	0,00	0,00
	X_{61}	-9999999	0,0000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	X_{62}	-9999999	0,0080	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X_6	X_{63}	-9999999	0,0800	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	X_{64}	-9999999	0,3125	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	X_{65}	-9999999	9999999	0,00	4,00	8,00	0,00	0,00

На основе формул (2), (4) и (5) вычисляются нечеткие частоты, относительные нечеткие частоты и веса подфакторных интервалов (аналоги таблиц 2: и 3):

Таблица 28

A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	Сумма по под-факто-рам	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	Веса факто-ров
$\tilde{n}^1_{65}$	$\tilde{n}^2_{65}$	$\tilde{n}^3_{65}$	$\tilde{n}^4_{65}$	$\tilde{n}^5_{65}$		$\tilde{p}^1_{65}$	$\tilde{p}^2_{65}$	$\tilde{p}^3_{65}$	$\tilde{p}^4_{65}$	$\tilde{p}^5_{65}$	
0,01	5,5	8	2	0	15,51	0,00064	0,35461	0,5158	0,12895	0	0,2
0,01	5,5	8	2	0	15,51	0,00064	0,35461	0,5158	0,12895	0	0,2
0,01	5,5	8	2	0	15,51	0,00064	0,35461	0,5158	0,12895	0	0,2
0,01	5,5	8	2	0	15,51	0,00064	0,35461	0,5158	0,12895	0	0,2
0,01	5,5	8	2	0	15,51	0,00064	0,35461	0,5158	0,12895	0	0,2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,01	5,5	8	2	0	15,51	0,00064	0,35461	0,5158	0,12895	0	1
0,0025	1,375	2	0,5	0	3,8775	0,00064	0,35461	0,5158	0,12895	0	0,06201
0,0025	2,875	7,25	2	0	12,1275	0,00021	0,23706	0,59781	0,16491	0	0,19393
0,01	5,5	8	2	0	15,51	0,00064	0,35461	0,5158	0,12895	0	0,24802
0,01	5,5	8	2	0	15,51	0,00064	0,35461	0,5158	0,12895	0	0,24802
0,01	5,5	8	2	0	15,51	0,00064	0,35461	0,5158	0,12895	0	0,24802
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,0075	4,625	7,75	2	0	14,3825	0,00052	0,32157	0,53885	0,13906	0	0,31678
0,01	5,5	8	2	0	15,51	0,00064	0,35461	0,5158	0,12895	0	0,34161
0,01	5,5	8	2	0	15,51	0,00064	0,35461	0,5158	0,12895	0	0,34161
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,0075	2,875	1,625	0,25	0	4,7575	0,00158	0,60431	0,34157	0,05255	0	0,14405
0,01	5	6,25	1,5	0	12,76	0,00078	0,39185	0,48981	0,11755	0	0,38634
0,01	5,5	8	2	0	15,51	0,00064	0,35461	0,5158	0,12895	0	0,46961
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,01	5,5	8	2	0	15,51	0,00064	0,35461	0,5158	0,12895	0	1

Мы хотим оценить состояние предприятия за март месяц 2005 года. В результате измерения получили значения финансовых показателей:

Таблица 29

Факторы	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
Полученные значения по интервалам подфакторов	0,1159	0,8337	0,5140	0,4998	0,1660	0,0062

Соответствующая полученным значениям матрица нечетких вероятностей такова:

Таблица 30

Факторы	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
X_1	0,0006	0,3546	0,5158	0,1289	0,0000
X_2	0,0006	0,3546	0,5158	0,1289	0,0000
X_3	0,0006	0,3546	0,5158	0,1289	0,0000
X_4	0,0006	0,3546	0,5158	0,1289	0,0000

X_5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
X_6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

А соответствующий полученным значениям вектор весов таков:

Таблица 31

Факторы	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
$\overset{1}{W}_{65}$	0,2000	1,0000	0,0620	0,3416	0,0000	0,0000

Умножаем: вектор весов на матрицу частот и получаем нечеткое множество состояний предприятия, которое характеризует состояние предприятия на март месяц (см. приложение 1):

Таблица 32

Нечеткие состояния	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
Уровни соответствия	0,0010	0,5687	0,8271	0,2068	0,0000

Мы применим принцип максимума и окончательное решение таково: состояние предприятия в марте месяце A_3 – “среднего качества “ с уровнем соответствия 0,8271. Естественно, соответствующий риск банкротства этого предприятия по данным марта “средний“.

Полученный в этом варианте результат, на наш взгляд, более полно и адекватно отражает состояние предприятия, с подходящим уровнем достоверности в отличие от первого варианта предсказания состояния. Проверим это на данных апреля месяца.

Мы хотим оценить состояние предприятия за апрель месяц 2005 года. Измеряем финансовые показатели за этот месяц. В результате измерения получаем:

Таблица 33

Факторы	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
Полученные значения по интервалам подфакторов	0,1342	0,9166	0,4276	0,3895	0,1963	0,007

Соответствующая полученным значениям матрица нечетких вероятностей такова:

Таблица 34

Факторы	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
X_1	0,0006	0,3546	0,5158	0,1289	0,0000
X_2	0,0006	0,3546	0,5158	0,1289	0,0000
X_3	0,0006	0,3546	0,5158	0,1289	0,0000
X_4	0,0006	0,3546	0,5158	0,1289	0,0000
X_5	0,0016	0,6043	0,3416	0,0525	0,0000
X_6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

А соответствующий полученным значениям вектор весов таков:

Таблица 35

Факторы	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
$\overset{2}{W}_{65}$	0,2000	1,0000	0,0620	0,3416	0,1440	0,0000

Умножаем: вектор весов на матрицу частот и получаем нечеткое множество состояний предприятия, которое характеризует состояние предприятия на апрель месяц (см. приложение 1):

Таблица 36

Нечеткие состояния	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
Уровни соответствия	0,0013	0,6557	0,8763	0,2144	0,0000

Мы применим принцип максимума и окончательное решение таково: состояние предприятия в апреле месяце не изменилось A_3 – “среднего качества“ с уровнем соответствия 0,8763. Риск банкротства прежний - “средний“ несмотря на некоторое, маленькое улучшение отдельных финансовых показателей. Т.о. состояние предприятия в динамике во втором периоде по сравнению к первому, от марта к маю, улучшилось. Отметим, что данный вариант метода отражает и это улучшение поднятием уровня соответствия.

Теперь для только что приведенного варианта вместо принципа максимума применим другой принцип дефазификации FEV.

Для марта месяца в этом варианте мы получили следующее нечеткое множество состояний предприятия:

Таблица 37

Состояния	A1	A2	A3	A4	A5
Уровни достоверности	0,0010	0,5687	0,8271	0,2068	0,0000
	μ(A1)	μ(A2)	μ(A3)	μ(A4)	μ(A5)

Приведем субъективные вероятности, соответствующие нечетким состояниям предприятия:

Таблица 38

Состояния	A1	A2	A3	A4	A5
Субъективные вероятности μ_i	0,0006	0,3546	0,5158	0,1290	0,0000

В следующей таблице 39 приведены субъективные вероятности, соответствующие всем возможным перестановкам (траекториям) уровней достоверности нечеткого состояния предприятия в марте:

Таблица 39

Траекторий	T1					T2					
Субтраектория T11	0,0006	0,3546	0,5158	0,1290	0,0000	T21	0,3546	0,0006	0,5158	0,1290	0,0000
	0,0006	0,3546	0,5158	0,0000	0,1290		0,3546	0,0006	0,5158	0,0000	0,1290
	0,0006	0,3546	0,1290	0,5158	0,0000		0,3546	0,0006	0,1290	0,5158	0,0000
	0,0006	0,3546	0,1290	0,0000	0,5158		0,3546	0,0006	0,1290	0,0000	0,5158
	0,0006	0,3546	0,0000	0,5158	0,1290		0,3546	0,0006	0,0000	0,5158	0,1290
	0,0006	0,3546	0,0000	0,1290	0,5158		0,3546	0,0006	0,0000	0,1290	0,5158
Субтраектория T12	0,0006	0,5158	0,3546	0,1290	0,0000	T22	0,5158	0,0006	0,3546	0,1290	0,0000
	0,0006	0,5158	0,3546	0,0000	0,1290		0,5158	0,0006	0,3546	0,0000	0,1290
	0,0006	0,5158	0,1290	0,3546	0,0000		0,5158	0,0006	0,1290	0,3546	0,0000
	0,0006	0,5158	0,1290	0,0000	0,3546		0,5158	0,0006	0,1290	0,0000	0,3546
	0,0006	0,5158	0,0000	0,3546	0,1290		0,5158	0,0006	0,0000	0,3546	0,1290
	0,0006	0,5158	0,0000	0,1290	0,3546		0,5158	0,0006	0,0000	0,1290	0,3546
Субтраектория T13	0,0006	0,1290	0,3546	0,5158	0,0000	T23	0,1290	0,0006	0,3546	0,5158	0,0000
	0,0006	0,1290	0,3546	0,0000	0,5158		0,1290	0,0006	0,3546	0,0000	0,5158
	0,0006	0,1290	0,5158	0,3546	0,0000		0,1290	0,0006	0,5158	0,3546	0,0000
	0,0006	0,1290	0,5158	0,0000	0,3546		0,1290	0,0006	0,5158	0,0000	0,3546
	0,0006	0,1290	0,0000	0,3546	0,5158		0,1290	0,0006	0,0000	0,3546	0,5158
	0,0006	0,1290	0,0000	0,5158	0,3546		0,1290	0,0006	0,0000	0,5158	0,3546
Субтраектория T14	0,0006	0,0000	0,3546	0,5158	0,1290	T24	0,0000	0,0006	0,3546	0,5158	0,1290
	0,0006	0,0000	0,3546	0,1290	0,5158		0,0000	0,0006	0,3546	0,1290	0,5158
	0,0006	0,0000	0,5158	0,3546	0,1290		0,0000	0,0006	0,5158	0,3546	0,1290
	0,0006	0,0000	0,5158	0,1290	0,3546		0,0000	0,0006	0,5158	0,1290	0,3546
	0,0006	0,0000	0,1290	0,3546	0,5158		0,0000	0,0006	0,1290	0,3546	0,5158
	0,0006	0,0000	0,1290	0,5158	0,3546		0,0000	0,0006	0,1290	0,5158	0,3546

Продолжение таблицы 39

	T3					T4					
Субтраектория T31	0,3546	0,5158	0,0006	0,1290	0,0000	T41	0,3546	0,5158	0,1290	0,0006	0,0000
	0,3546	0,5158	0,0006	0,0000	0,1290		0,3546	0,5158	0,0000	0,0006	0,1290

	0,3546	0,1290	0,0006	0,5158	0,0000		0,3546	0,1290	0,5158	0,0006	0,0000
	0,3546	0,1290	0,0006	0,0000	0,5158		0,3546	0,1290	0,0000	0,0006	0,5158
	0,3546	0,0000	0,0006	0,5158	0,1290		0,3546	0,0000	0,5158	0,0006	0,1290
	0,3546	0,0000	0,0006	0,1290	0,5158		0,3546	0,0000	0,1290	0,0006	0,5158
Субтраектория T32	0,5158	0,3546	0,0006	0,1290	0,0000	T42	0,5158	0,3546	0,1290	0,0006	0,0000
	0,5158	0,3546	0,0006	0,0000	0,1290		0,5158	0,3546	0,0000	0,0006	0,1290
	0,5158	0,1290	0,0006	0,3546	0,0000		0,5158	0,1290	0,3546	0,0006	0,0000
	0,5158	0,1290	0,0006	0,0000	0,3546		0,5158	0,1290	0,0000	0,0006	0,3546
	0,5158	0,0000	0,0006	0,3546	0,1290		0,5158	0,0000	0,3546	0,0006	0,1290
	0,5158	0,0000	0,0006	0,1290	0,3546		0,5158	0,0000	0,1290	0,0006	0,3546
Субтраектория T33	0,1290	0,3546	0,0006	0,5158	0,0000	T43	0,1290	0,3546	0,5158	0,0006	0,0000
	0,1290	0,3546	0,0006	0,0000	0,5158		0,1290	0,3546	0,0000	0,0006	0,5158
	0,1290	0,5158	0,0006	0,3546	0,0000		0,1290	0,5158	0,3546	0,0006	0,0000
	0,1290	0,5158	0,0006	0,0000	0,3546		0,1290	0,5158	0,0000	0,0006	0,3546
	0,1290	0,0000	0,0006	0,3546	0,5158		0,1290	0,0000	0,3546	0,0006	0,5158
	0,1290	0,0000	0,0006	0,5158	0,3546		0,1290	0,0000	0,5158	0,0006	0,3546
Субтраектория T34	0,0000	0,3546	0,0006	0,5158	0,1290	T44	0,0000	0,3546	0,5158	0,0006	0,1290
	0,0000	0,3546	0,0006	0,1290	0,5158		0,0000	0,3546	0,1290	0,0006	0,5158
	0,0000	0,5158	0,0006	0,3546	0,1290		0,0000	0,5158	0,3546	0,0006	0,1290
	0,0000	0,5158	0,0006	0,1290	0,3546		0,0000	0,5158	0,1290	0,0006	0,3546
	0,0000	0,1290	0,0006	0,3546	0,5158		0,0000	0,1290	0,3546	0,0006	0,5158
	0,0000	0,1290	0,0006	0,5158	0,3546		0,0000	0,1290	0,5158	0,0006	0,3546

Продолжение таблицы 39

T5					
Субтраектория T51	0,3546	0,5158	0,1290	0,0000	0,0006
	0,3546	0,5158	0,0000	0,1290	0,0006
	0,3546	0,1290	0,5158	0,0000	0,0006
	0,3546	0,1290	0,0000	0,5158	0,0006
	0,3546	0,0000	0,5158	0,1290	0,0006
	0,3546	0,0000	0,1290	0,5158	0,0006
Субтраектория T52	0,5158	0,3546	0,1290	0,0000	0,0006
	0,5158	0,3546	0,0000	0,1290	0,0006
	0,5158	0,1290	0,3546	0,0000	0,0006
	0,5158	0,1290	0,0000	0,3546	0,0006
	0,5158	0,0000	0,3546	0,1290	0,0006
	0,5158	0,0000	0,1290	0,3546	0,0006
Субтраектория T53	0,1290	0,3546	0,5158	0,0000	0,0006
	0,1290	0,3546	0,0000	0,5158	0,0006
	0,1290	0,5158	0,3546	0,0000	0,0006
	0,1290	0,5158	0,0000	0,3546	0,0006
	0,1290	0,0000	0,3546	0,5158	0,0006
	0,1290	0,0000	0,5158	0,3546	0,0006
Субтраектория T54	0,0000	0,3546	0,5158	0,1290	0,0006
	0,0000	0,3546	0,1290	0,5158	0,0006
	0,0000	0,5158	0,3546	0,1290	0,0006
	0,0000	0,5158	0,1290	0,3546	0,0006
	0,0000	0,1290	0,3546	0,5158	0,0006
	0,0000	0,1290	0,5158	0,3546	0,0006

Теперь приведем значения меры g для множеств, соответствующих имеющимся уровням достоверности и прямой y=x в точках этих уровней:

Таблица 40

Уровень достоверности		Знач. g .	Значение y=x	
Уровень достоверности	0,0000	1,0000		0,0000
Уровень достоверности	0,0010	1,0000		0,0010
Уровень достоверности	0,2068	0,9994		0,2068
Уровень достоверности	0,5687	0,8704		0,5687
Уровень достоверности	0,8271	0,5158		0,8271

Подсчитаем нечеткое ожидаемое значение (FEV(μ)) функции принадлежности нечеткого множества состояния предприятия в марте месяце FEV(μ)=0,5687. Теперь вычислим FEV^{-1}(0,5687) и найдем то состояние предприятия Ai, которое находится наиболее близко к FEV^{-1}(0,5687). Получим A_2. Таким образом, полученный этим методом дефазификации результат совершенно иной – состояние предприятия в марте A_2 с уровнем достоверности 0,5687. Детали вычислений и программную реализацию можно найти в приложении 2.

Сделаем то же самое для апреля месяца.

Для этого месяца мы получили следующее нечеткое множество состояний предприятия:

Таблица 41

Состояния	A1	A2	A3	A4	A5
Уровни достоверности	0,0013	0,6557	0,8763	0,2144	0,0000
	μ(A1)	μ(A2)	μ(A3)	μ(A4)	μ(A5)

Приведем субъективные вероятности, соответствующие нечетким состояниям предприятия для этого месяца:

Таблица 42

Состояния	A1	A2	A3	A4	A5
Субъективные вероятности μ_i	0,0007	0,3752	0,5014	0,1227	0,0000

Приведем значения меры g для множеств, соответствующих имеющимся уровням достоверности и прямой y=x в точках этих уровней:

Таблица 43

Уровень достоверности		Знач. g .	Значение y=x	
Уровень достоверности	0,0000	1,0000		0,0000
Уровень достоверности	0,0013	1,0000		0,0013
Уровень достоверности	0,2144	0,9993		0,2144
Уровень достоверности	0,6557	0,8766		0,6557
Уровень достоверности	0,8763	0,5014		0,8763

Подсчитаем нечеткое ожидаемое значение (FEV(μ)) функции принадлежности нечеткого множества состояния предприятия в апреле месяце FEV(μ)=0,6557. Теперь вычислим
FEV^{-1}(0,6557) и найдем то состояние предприятия Ai, которое находится наиболее близко к FEV^{-1}(0,6557). Получим A_2. Таким образом, состояние предприятия в апреле A_2 с уровнем достоверности 0,6557. Детали вычислений и программную реализацию опять можно найти в приложении 2.

Как видим, для этого примера вторым методом дефазификации получается чересчур "пессимистический" результат, состояние предприятия не "среднего качества – A_3", а “неблагополучное – A_2“. Если сравнить, этот прогноз - A_2 меньше согласуется с первоначальными оценками трех экспертов, чем прогноз A_3.

Из всего вышеприведенного следует вывод, что предложенный нами вариант использования метода статистики нечетких классов для оценки состояния предприятия на основе финансово-экономических показателей (определение интервалов подфакторов определенным образом – по нарастающей с фиксированием наименьшего значения фактора в качестве левой границы этих интервалов) с последующим применением принципа максимума для дефазификации дает гораздо лучшие и адекватные результаты и полнее учитывает специфику поставленной задачи.

Чтобы окончательно убедится в справедливости сделанного вывода, испробуем все варианты использования метода статистики нечетких классов для оценки состояния другого предприятия "С2" той же области промышленности.

Пример 2. Пусть заданы два временных интервала - март 2005 года и май того же года, по которым производится сопоставительный финансовый анализ на основании тех же 6 отдельных финансовых показателей, построенных на основе бухгалтерской отчетности за период, имеющих равную значимость для анализа. Определение подфакторов идентично, т.к. отрасль та же. “Историческим” опытом опять являлось: с одной стороны, значения показателей $X_1, \ldots, X_6$ за 12 месяцев 2004 года, выбранные из уже состоявшейся финансовой отчетности предприятия; с другой стороны, оценки состояние предприятия "С2" по шкале A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 за каждый из тех же 12 месяцев, сделанные 3 экспертами. Результаты этих оценок приведены в таблице:

Таблица 44

Дата	Эксперт №1 (оценка в %-ах)									
	A_1		A_2		A_3		A_4		A_5	
01.2004	0	0	40	50	50	60	0	0	0	0
02.2004	0	0	40	50	50	60	0	0	0	0
03.2004	0	0	30	40	60	70	0	0	0	0
04.2004	0	0	20	30	70	80	0	0	0	0
05.2004	0	0	0	0	70	80	20	30	0	0
06.2004	0	0	0	0	70	80	20	30	0	0
07.2004	0	0	0	0	60	70	30	40	0	0
08.2004	0	0	0	0	40	50	50	60	0	0
09.2004	0	0	0	0	30	40	60	70	0	0
10.2004	0	0	0	0	40	50	50	60	0	0
11.2004	0	0	0	0	40	50	50	60	0	0
12.2004	0	0	0	0	70	80	20	30	0	0

Продолжение Таблицы 44

Эксперт №2 (оценка в %-ах)										Эксперт №3 (оценка в %-ах)									
A_1		A_2		A_3		A_4		A_5		A_1		A_2		A_3		A_4		A_5	
0	0	40	45	50	60	0	0	0	0	0	0	60	70	30	40	0	0	0	0
0	0	40	50	55	65	0	0	0	0	0	0	60	70	30	40	0	0	0	0
0	0	30	40	60	70	0	0	0	0	0	0	60	70	30	40	0	0	0	0
0	0	30	40	60	70	0	0	0	0	0	0	67	75	20	30	0	0	0	0
0	0	20	30	70	80	0	0	0	0	0	0	67	75	20	30	0	0	0	0
0	0	20	30	70	80	0	0	0	0	0	0	45	55	40	50	0	0	0	0
0	0	20	30	70	80	0	0	0	0	0	0	45	55	40	50	0	0	0	0
0	0	10	20	80	90	0	0	0	0	0	0	45	55	40	50	0	0	0	0
0	0	10	20	80	90	0	0	0	0	0	0	65	75	30	40	0	0	0	0
0	0	20	20	80	90	0	0	0	0	0	0	75	85	20	30	0	0	0	0
0	0	20	20	80	90	0	0	0	0	0	0	75	85	20	30	0	0	0	0
0	0	20	30	80	90	0	0	0	0	0	0	75	85	20	30	0	0	0	0

Все вычисления аналогичные приведенным в примере 1, их детально можно посмотреть в приложении 3, поэтому мы здесь их опускаем и приведем только окончательные результаты.

Мы хотим оценить состояние предприятия за март месяц 2005 года. Для этого измеряем финансовые показатели за этот месяц. В результате измерения получаем:

Таблица 45

Факторы	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
Полученные значения по интервалам подфакторов	0,5103	0,2941	0,1667	0,0265	0,0620	-0,0413

По стандартному методу статистики нечетких классов с последующим применением для дефазификации принципа максимума получаем:
нечеткое множество состояний предприятия, которое характеризует состояние предприятия за март месяц (см. приложение 3):

Таблица 46

Нечеткие состояния	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
Уровни соответствия	0,0003	0,2187	0,4725	0,1276	0,0000

Мы применим принцип максимума и окончательное решение таково: состояние предприятия в марте месяце A_3 – “среднего качества“ с уровнем соответствия 0,4725. Естественно, соответствующий риск банкротства этого предприятия по данным марта “средний“.

Аналогично, для оценки состояние предприятия за май месяц 2005 года измеряем финансовые показатели за этот месяц. В результате измерения получаем:

Таблица 47

Факторы	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
Полученные значения по интервалам подфакторов	0,7947	0,29851	0,1667	0,00578	0,11209	-0,403

И нечеткое множество состояний предприятия, которое характеризует состояние предприятия за май месяц (см. приложение 3) есть:

Таблица 48

Нечеткие состояния	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
Уровни соответствия	0,0002	0,1992	0,4335	0,1172	0,0000

Применением принципа максимума выводится решение: состояние предприятия в мае месяце A_3 – “среднего качества “ с уровнем соответствия 0,4335. Естественно, соответствующий риск банкротства этого предприятия по данным марта опять “средний“, но с меньшей достоверностью.

Теперь оценку состояния предприятия за те же месяцы проведем предложенным нами вариантом использования метода статистики нечетких классов (определение интервалов подфакторов определенным образом – по нарастающей с фиксированием наименьшего значения фактора в качестве левой границы этих интервалов) с последующим применением принципа максимума для дефазификации (см. приложение 3). Получим следующие результаты:
для марта месяца нечеткое множество состояний предприятия есть

Таблица 49

Нечеткие состояния	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
Уровни соответствия	0,0004	0,3679	0,8142	0,2206	0,0000

а решение о состояние предприятия в марте месяце A_3 – “среднего качества “ с уровнем соответствия 0,8142, соответствующий риск банкротства этого предприятия по данным марта “средний“;
для мая месяца нечеткое множество состояний предприятия –

Таблица 50

Нечеткие состояния	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
Уровни соответствия	0,0004	0,3612	0,7909	0,2139	0,0000

и решение о состояние предприятия в мае месяце A_3 – “среднего качества “ с уровнем соответствия 0,7909, соответствующий риск банкротства этого предприятия по данным марта опять “средний“.

Видим, что состояние по месяцам не изменилось, но уровень достоверности уменьшилось. Объяснения этого можно найти, посмотрев значения финансово-экономических показателей по этим месяцам – реализация продукции увеличилась, но в мае ухудшились значения некоторых других важных показателей (значительно уменьшились чистая прибыль и сумма активов, увеличились суммы краткосрочных и долгосрочных пассивов). Таким образом, этот метод является чувствительным и к таким противоречивым изменениям характеристик предприятия, что очень важно для адекватной оценки состояния предприятия в динамике.

Сделаем оценки состояния предприятия "С2" для обоих вариантов, используя вместо принципа максимума другой принцип дефазификации - FEV. Приведем окончательные результаты, подробности расчетов можно посмотреть в приложении 4.

Для стандартного метода статистики нечетких классов:

март месяц –

решение о состояние предприятия в марте месяце A_3 – “среднего качества “ с уровнем соответствия 0,4725, соответствующий риск банкротства этого предприятия по данным марта “средний“;

май месяц –

решение о состояние предприятия в мае месяце A_3 – “среднего качества “ с уровнем соответствия 0,4335, соответствующий риск банкротства этого предприятия по данным марта опять “средний“. Результаты точно такие, как при использовании принципа максимума.

Теперь оценку состояния предприятия за те же месяцы проведем предложенным нами вариантом использования метода статистики нечетких классов:

март месяц –

решение о состояние предприятия в марте месяце A_2 – “неблагополучное“ с уровнем соответствия 0,5803. прогноз опять "пессимистический";

май месяц –

решение о состояние предприятия в мае месяце A_3 – “среднего качества “ с уровнем соответствия 0,4335, соответствующий риск банкротства этого предприятия по данным мая “средний“.

Результаты применения для дефазификации FEV вместо принципа максимума, в общем, такие же, как для примера 1 – его применение никакого улучшения не дает, даже скорее наоборот.

Таким образом, пример 2 еще раз подтвердил выше сделанный вывод - предложенный нами вариант использования метода статистики нечетких классов для оценки состояния предприятия на основе финансово-экономических показателей (определение интервалов подфакторов определенным образом – по нарастающей с фиксированием наименьшего значения фактора в качестве левой границы этих интервалов) с последующим применением принципа максимума для дефазификации дает лучшие результаты, т.к. полнее учитывает специфику поставленной задачи.

Еще раз подчеркнем, что как мы видели, этот вариант является чувствительным к противоречивым изменениям характеристик предприятия через изменение уровня достоверности в оправданном финансовым анализом, правильном направлении, что чрезвычайно важно для адекватной оценки состояния предприятия в динамике.

Литература:

1. Гачечиладзе Т., Манджапарашвили Т. О нечетких подмножествах, Труды ТГУ, серия прикладная математика, 1988, т.279
2. A. Kaufmann, Theory of Expertons and Fuzzy Logic, Fuzzy Sets and Systems, 1988, 28, №2, 295-304
3. Li Zuoyong, Chen Zhenpei, Li Jitao. A model of weather forecast by fuzzy grade statistics, FSS, 1988, 26, № 3
4. L. M. de Campos Ibanez, M. J. Bolanos Carmone. Representation of fuzzy measures througt probabilities, FSS, 1989, 31, №1
5. Kandel Abraham. On the Controland Evaluation of Unsertain Processes, IEEE Transactions on Automatic Control, 1980, AC-25, №6
6. Kandel Abraham. Fuzzy Statistics and Forecast Evaluation, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 1978, SMC-8, №5

В работе приведен 1 рисунок и 50 таблиц.

Article received: 2005-04-17