УДК 681.142.35

Об одном способе определения интервального коэффициента готовности

Джоджуа З.С.
Грузинский технический университет, Тбилиси, Костава 77

Аннотация:

В работе исследуется надежность технических систем подверженных отказом двух типов - внезапные и постепенные (износовые). Образованный ими поток считается Пуассоновским. Время решения задачи считается распределенным в виде единичной функции.

Текущий контроль может обнаруживать внезапные отказы, но не может обнаруживать постепенные, поэтому результаты решения задачи проходят достоверный контроль.

Время контроля и восстановления считается распределенным по произвольному закону.

Введена функция вероятности решения задачи за заданное время и составлена её аналитическое выражение.

Через преобразование Лапласа получена формула для вычисления среднего времени решения задачи.

Ключевые слова: *отказ, готовность, контроль, ремонт, вероятность, время.*

Относительно рассматриваемой технической системы имеет место следующие допущения:

в исправной технической системе любая задача решается в течение минимально необходимого времени - τ_o. Это время распределена в виде единичной функции - $F(u) = 1(t-\tau_o)$, где $t > \tau_o$. Функция невыпольнения задачи $\overline{F}(u) = 1 - F(u)$;

в системе возникают пуассоновские потоки, отказов двух типов: внезапные с интенсивностью α и постепенные с интенсивностью β. Притом $\alpha + \beta = \lambda$;

система текущего контроля может обнаруживать первые, но не может обнаруживать вторые, поэтому конечные результаты решения задачи проходят достоверный контроль. Время работы системы контроля распределена по произвольному закону функцией $V(u)$;

в случае обнаружения ошибки техническая система переводится на ремонт, время выполнения которого распределена по произвольному закону $G(u)$.

Для определения надежностных характеристик системы введена функция вероятности решения задачи за время t, если на данный момент выпольнена x-ая её часть- $\Phi(t,x)$.

Относительно функции $\Phi(t,x)$ можно написать следующее интегральное уравнение:

$$\overline{F}(x)\Phi(t,x) = \int_0^t e^{-\lambda u} dF(x+u)V(t-u) + \int_0^t \alpha e^{-\lambda u} du \overline{F}(x+u) \int_0^{t-u} dV(\upsilon) \int_0^{t-u-\upsilon} dG(\tau)\Phi(t-u-\upsilon-\tau, x+u) +$$
$$\int_0^t \beta e^{-\lambda u} du \int_0^{t-u} e^{-\alpha v} dF(x+u+v) \int_0^{t-u-v} dV(\eta) \int_0^{t-u-v-\eta} dG(\upsilon)\Phi(t-u-v-\eta-\upsilon, x+u) + \int_0^t \beta e^{-\lambda u} du \int_0^{t-u} \alpha e^{-\alpha\tau} d\tau \times$$
$$\times \overline{F}(x+u+\tau) \int_0^{t-u-\tau} dV(\upsilon) \int_0^{t-u-\tau-\upsilon} dG(\sigma)\Phi(t-u-\tau-\upsilon-\sigma, x+u) \tag{1}$$

Первый член суммы отражает процесс, когда система поработала безотказно в течение времени u -$e^{\lambda u}$, задача выполнена до конца - $dF(x+u)$ и подтверждена достоверным контролем -$V(t-u)$.

Второй член отражает ситуацию, когда в системе в момент времени u произашел обнаруживаемый отказ $-\alpha e^{-\lambda u}$, выпольнена x+u часть задачи, но она не завершена - $\overline{F}(x+u)$, средства контроля поработов в течение времени ν - $dV(\nu)$, перевела систему на ремонт, который завершился за время τ - $dG(\tau)$ и система продолжила решение задачи с части x+u с вероятностью $\Phi(t\text{-}u\text{-}\nu\text{-}\tau,\ x+u)$.

Третый член суммы описивает ситуацию, когда в системе произашел необнаруживаемый отказ в момент времени u - $\beta e^{-\lambda u}du$, но не произашел обнаруживаемый отказ и задача завершилась с искажением - $e^{-\alpha v}dF(x+u+v)$; система контроля обнаружила ошибку - $dV(\eta)$ и перевела систему на ремонт, по завершении которого - $dG(\nu)$, система продолжила решение задачи с части x+u с вероятностью $\Phi(t\text{-}u\text{-}v\text{-}\eta\text{-}\nu,\ x+u)$.

Четвертый член отражает ситуацию, когда в системе в момент времени u произашел необнаруживаемый отказ, выполнена x+u часть задачи, за время τ произошел обнаруживаемый отказ и средства контроля перевела систему на ремонт, по завершении которого система продолжила работу соответствующей вероятностью.

Применяя преобразование Лапласа относительно (1)-го уравнения, получим:

$$\Phi(s,x)=\frac{v(s)}{s}e^{(s+\lambda)x}e^{-(s+\lambda)\tau_0}+\alpha v(s)g(s)e^{(s+\lambda)x}\int_x^{\tau_0}e^{-(s+\lambda)z}\Phi(s,z)dz+\beta v(s)g(s)e^{-(s+\alpha)\tau_0}e^{(s+\lambda)x}\times$$
$$\times\int_x^{\tau_0}e^{-\beta\eta}\Phi(s,\eta)d\eta+\frac{\alpha\beta v(s)g(s)}{s+\alpha}e^{(s+\lambda)x}\int_x^{\tau_0}e^{-(s+\lambda)\eta}\Phi(s,\eta)d\eta-\frac{\alpha\beta v(s)g(s)}{s+\alpha}e^{(s+\lambda)x}e^{-(s+\alpha)\tau_0}\times$$
$$\times\int_x^{\tau_0}e^{-\beta\eta}\Phi(s,\eta)d\eta \qquad (2)$$

Деля обе части уравнения на $e^{(s+\lambda)x}$, диференцируя по x и производья ряд преобразований, получим:

$$\frac{d\Phi(s,x)}{dx}=\left[s+\lambda-\alpha v(s)g(s)\frac{s+\lambda}{s+a}-\beta v(s)g(s)\frac{s}{s+\alpha}e^{(s+\alpha)(x-\tau_0)}\right]\Phi(s,x) \qquad (3)$$

После умножения обеих частей уравнения на $\left[\Phi(s,x)\right]^{-1}dx$ и интегрирования, получим:

$$\ln\Phi(s,x)=\left[s+\lambda-\alpha v(s)g(s)\frac{s+\lambda}{s+\alpha}\right]x-\beta v(s)g(s)\frac{s}{s+\alpha}e^{-(s+\alpha)\tau_0}\frac{e^{(s+\alpha)x}}{s+\alpha}+C \qquad (4)$$

$$\Phi(s,x)=c\cdot e^{\left[s+\lambda-\alpha v(s)g(s)\frac{s+\lambda}{s+\alpha}\right]x--\beta v(s)g(s)\frac{s}{(s+\alpha)^2}e^{(s+\alpha)(x-\tau_0)}} \qquad (5)$$

Для определения постоянного C в формуле (2) допустим граничное значение x: $x=\tau_0$, что дает:

$$\Phi(s,\tau_0)=\frac{v(s)}{s}$$

Подставляя это значение в (5), получим:

$$C=\frac{v(s)}{s}e^{-\left[s+\lambda-\alpha v(s)g(s)\frac{s+\lambda}{s+\alpha}\right]\tau_0+\beta v(s)g(s)\frac{s}{(s+\alpha)^2}}$$

Подставка значения C в (5) дает:

$$\Phi(s,x)=\frac{v(s)}{s}e^{-\left[s+\lambda-\alpha v(s)g(s)\frac{s+\lambda}{s+\alpha}\right]\tau_0+\beta v(s)g(s)\frac{s}{(s+\alpha)^2}}e^{\left[s+\lambda-\alpha v(s)g(s)\frac{s+\lambda}{s+\alpha}\right]x-\beta v(s)g(s)\frac{s}{(s+\alpha)^2}e^{(s+\alpha)(x-\tau_0)}} \quad (6)$$

Если в начальный момент наработки нет, т.е. x=0:

$$\Phi(s,0)=\frac{v(s)}{s}e^{-\left[s+\lambda-\alpha v(s)g(s)\frac{s+\lambda}{s+\alpha}\right]\tau_0+\beta v(s)g(s)\frac{s}{(s+\alpha)^2}}e^{-\beta v(s)g(s)\frac{s}{(s+\alpha)^2}e^{-(s+\alpha)\tau_0}} \quad (7)$$

Если в системе нет необнаруживаемых отказов -$\beta=0$, тогда $\lambda = \alpha$ и (7)-я формула принимает вид:

$$s\Phi(s,o)=v(s)e^{-[s+\alpha-\alpha v(s)g(s)]\tau_0}$$

Диференцируя по s и устремляя s к нулю, получаем среднее время выполнения задания для данных условий:

$$T_1=\tau_{\hat{e}}+\tau_0+\alpha\tau_0\left(\tau_{\hat{e}}+\tau_{\eth}\right) \quad (8)$$

где, $\tau_к$ - среднее время контроля, $\tau_р$ - среднее время ремонта.

Если в системе нет обнаруживаемых отказов - $\alpha = 0$, тогда $\lambda = \beta$ и формула (7) принимает вид:

$$s\Phi(s,o)=v(s)e^{-(s+\beta)\tau_0+\beta v(s)g(s)\frac{1-e^{-s\tau_0}}{s}}$$

Диференцируя по s, устремляя s к нулю и раскривая неопределенности по правилам Лопиталя, получаем среднее время выполнения задания для данных условий:

$$T_2=\tau_{\text{კ}}+\tau_0+\beta\tau_0\left(\tau_{\text{კ}}+\tau_{\text{რ}}\right)+\frac{\beta\tau_0^2}{2} \quad (9)$$

Для общего случая, когда $x\neq0$, $\alpha\neq0$,$\beta\neq0$ аналогичные преобразования формули (6) дает среднее время выполнения задания:

$$T=\tau_{\text{კ}}+\tau_0+\lambda\tau_0\left(\tau_{\text{კ}}+\tau_{\text{რ}}\right)+\frac{\alpha\beta\tau_0-\beta(1-e^{\alpha\tau_0})}{\alpha^2} \quad (10)$$

Тогда коэффициент готовности технической системы можно определить выражением

$$K_2(\tau_0)=\frac{\tau_0}{T}$$

Литература:

1. Микадзе И.С. Об одном способе определения интервального коэффициента готовности. Сообщения АН ГССР, 1978 , №2, 417 - 420.
2. Микадзе И.С. Мурусидзе Т.А. К вопросу об определении коэффициента готовности ЭВМ. Сообщения АН ГССР,1977, №3, 685 - 688.
3. Микадзе И.С. Джоджуа З.С. Анализ надежности технических систем с разнородными отказами. Сборник научных работ "ИНТЕЛЕКТ",1998, №3, 70 -73.
4. Микадзе И.С. Курцер М.Ш. К вопросу определении коэффициента производительности технической системы с учетом её надежности. Сообщения АН ГССР, 1985, №2,409 - 412.

Article received: 2006-08-21