

УДК 336:004.942:519.710.34

Обобщенная математическая модель коммерческого банка

М.И. Румянцев

Западнодонецкий институт экономики и управления, ул. Парковая, 1а, Павлоград, 51400, Украина
E-mail: renixa-1959@mail.ru

Аннотация:

В статье отражена попытка построения формальной модели учреждения банка с использованием методов теории множеств и общей алгебры. Банк рассматривается как сложный динамический объект многомерного финансового пространства. Показано, что выбор адекватной алгебраической структуры для моделирования банковской деятельности непосредственно влияет на эффективность способов решения инженерно-экономических задач, возникающих в процессе проектирования и эксплуатации автоматизированных банковских систем.

Ключевые слова: моделирование банковской деятельности, многослойная модель, модельный уровень, многомерное финансовое пространство, финансово-вероятностное пространство.

Введение

В связи с нарастающей глобальной тенденцией «интернетизации» и «виртуализации» банковской сферы, увеличением доли безлюдных банковских операций (не требующих участия персонала) возникает необходимость в разработке все более совершенных методов моделирования банковских бизнес-процессов – как инструмента эффективного реинжиниринга современного коммерческого банка (КБ) с учетом требований завтрашнего дня по обеспечению финансово-кредитными услугами в любой точке и в любое время. Краеугольным камнем является положение о том, что процесс создания математической модели КБ не завершается реализацией некоей универсальной архисложной модели, охватывающей все аспекты функционирования банка – напротив, это многоэтапный процесс, обусловленный разветвленностью и иерархичностью организационной структуры современных банков, хаотичностью и непредсказуемостью возмущений со стороны внешней среды.

Указанные обстоятельства естественным образом предполагают переход к концепции *многослойного моделирования* деятельности банковского учреждения. В данном контексте этот термин означает поэтапное (сверху вниз) построение совокупности базовых моделей функционирования конкретного банка – причем каждый модельный слой предполагает свой уровень абстракции для соответствующих моделей конкретных точек принятия решений. Таким образом, совокупность всех моделей конкретного КБ образует модельный граф (дерево), сформированный как с учетом территориально-организационной структуры банка, так и детализации сверху вниз алгоритмов оказываемых банком услуг (и соответствующих информационных потоков).

Постановка задачи

Как известно, исходной точкой при исследовании определенной предметной области является выделение множеств важнейших объектов, операций над ними и отношений – с последующим изучением их характеристик. Такие исследователи, как Н.П. Бусленко, В.М. Глушков, А.И. Кухтенко, Г.Е. Цейтлин, Р. Акофф, Р. Аллен, М. Месарович, Р. Калман, П. Фалб и другие показали в своих работах представимость конкретных математических моделей в виде соответствующих алгебраических структур.

Применительно к предмету настоящего исследования представляется рациональным и плодотворным применение на высшей (первичной) стадии абстрагирования аппарата алгебраической теории линейных систем [1] или иного аналогичного высокоуровневого инструментария (например, [2]). Удачный выбор соответствующего множества объектов и определение операций над ними на этапе построения верхнего слоя формальной модели учреждения КБ позволяет в перспективе построить некоторое семейство алгебр, описывающих различные стороны жизнедеятельности банка. Выражаясь формально, необходимо сконструировать подходящую для построения адекватной модели КБ тройку $\langle \Phi, \Omega_\Phi, \Omega_\Pi \rangle$ (Φ – множество основных объектов КБ-системы; Ω_Φ – множество операций, определенных на Φ ; Ω_Π – множество предикатов, заданных на множестве Φ). В рамках данной работы автором была поставлена цель построения некоторой алгебраической структуры, опирающейся на теоретико-множественный аппарат и отражающей основные аспекты жизнедеятельности финансов-кредитного учреждения (в частности, коммерческого банка) – как дальнейшее развитие идей, отраженных в [3-5].

Построение модели КБ

Рассмотрим национальную банковскую систему как совокупность некоторого конечного числа банков B_0, B_1, \dots, B_M , функционирующих в непрерывном времени. При необходимости анализа любого из объектов B_i в дискретном времени можно ограничиться рассмотрением вместо интервала времени $[0, \infty)$ его дискретного подмножества $\{t_0, t_1, t_2, \dots\} \subset [0, \infty)$.

Каждый из B_i рассматривается как система, образованная подсистемами-филиалами, для которой системообразующим фактором по Анохину является получение прибыли. При этом, будучи сложной кибернетической системой, каждый из КБ самостоятельно решает вопросы оптимального распределения ресурсов, направляемых на реализацию функций самосохранения, саморазвития и самовоспроизведения себя как целостной системы (управляющие воздействия со стороны Национального банка в данном случае нас пока не интересуют).

На самом верхнем уровне абстрактно-формальной модели КБ находится тройка $\langle \Phi, \Omega_\Phi, \Omega_\Pi \rangle$. Каждый из коммерческих банков B_i на этом модельном уровне в любой произвольный дискретный момент времени $t_i \in \mathbb{N} = \{0, 1, \dots, N\}$ можно охарактеризовать с помощью некоторого обобщенного показателя результативности D_{t_i} , который рассматривается как состояние КБ в некоем $k \times n$ -мерном финансовом пространстве $\mathbf{D}^{k \times n}$ (где k – число учитываемых экономических показателей, n – количество территориально-обособленных подразделений банка). Векторы D_{t_i} образуются из конечного числа показателей $d_i^t \in \mathbf{R}_+$ (где $i \in I = \{1, 2, \dots, k\}$, а \mathbf{R}_+ – множество положительных вещественных чисел). Заметим, что для компьютерного представления $\mathbf{D}^{k \times n}$ может быть применен гиперкуб (хранилище) данных.

Строго говоря, для векторного пространства $\mathbf{D}^{k \times n}$ необходимо определить как операцию сложения векторов, так и операцию умножения вектора на число (и придать им соответствующий экономический смысл). Например, можно рассматривать сумму векторов D_i, D_j, D_l как вектор, характеризующий результаты работы какого-либо регионального управления банка по какому-либо направлению работы (кредитованию, привлечению свободных средств населения и т.д.). Операция умножения вектора на число может иметь смысл при пересчете баланса банка и т.п. из одной валюты в другую, изменении курса национальной валюты по отношению к доллару и т.д.

Поскольку в банковском деле применяется хотя и большое, но конечное количество показателей (да и число филиалов КБ также ограничено), логично предположить, что $\mathbf{D}^{k \times n}$ является линейным евклидовым пространством, в котором определена норма $\|D_{t_i}\|$. Соответственно, в качестве ортонормированного базиса для пространства $\mathbf{D}^{k \times n}$ можно использовать совокупность плановых показателей на 1 работника КБ: d_1, d_2, \dots, d_k (где k –

число учитываемых экономических показателей), образующих единичную сферу. Вести очевидным и естественным образом скалярное произведение, имеющее некий экономический смысл, достаточно затруднительно. На наш взгляд, в первом приближении можно принять в качестве результата такой операции введенный нами ранее обобщенный показатель результативности D_t .

С другой стороны, если рассматривать пространство $D^{k \times n}$ в качестве борелевского поля событий, можно задать финансово-вероятностное пространство для КБ-системы как тройку $\langle \Omega, D^{k \times n}, P \rangle$ (где Ω – множество элементарных событий; P – вероятность, заданная на $D^{k \times n}$). Несложно выделить в этом пространстве как невероятные события, так и события, которые неминуемо должны наступить; более того, нет проблем при необходимости определить как события, приводящие к возрастанию показателя результативности D_t , так и его снижению.

Укажем в пространстве $D^{k \times n}$ некоторый морфизм самого общего вида, отображающий закон управления КБ как конечномерной динамической системой:

$$\mu: D^{k \times n} \times D^{k \times n} \rightarrow D^{k \times n}.$$

Подразумевая ассоциативность введенной операции μ , существование единицы и обратного элемента для $\forall D_t \in D^{k \times n}$, мы предполагаем наличие у алгебры $\langle D^{k \times n}, \mu \rangle$ всех свойств группы. Правомочность этих допущений базируется на парадигме {прибыль, убыток} как неотъемлемом свойстве любой реальной коммерческой деятельности.

Конкретизируя $\langle D^{k \times n}, \mu \rangle$, зададим следующую алгебраическую структуру:

$$\Phi = \{R, A, P, O, G, C, W, \Psi\},$$

где R – множество денежных ресурсов банка; A – множество активных операций; P – множество пассивных операций; O – множество прочих операций (посреднических и т.п.); G – множество операций внутрикорпоративного менеджмента; C – множество клиентов; W – множество сотрудников КБ; Ψ – множество случайных величин (внешних возмущений и внутренних факторов неопределенности).

Множество R – линейное пространство над полем вещественных чисел (соответственно, множества привлеченных и размещенных ресурсов по n филиалам банка – R_1', R_2', \dots, R_n' и $R_1'', R_2'', \dots, R_n''$ – являются линейными подпространствами пространства R).

Множества C и W – конечные множества переменного состава, задаваемые перечислением своих элементов: $C = \{c_1, \dots, c_l\}$, $W = \{w_1, \dots, w_q\}$.

Множества A , P , O и G вводятся в модель как множества метаопераций – что позволяет производить некоторые операции-примитивы над элементами этих множеств: создавать элементы (метаоперации), удалять, изменять их атрибуты, обращаться к ним (выполнять метаоперации) и т.д. Такой подход самым естественным образом соответствует реальным процессам формирования номенклатуры услуг и продуктов, предоставляемых банком своим клиентам.

Множество случайных величин Ψ представляет собой конечное множество разнообразных стохастических факторов (колебаний конъюнктуры рынка банковских услуг, инфляционных процессов, изменений нормативно-правовой базы банковской деятельности и т.д.). В общем случае каждый из этих факторов зависит от времени и имеет собственную функцию распределения: $\Psi = \{\psi_1(t), \dots, \psi_r(t)\}$. Отметим, что предположение о конечности множества Ψ допустимо только в той мере, в какой удастся выделить совокупность наиболее существенных для нормального функционирования КБ случайных воздействий.

В общем виде множества метаопераций могут быть формально заданы как порождающие процедуры:

$$\begin{aligned} A &:= \{a \mid a := f_a\}, & f_a &:= R \times C \rightarrow R''; \\ P &:= \{p \mid p := f_p\}, & f_p &:= R' \times C \rightarrow R; \\ O &:= \{o \mid o := f_o\}, & f_o &:= R''' \times C \rightarrow R; \\ G &:= \{g \mid g := f_g\}, & f_g &:= W \times C \rightarrow W. \end{aligned}$$

Здесь: R' – привлеченные ресурсы, R'' – размещенные ресурсы, R''' – доход КБ от посреднических операций; $R = R' \cup R'' \cup R'''$ (без учета затрат на оказание банковских услуг и административные нужды КБ); f_a , f_p , f_o и f_g выступают в роли внешних законов композиции для соответствующих объектов множеств (операндов). Конкретный вид порождающих процедур зависит от номенклатуры и особенностей технологических процессов, практикуемых в том или ином банке. В частности, процедура f_g должна учитывать существование определенного антагонизма между краткосрочными и долгосрочными целями КБ.

Для каждой из метаопераций a_i , p_i , o_i и g_j можно задать семейство характеристик:

$$Z = \{S, L_S, U, L_U, T\},$$

где S – множество состояний КБ-системы (в которые она переходит вследствие выполнения операций-примитивов); L_S – множество ограничений на состояния; U – множество управляющих воздействий со стороны персонала КБ; L_U – множество ограничений на управляющие воздействия; T – логические условия перехода из состояния в состояние (в предикатной форме). L_S , L_U и T можно рассматривать как параметры КБ-системы (поскольку они отражают экономические, технологические, социально-психологические и законодательные факторы, влияющие на жизнедеятельность банка).

По завершении (пусть даже в самых общих чертах) формализации модели КБ верхнего уровня можно спуститься на более низкий уровень абстрагирования – от теоретико-множественных и алгебраических моделей к их «овеществленным» воплощениям в виде моделей системной динамики по Дж. Форрестеру. Важнейшая и сложнейшая задача этого этапа – поиск и обнаружение аналогий между алгебраическими структурами {*объекты, операции*} и форрестеровскими структурами {*фонды, потоки*}. Введя соответствующие входные и промежуточные переменные для каждого фонда и его потоков, можно приступить к параметризации имитационных моделей подсистем КБ – составлению уравнений темпов. Это позволяет формализовать цепочки обратных связей, существующих в КБ.

Для выявления основных обратных связей необходимо учитывать уже упоминавшийся нами постулат о прибыли как системообразующем факторе (если рассматривать получение прибыли как главнейший результат деятельности банка). Необходимо определить те выходные индикаторы КБ-системы, которые четко и недвусмысленно позволяют оценивать ее успешность в реализации функций самосохранения, саморазвития и самовоспроизведения (т.е. наполнить экономическим содержанием введенный нами выше обобщенный показатель результативности). В частности, оценивание прибыльности КБ осуществляется при помощи совокупности таких показателей, как прибыльность банковских активов (*ROA*), прибыльность акционерного капитала (*ROE*), процентная маржа (*SPRED*). Т.о., участниками положительных обратных цепей для прибыли являются процентные доходы и объем активов, а отрицательных – процентные расходы и объем пассивов.

Разумеется, и на более нижних модельных уровнях не возбраняется при необходимости продолжать пользоваться теоретико-множественным инструментарием. К примеру, для моделирования процессов предоставления кредитов можно ввести следующую структуру:

$$L = \{R, C, O, P, S\},$$

где R – множество кредитных ресурсов; C – множество клиентов-заемщиков; O – множество технологических операций по кредитованию; P – множество ограничений; S – множество допустимых состояний КБ. В этом случае область «безопасного» (с низким уровнем риска) кредитования будет выглядеть как декартово произведение $R \times C \times O \times P \times S$. Т.о., запрос на выдачу кредита может быть представлен как кортеж $q = \{r, c, o, s\}$, где $r \in R$, $c \in C$, $o \in O$, $s \in S$. Кредит выдается в том случае, если запрос q полностью заключен в соответствующее подпространство пространства L (т.е. множество S образует группоид относительно операции композиции $S \times S \rightarrow S$; композиция в данном случае – совокупность соответствующих технологических операций-примитивов по кредитованию).

Выводы

Получение базовых алгебраических структур, пригодных для построения укрупненной модели деятельности коммерческого банка, позволяет на последующих этапах произвести детализацию до уровня моделей системной динамики основных бизнес-процессов. Для ряда подсистем КБ возможно применение и достаточно хорошо изученных моделей теории массового обслуживания – как совокупностей обслуживающих центров, заявок и очередей. Это позволяет в конечном итоге перейти к проведению компьютерных экспериментов с имитационными моделями подсистем коммерческого банка: в виде программ для дискретно-событийного моделирования в среде GPSS World, моделирования в рамках методов системной динамики с помощью VenSim, либо агентного моделирования в среде AnyLogic.

Литература

1. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки математической теории систем: Пер. с англ. / Под ред. Я.З. Цыпкина. – Изд. 2-е, стереотипное. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 400 с.
2. Мальцев А.И. Алгебраические системы. – М: Наука, 1970. – 392 с.
3. Румянцев М.И. Построение математической модели финансово-кредитного учреждения // Дні науки: Зб. тез доповідей: В 3-х тт. / Гуманітарний університет “ЗІДМУ”, 27-28 жовтня 2005 р.; Ред. кол. В.М. Огаренко та ін. – Запоріжжя: ГУ “ЗІДМУ”, 2005. – Т. 1. – с. 248-250.
4. Румянцев М.И. Об одной концепции построения математической модели коммерческого банка // Информационные технологии моделирования и управления. – 2006. – № 3 (28). – с. 353-360.
5. Румянцев М.И. Информационные системы и технологии финансово-кредитных учреждений: Учебное пособие для вузов. – Днепропетровск: ИМА-пресс, 2006. – 482 с.

Article received: 2006-09-02