

მცირე ანაკრებთა საშუალებით შემთხვევითი სიდიდის განაწილების კანონის განსაზღვრის არაკლასიკური მეთოდები და მათი კვლევა

თეიმურაზ ტაბატაძე

თბილისის ივ. ჯავახიშვილის სახელობის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
თბილისი, ჭავჭავაძის №1.

ანოტაცია

განხილულია შემთხვევითი სიდიდის განაწილების ფუნქციის აგების არაკლასიკური გზები მართკუთხა წვლილთა, აპრიორულ-ემპირიული და განუზღვრელობის შემცირების მეთოდთა საფუძველზე, რომელთა საშუალებითაც მცირე ანაკრებთა რიცხვის შემთხვევაში საკმარისი სიზუსტით შეიძლება დავადგინოთ საჭირო შემთხვევითი სიდიდის განაწილება და მისი პარამეტრები. მანქანური ექსპერიმენტის საშუალებით განაწილების კანონის სხვადასხვა ტიპისათვის გამოკვლეულია თითოელის ეფექტურობა კლასიკურ მეთოდთან და ჩამოყალიბებულია მათი გამოყენების რეკომენდაციები. შემუშავებულია უცნობი შემთხვევითი სიდიდის განაწილების ფუნქციის აგების პროგრამული კომპლექსი წინასწარი აპრიორული ინფორმაციისა და ანაკრებთა მცირე რიცხვის გამოყენებით.

საკვანძო სიტყვები: შემთხვევითი სიდიდე, განაწილების ფუნქცია, მართკუთხა წვლილთა მეთოდი, აპრიორულ-ემპირიული ფუნქციის მეთოდი, განუზღვრელობის შემცირების მეთოდი, მცირე ანაკრები, დირაკის ფუნქცია, დირიხლეს პირობები, სტატისტიკური მოდელირება, დისპერსია, რელეის განაწილება, ლოგარითმულ-ნორმალური განაწილება, ექსპონენციალური განაწილება.

1. მოკლე მიმოხილვა

ექსპერიმენტით მიღებული გაზომვების სტატისტიკური დამუშავება, რათა იგი იყოს რეპრეზენტატიული, ე.ი. ამორჩევითი დაკვირვებით მიღებული მახასიათებლები შეესაბამებოდეს მთელი გენერალური ერთობლიობის მახასიათებლებს, დღეისათვის მოითხოვს დიდ დანახარჯებს. ეს გარემოება მკვეთრად ზრდის კვლევის ღირებულებას, ხოლო იშვიათი რეალიზაციების შესწავლა შეიძლება გამორიცხულიც გახდეს.

ცდების შედეგად მიღებული ინფორმაციის ეფექტური გამოყენების საკითხს დღეს დიდი ყურადღება ექცევა. ბევრი ქვეყნის საკვლევ-სამეცნიერო ცენტრში გამოიყენება სტატისტიკური ანალიზის მეთოდები, რომლებიც საშუალებას იძლევა საკმაოდ დიდი მოცულობის მონაცემებიდან ამოღებული იქნას საჭირო ინფორმაცია. ეს არის იმის შედეგი, რომ თანამედროვე სტატისტიკური ანალიზის მათემატიკური მეთოდები ძირითადად დამყარებულია დასკვნებზე, რომლებიც მიღებულია იმ დაშვებით, რომ საკვლევ სტატისტიკური ერთობლიობა არის შემთხვევითი ანაკრები განუსაზღვრელი მოცულობის (ე.ი. უსასრულო) გენერალური ერთობლიობიდან. დიდი რაოდენობის მონაცემებისთვის მათემატიკური სტატისტიკის თეორიაში ცნობილია ექსპერიმენტული

მონაცემების დამუშავების მეთოდები და კრიტერიუმები. მათი საშუალებით შეიძლება მიღებული იქნას შემთხვევითი სიდიდის განაწილების პარამეტრების ეფექტური და საკმარისი შეფასებები, განსაზღვრული იქნას საკვლევი სიდიდის განაწილების ფუნქციის სახე და ხასიათი, აგრეთვე გადაწყდეს სტატისტიკური ანალიზის სხვა ამოცანები.

იმის გამო, რომ პრაქტიკაში სპეციალისტები იძულებული არიან გაანალიზონ სასრული და არა უსასრულო მოცულობის ანაკრები, შედგენილი იქნა სპეციალური ცხრილები. ეს ცხრილები საშუალებას იძლევა ექსპერიმენტული შედეგების სასრული რაოდენობის ანალიზისათვის დასაბუთებულად იქნას გამოყენებული ტრადიციული სტატისტიკური მეთოდები. ამ ცხრილების დახმარებით სპეციალისტები განსაზღვრავენ დაკვირვებების იმ აუცილებელ და საკმარის მოცულობას, რომელიც საჭიროა განაწილების პარამეტრების შესაფასებლად ნდობის მოთხოვნილი დონით და იმ საზღვრების დასადგენად, რომლებშიც განსაზღვრული ალბათობით მოთავსებულია საძიებელი სიდიდეები. ეს მეთოდი დასაბუთებულია და ამართლებს იმ შემთხვევებში, როცა ექსპერიმენტი შეიძლება ჩატარდეს მრავალჯერ. საკითხის ასეთმა გადაწყვეტამ სპეციალისტები არ დააკმაყოფილა და მათ მიმართეს ექსპერიმენტის შედეგების უფრო პროგრესულ შეფასებას ვალდის [1] მიმდევრობითი ანალიზის მეთოდით. ამ მეთოდს აქვს მთელი რიგი უპირატესობები ტრადიციულ სტატისტიკურ მეთოდებთან შედარებით, მაგრამ იგი მაინც არის ექსპერიმენტის შედეგად მიღებული ინფორმაციის ეფექტური გამოყენების საკითხის გადაჭრის მხოლოდ პირველი საფეხური.

როდესაც სპეციალისტი-მკვლევარი იძულებულია გაანალიზოს დაკვირვებების მცირე რიცხვით მოცემული ინფორმაცია, მაგალითად იმ შემთხვევაში, როცა ექსპერიმენტი ხანგრძლივია, რთულია ან ძვირადღირებული, ცდების რაოდენობა შეზღუდულია და არ აღემატება ათს, (სწორედ ასეთთა რიცხვს მიეკუთვნება საიმედოობაზე გამოცდების ჩატარება) მაშინ ექსპერიმენტული მონაცემების სტატისტიკური ანალიზის არსებული მეთოდები არაეფექტურია და მათი გამოყენებით არასაიმედო შედეგები მიიღება.

ზემოაღნიშნულმა გარემოებებმა დასვა მცირე მოცულობის საწყის მონაცემებში ჩადებული ინფორმაციის უფრო ეფექტურად გამოყენების ამოცანა. ამ საკითხის გადაწყვეტას დღეისათვის არ იძლევა ადაპტირებადი მასწავლებელი ავტომატების მათემატიკური თეორიის შექმნაც კი.

არსებული პრობლემის გადასაწყვეტად შესაძლებელია სამი სხვადასხვა არაკლასიკური მეთოდის გამოყენება, რომლებიც განაწილების ემპირიული კანონის განსაზღვრისათვის ემყარება ორ ძირითად იდეას, სახელდობრ:

1) გარკვეული სახით მოცემული აპრიორული ინფორმაციის გათვალისწინება უცნობი განაწილების თეორიული კანონისათვის;

2) ყოველი დაკვირვების რაციონალურად გამოყენება მისთვის აბსოლუტური მნიშვნელობის მიუნიჭებლად. შემდეგ კი რაიმე გზით ცალკეული რეალიზაციით მიღებული ინფორმაციის გადანაწილება მეზობელ არეებზე. განსხვავება მათ შორის დაიყვანება იმ ინფორმაციის გადანაწილების ხერხზე, რომელსაც გვაძლევს X შემთხვევითი სიდიდის კონკრეტული რეალიზაცია.

2. მართკუთხა წვლილთა მეთოდი.

პირველად შეზღუდული მოცულობის ინფორმაციის ეფექტური გამოყენების პრობლემა ჩამოყალიბებულია და ნაწილობრივ გადაწყვეტილია ვ. ჭავჭავაძისა და ვ. ქუმსიშვილის მიერ [2]. ის განხილულია როგორც დაკვირვებათა მცირე ანაკრების რიცხვის შემთხვევაში შემთხვევითი X სიდიდის განაწილების კანონის განსაზღვრის ამოცანა. მისი გადაწყვეტის მეთოდს ავტორებმა უწოდეს მართკუთხა წვლილთა მეთოდი. იგი დაფუძნებულია იმ აპრიორული ინფორმაციის გამოყენებაზე, რომელსაც იძლევა საძიებელი განაწილების $f(x)$ ფუნქცია მისი არსებობის განსაზღვრის არისა და ხასიათის შესახებ. ანალიზურად ეს ინფორმაცია მოიცემა შემდეგი სახით:

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 & a \leq x \leq b, \\ f(x) \equiv 0 & x < a, x > b \end{cases} \quad (2.1)$$

სადაც a და b სასრული რიცხვებია რომლებიც განსაზღვრავენ X შემთხვევითი სიდიდის შესაძლებელ რეალიზაციათა ინტერვალს (არეს);

$f(x)$ ფუნქცია უწყვეტია $[a, b]$ ინტერვალის შიგნით.

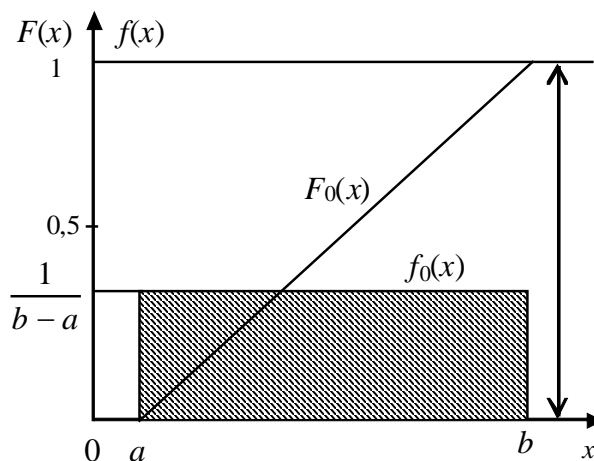
იმ შემთხვევაში, როდესაც არ გვაქვს X სიდიდის არც ერთი რეალიზაცია, აპრიორულად ვთვლით, რომ X -ის ნებისმიერი მნიშვნელობა $[a, b]$ ინტერვალში თანაბრად ალბათურია. ე.ი.

$$f_0(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{if } a \leq x \leq b, \\ 0 & \text{if } x < a, x > b \end{cases} \quad (2.2)$$

ეს თანაფარდობა ასახულია ნახ. (2.1)-ზე.

კლასიკურ სტატისტიკაში X შემთხვევითი სიდიდის რეალიზაციის არ არსებობისას $f(x)$ სიმკვრივის ფუნქციის შეფასების შესახებ რაიმეს თქმა არ შეგვიძლია.

როცა ერთი x_1 რეალიზაცია გვაქვს, მაშინ მის მახლობლობაში აიგება არა დირაკის δ



ნახ. 2.1 X შემთხვევითი სიდიდის აპრიორული განაწილების ფუნქცია როცა $n=0$.

ფუნქცია (როგორც ეს კლასიკურ მეთოდშია) არამედ უწყვეტი, მართკუთხედის ფორმის სიმეტრიული $\Psi_{x_1}(x)$ ფუნქცია, რომლის ცენტრი x_1 წერტილშია, ხოლო ფუძის სიგანეა d .

ნორმირების პრინციპის თანახმად ამ მართკუთხედის სიმაღლეა $h = \frac{1}{d}$. სადაც d წვლილის სიგანეა. მაშინ

$$\Psi_{x_1}(x) = \begin{cases} \frac{1}{d} & \text{if } x_1 - \frac{d}{2} \leq x \leq x_1 + \frac{d}{2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.3)$$

ეს დამატებითი ინფორმაცია აზუსტებს აპრიორულ ინფორმაციას $f_0(x)$ სიმკვრივის ფუნქციის შესახებ. აქედან გამომდინარე $f(x)$ ფუნქციის მიღებისათვის აუცილებელია $f_0(x)$ და $\Psi_{x_1}(x)$ ფუნქციების შეკრება, - ოღონდ ისინი წინასწარ უნდა გავამრავლოთ შესაბამის ξ_0 და ξ_1 წონით კოეფიციენტებზე, რომლებიც აკმაყოფილებენ $\xi_0 + \xi_1 = 1$ პირობას. ამ კოეფიციენტების განსაზღვრისას ვთვლით, რომ აპრიორული ინფორმაცია (ა) და ბ) პირობა) და აპოსტერიორული ინფორმაცია (x_1 -ის კონკრეტული მნიშვნელობით მიღებული) თანაბარძალოვანია ე. ი. $\xi_1 = \xi_0 = 0,5$, შედეგად გვაქვს

$$f_1(x) = 0,5[f_0(x) + \Psi_{x_1}(x)]. \quad (2.4)$$

ეს თანაფარდობა ასახულია ნახ. 2.2-ზე.

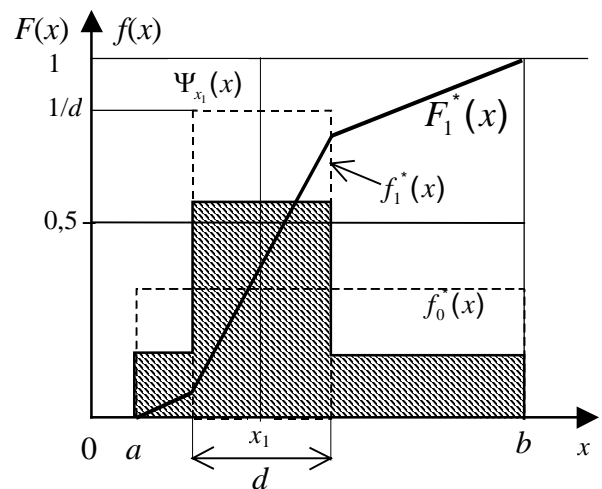
განსხვავებით კლასიკური მეთოდისაგან, ამ მეთოდში შემთხვევითი X სიდიდის ცალკეულ რეალიზაციებს განაწილების $f(x)$ სიმკვრივის ფუნქციის აგებისას არ ენიჭებათ განსაკუთრებული მნიშვნელობა, სხვაგვარად რომ ვთქვათ ისინი არ შეიცავენ აბსოლუტურ ინფორმაციას $f(x)$ ფუნქციის შესახებ და ცალკეული რეალიზაციით მოცემული ინფორმაციის წონითი კოეფიციენტი ტოლია აპრიორული ინფორმაციის წონითი კოეფიციენტისა. ამიტომ ზოგად შემთხვევაში გვაქვს

$$f_n(x) = \frac{1}{n+1} \left[f_0(x) + \sum_{i=1}^n \Psi_{x_i}(x) \right]. \quad (2.5)$$

3. განუზღვრელობის შემცირების მეთოდი

ეს მეთოდი ჩამოყალიბებული იქნა ი.ვ. ერიომენკოსა და ა.ნ. სვერდლიკის მიერ (1.1) პირობებზე დაყრდნობით და ის საშუალებას გვაძლევს ავაგოთ შემთხვევითი სიდიდის განაწილების ინტეგრალური ფუნქცია გამოცდათა მცირე რიცხვის შემთხვევაში. ისევე როგორც მართკუთხა წვლილთა მეთოდის შემთხვევაში აქაც გამოიყენება აპრიორული ინფორმაცია $f(x)$ ფუნქციის არსებობის საზღვრების შესახებ და ცალკეული x_i რეალიზაციით მიღებული ინფორმაციის გადანაწილება მეზობელ არეებზე. მართკუთხა წვლილთა მეთოდისაგან განსხვავებით ამ შემთხვევაში x_i წერტილში ალბათობის ცვლილება (ალბათობის ნახტომი) $r = \frac{1}{n+1}$, რომელსაც

ავტორებმა განუზღვრელობის კოეფიციენტი უწოდეს, თანაბრად გადანაწილება $[x_{i-1}, x_{i+1}]$ ინტერვალში. ზოგად შემთხვევაში n რაოდენობის რეალიზაციისას განაწილების ფუნქციას აქვს უბან-წრფივი მრუდის სახე რომელიც იცვლება 0-დან (a წერტილში) 1-მდე (b წერტილი) შემდეგი ფორმულის



ნახ. 2.2 X შემთხვევითი სიდიდის აპრიორული განაწილების ფუნქცია როცა $n=1$.

მიხედვით

$$F_n^*(x) = \left. \begin{aligned} & \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} [F^*(x_i) - F^*(x_{i-1})] + F^*(x_{i-1}) \\ \text{h j w f } & x_{i-1} \leq x < x_i \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

და

$$F^*(x) = \frac{1}{n+1} \left[\frac{x_i - a}{b - a} + (i - 0,5) + (k_i - 1) \right], \quad (3.2)$$

სადაც i არის X შემთხვევითი სიდიდის რეალიზაციის ნომერი, ხოლო k_i ამ შემთხვევითი სიდიდის ერთნაირ x_i რეალიზაციათა რიცხვია. უწყვეტად განაწილებული შემთხვევითი სიდიდისათვის, რომლის განაწილების $F(X)$ ფუნქციას აქვს სასრული წარმოებული $f(x)$ $[a, b]$ ინტერვალს $F^*(x)$ შიგნით $k_i \equiv 1$, მაგრამ ზოგიერთ კონკრეტულ შემთხვევაში შესაძლებელია ერთნაირ რეალიზაციების შემთხვევა და სწორედ ამის გამო შედის k_i-1 წევრი (3.1) ფორმულაში.

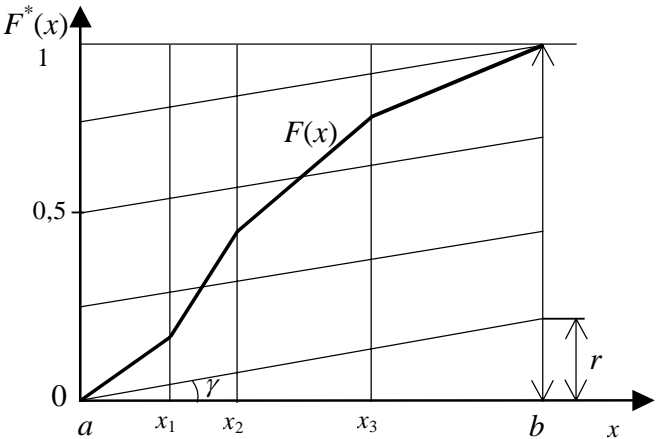
ამ მეთოდით $F^*(x)$ ფუნქციის ასაგებად $[a, b]$ ინტერვალზე გაივლება $n+1$ წრფე, რომელთა x ღერძთან დახრის კუთხეა

$$\gamma = \arctg \frac{r}{b-a} = \arctg \frac{1}{(n+1)(b-a)},$$

და ერთმანეთისაგან დაშორება

$r = \frac{1}{n+1}$. ამის შემდეგ $(a, 0)$ წერტილსა და $(b, 1)$ წერტილს შორის გაივლება ტეხილი

წირი რომელიც ერთმანეთთან აერთებს $\{x_i, i=1,2, \dots, n\}$ წერტილებში აღმართულ პერპენდიკულარის იმ შუა წერტილებს რომლებიც შესაბამის i -ურ და $i+1$ დახრილ ხაზს შორის მდებარეობს (ნახ. 3.1). აღნიშნული ტეხილი წირი წარმოადგენს $F^*(x)$ შეფასებას.



ნახ. 3.1 განაწილების ფუნქციის შეფასება განუზღვრელობის მეთოდით, როცა $n=3$.

4. აპრიორულ-ემპირიული ფუნქციის მეთოდი

როგორც მართკუთხა წვლილების, ასევე განუზღვრელობის შემცირების მეთოდის გააჩნია ცალკეული ნაკლოვანებები, რომელიც იმაში მდგომარეობს რომ აპრიორული და ცდის ცალკეული რეალიზაციით მიღებული ინფორმაციებს თანაბარი წონა აქვთ. პრაქტიკაში არც თუ იშვიათია შემთხვევა როდესაც აპრიორული ინფორმაცია, რომელსაც წინასწარ ვფლობთ არაა ტოლი დაკვირვებისას ერთეული რეალიზაციით მიღებული ინფორმაციისა. ზოგად შემთხვევაში მათი წონითი კოეფიციენტები განსხვავებულია. გარდა ამისა მართკუთხა წვლილთა მეთოდში აუცილებელია წვლილის სიგანის ოპტიმიზირება. ზემოაღნიშნული ნაკლოვანებები გათვალისწინებულია აპრიორულ-ემპირიული ფუნქციის მეთოდში, რომლის თანახმადაც განაწილების ინტეგრალური ფუნქცია მოიცემა ფორმულით

$$F^*(x) = \omega F_a(x) + (1 - \omega) F_e(x), \quad (4.1)$$

სადაც $F_a(x)$ არის აპრიორული მონაცემებით აგებული განაწილება, $F_e(x)$ – ემპირიული განაწილება აგებული x_1, x_2, \dots, x_n ანარჩევის მიხედვით; ω – აპრიორული განაწილების ინფორმაციის სანდოობის კოეფიციენტი.

როგორც (4.1) ფორმულიდან ჩანს აპრიორულ-ემპირიული ფუნქციის მეთოდი ასევე დაფუძნებულია იმ აპრიორული ინფორმაციის გამოყენებაზე, რომელიც მოიცემა $[a, b]$ ინტერვალით, მაგრამ მას მიეწერება ω წონა და დაიშვება, რომ

$$\left. \begin{aligned} f(x) &\geq 0 & \text{h j w f} & \quad a - \frac{\Delta}{2} \leq x \leq b + \frac{\Delta}{2} \\ f(x) &\equiv 0 & \text{h j w f} & \quad x < a - \frac{\Delta}{2}, x > b + \frac{\Delta}{2} \end{aligned} \right\}, \quad (4.2)$$

სადაც Δ დისკრეტულობის ინტერვალა, რომელიც გაინსაზღვრება დაკვირვების (გაზომვის) სიზუსტით; $f(x)$ – განაწილების ფუნქციის შეფასების სიმკვრივეა, რომელიც შემოსაზღვრულია $\left[a - \frac{\Delta}{2}, b + \frac{\Delta}{2} \right]$ შუალედზე და აქვს წყვეტის წერტილების სასრული რაოდენობა ე.ი. აკმაყოფილებს დირიხლეს პირობებს. გარდა ამისა განაწილების ფუნქციის შეფასების მიღებისას ხორციელდება ინდივიდუალური მიდგომა ანარჩევის თითოეული რეალიზაციისადმი. x_i წერტილით მოცემული ინფორმაცია თანაბრად გადანაწილდება დისკრეტულობის $\left[x_i - \frac{\Delta}{2}, x_i + \frac{\Delta}{2} \right]$ ინტერვალზე. განაწილების ფუნქციის შეფასების ასაგებად ამ მეთოდის საშუალებით საჭიროა შემდეგი მოქმედებების ჩატარება:

ა) განისაზღვრება $[a, b]$ შუალედი და Δ დისკრეტულობის ინტერვალი;

ბ) გამოითვლება $f(x)$ ფუნქციის არსებობის ინტერვალი (4.2) თანაფარდობის საფუძველზე;

გ) მოიცემა აპრიორული განაწილების ფუნქცია $F_a(x)$ და აიგება იგი $\left[a - \frac{\Delta}{2}, b + \frac{\Delta}{2} \right]$

ინტერვალზე. ამასთან

$$F_a\left(a - \frac{\Delta}{2}\right) = 0 \text{ და } F_a\left(b + \frac{\Delta}{2}\right) = 1;$$

დ) განისაზღვრება ω სიდიდე და მოცემულ ინტერვალზე აიგება $N+1$ სააღრიცხვო ხაზი შემდეგი ფორმულის მიხედვით

$$y_i = \omega F_a(x) + (i-1)m_i \frac{1-\omega}{N},$$

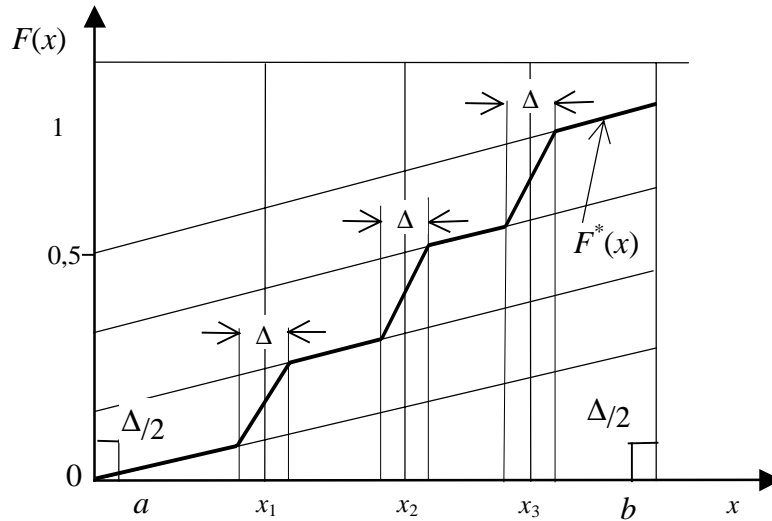
სადაც $i=1, 2, \dots, N+1$ სააღრიცხვო ხაზის ნომერია, ხოლო m_i ერთნაირ x_i რეალიზაციათა რიცხვია;

ე) $x_i \pm \frac{\Delta}{2}$ წერტილებში აღიმართება აბსცისათა ღერძის პერპენდიკულარები და

მოიძებნება გადაკვეთის წერტილები $x_i - \frac{\Delta}{2}$ წერტილებში i -ურ სააღრიცხვო ხაზთან,

ხოლო $x_i + \frac{\Delta}{2}$ წერტილებში $(i+1)$ სააღრიცხვო ხაზთან;

ვ) $\left(a - \frac{\Delta}{2}; 0\right)$ წერტილიდან $\left(b + \frac{\Delta}{2}; 1\right)$ წერტილამდე გაივლება ტეხილი რომელიც ერთმანეთთან აერთებს მოძებნილ გადაკვეთის წერტილებს.



ნახ. 4.1 განაწილების ფუნქციის შეფასება აპრიორულ-ემპირიული ფუნქციის მეთოდით 3 რეალიზაციის მიხედვით.

მიღებული ტეხილი წირი წარმოადგენს საძიებელი განაწილების ფუნქციის შეფასებას, რომლის გრაფიკული ილუსტრირება $N=3$ შემთხვევისთვის მოცემულია 4.1 ნახაზზე.

5. მცირე ანაკრებთა მეთოდის თავისებურებების გამოკვლევა სტატისტიკური მოდელირებით ეგმ-ზე.

ზემოთ განხილულ სამ მეთოდთან გაცნობის შემდეგ გარდაუვალი ხდება შემდეგ კითხვებზე პასუხის გაცემა:

- 1) როგორია ამ მეთოდების ეფექტურობა;
- 2) როგორ გავლენას ახდენს მართკუთხა წვლილების მეთოდის ეფექტურობაზე წვლილის სიგანის არჩევა;
- 3) თუ არსებობს წვლილის ოპტიმალური სიგანე, რომელიც უზრუნველყოფს მართკუთხა წვლილების მეთოდის მაქსიმალურ ეფექტურობას, როგორ არის ის დამოკიდებული განაწილების კანონის სახესა და ანაკრების მოცულობაზე;
- 4) როგორია როლი თვით წვლილის ფორმისა;
- 5) აპრიორულ-ემპირიული ფუნქციის მეთოდში სანდოობის კოეფიციენტის რომელი მნიშვნელობა იძლევა მაქსიმალურ ეფექტურობას და დამოკიდებულია თუ არა ის განაწილების კანონის ტიპზე;

6) რა შემთხვევაშია თითოეული ამ მეთოდის გამოყენება უფრო მეტად მიზანშეწონილი;

7) რა მიმართულებით შეიძლება განვითარდეს ეს მეთოდები.

ზემოთაღნიშნული პრობლემები ნაწილობრივ განხილულია ო.პ. ბერიოზინის [4] ნაშრომში. უფრო დეტალური და ყოველმხრივი გამოკვლევის ცდა წამოწყებულია ქვემოთ. ჩვენს მიერ ამორჩეული გეგმა დაიყვანება შემდეგზე:

1) გენერირდება შემთხვევითი რიცხვების მიმდევრობა, რომელიც განაწილებულია მოცემული $F(X)$ კანონით.

2) ამ მიმდევრობიდან ყალიბდება ვარიაციული მწკრივი $x_1 < x_2 < \dots < x_n$. n სიდიდეს ენიჭება მნიშვნელობები 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90.

3) ცდის შედეგებით აიგება ემპირიული ინტეგრალური განაწილების ფუნქცია ორი სხვადასხვა ხერხით: რომელიმე ზემოთგანხილული მეთოდით და კლასიკური მეთოდით. ამ ფუნქციის მნიშვნელობა პირველ შემთხვევაში აღინიშნება $F(X)$ -ით, ხოლო მეორე შემთხვევაში $F_k(X)$ -ით, სადაც $F_k(X)$ ფუნქცია განისაზღვრება შემდეგნაირად

$$F_k(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq x_1, \\ \frac{m}{n} & \text{se } x_m < x \leq x_{m+1}, \quad 1 \leq m \leq n-1, \\ 1, & \text{se } x > x_n \end{cases} \quad (5.1)$$

4) განისაზღვრება აგებული ემპირიული განაწილების ფუნქციების თეორიული ფუნქციისაგან უდიდესი აბსოლუტური გადახრა D_n

$$D_n = \max(F(x) - F_i(x)) \quad (5.2)$$

კლასიკურ შემთხვევაში

$$D_n = \max(D_n^+, D_n^-), \quad (5.3)$$

სადაც

$$D_n^+ = \max_{1 \leq k \leq n} \left[\frac{k}{n} - F(x_k) \right], \quad (5.4)$$

ხოლო

$$D_n^- = \max_{1 \leq k \leq n} \left[F(x_k) - \frac{k-1}{n} \right]. \quad (5.5)$$

5) არჩეული თეორიული კანონისათვის მოცემული ანაკრების მოცულობისას ცდა მეორდება m -ჯერ, სადაც $m=50$ და

ა) გამოითვლება უდიდესი აბსოლუტური გადახრის მათემატიკური ლოდინი

$$M[D_m] = \frac{\sum_{i=1}^m D_i}{m}; \quad (5.5)$$

ბ) გამოითვლება ამავე სიდიდის საშუალო კვადრატული გადახრა

$$\sigma[D_m] = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (D_i - M[D_m])^2}{m-1}} \quad (5.5)$$

6) ფასდება წვლილის სიგანის ოპტიმალური მნიშვნელობა. ამისათვის ყოველი მოცემული განაწილების კანონისათვის, ანაკრების ფიქსირებული მოცულობისას ($n=\text{const}$) წვლილის სიგანის d სიდიდეს ენიჭება მნიშვნელობები 0.025, 0.05, 0.075, 0.1, 0.125, და ა. შ. 1-მდე $S=B-A$ ინტერვალის ფარდობით ერთეულებში. წვლილის სიგანის d_{op} ოპტიმალურ მნიშვნელობად მიიღება ის სიდიდე რომლის დროსაც მინიმალურია $M[D_m]$ უდიდესი აბსოლუტური გადახრის მათემატიკური ლოდინი.

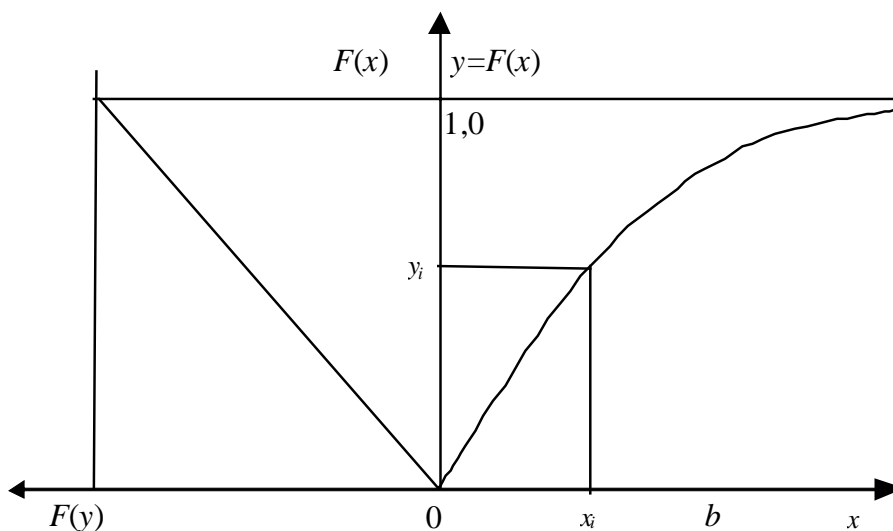
აპრიორულ ემპირიული ფუნქციის მეთოდის შემთხვევაში ანაკრების ფიქსირებული მოცულობისას ($n=\text{const}$) სანდობის კოეფიციენტს ენიჭება მნიშვნელობები 0.2, 0.4, 0.5, 0.6, 0.8

ზემოთ გადმოცემული გამოკვლევის პროგრამულად შესასრულებლად აუცილებელია სხვადასხვა კანონით განაწილებული შემთხვევითი სიდიდეების გენერირება, შემთხვევითი რიცხვების ფორმირების ალგორითმული მეთოდის საშუალებით. ამისათვის გამოიყენება $[0,1]$ შუალედზე თანაბრად განაწილებული შემთხვევითი რიცხვების მიმდევრობა. ცნობილია, რომ თუ X წარმოადგენს უწყვეტ შემთხვევით სიდიდეს, მაშინ მისი განაწილების ფუნქცია თანაბრადაა განაწილებული $[0,1]$ ინტერვალზე ე.ი. თუ X უწყვეტადაა განაწილებული $f(x)$ კანონით, მაშინ

$$F(X) = \int_{-\infty}^x f(\xi) d\xi \quad (5.6)$$

სიდიდე თანაბრადაა განაწილებული $[0,1]$ შუალედზე. ამ შემთხვევაში $f(x)$ კანონით განაწილებული X შემთხვევითი სიდიდე მიიღება შემდეგნაირად:

1. მოიცემა შემთხვევითი სიდიდე y რომელის თანაბრადაა განაწილებული $[0=1]$ შუალედზე.



ნახ. 5.1 x_i ფსევდოშემთხვევითი რიცხვების მიღების ილუსტრაცია.

2. ჩავთვლით რა $F(x)=y$, ამოვხსნით (5.6) განტოლებას $x=X$ -ის მიმართ.

ამ პროცესის ილუსტრაცია მოცემულია ნახ. 5.1-ზე.

თვითონ $[0,1]$ შუალედზე თანაბრად განაწილებული შემთხვევითი რიცხვების მიმდევრობა მიიღება პროგრამულად Random ფუნქციის საშუალებით.

განვიხილოთ ეს მეთოდი ზოგიერთი განაწილებისათვის.

თანაბარი განაწილება

X შემთხვევითი სიდიდის განაწილების ფუნქცია განისაზღვრება ფორმულით:

$$F(x) = x,$$

სადაც $0 \leq x \leq 1$ მაშასადამე ცდა ხორციელდება იმ პირობით რომ $A=0$ და $B=1$. ანაკრების მოცულობებია 3, 4, 5, 6,...10, 20,...90. d წვლილის სიგანე იცვლება 0.025-დან 1-მდე 0.025 ბიჯით (ფარდობით ერთეულებში).

ექსპონენციალური განაწილება

მოცემულ შემთხვევაში განაწილების ინტეგრალურ ფუნქციას აქვს შემდეგი სახე:

$$F(x) = 1 - \exp(-\lambda x)$$

სადაც $\lambda = 1$.

ამგვარად განაწილების თეორიული ფუნქცია იქნება

$$F(x) = 1 - \exp(-x) \tag{5.7}$$

ექსპონენციალურად განაწილებული X შემთხვევითი სიდიდე $\lambda = 1$ პარამეტრით რეალიზდება ξ შემთხვევითი სიდიდის დახმარებით, რომელიც თანაბრად არის განაწილებული $[0,1]$ ინტერვალში, $x = -\ln \xi$ თანაფარდობით. X სიდიდის ცვლილების არის A და B საზღვრები მოიცემა პირობით

$$\left. \begin{aligned} A &= 0 \\ B &= 5 \end{aligned} \right\} \tag{5.8}$$

ეს გამომდინარეობს პრაქტიკული გამოცდილებიდან, რის თანახმადაც ექსპონენციალური კანონის დროს შემთხვევითი სიდიდის მნიშვნელობის გასვლა $[0,5]$ ინტერვალს გარეთ ერთეული ცდისას ითვლება პრაქტიკულად შეუძლებელ მოვლენად. ამავე დროს ფორმირდება ანაკრები $n = 3, 4, \dots, 10, \dots, 90$. მნიშვნელობებისას. რაც შეეხება წვლილის d სიგანეს. ის იცვლება 0.025-დან 1-მდე 0.025 ბიჯით (ფარდობით სიდიდეებში).

ნორმალური განაწილება

ნორმალური განაწილების შემთხვევაში $F(x)$ ფუნქციას აქვს სახე:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left[-\frac{(t - M[x])^2}{2\sigma_x^2}\right] \cdot dt \tag{5.9}$$

σ_x და $M[x]$ პარამეტრები აკმაყოფილებენ პირობას

$$\left. \begin{aligned} M[x] &= 0 \\ \sigma_x &= 1 \end{aligned} \right\} \tag{5.10}$$

მაშინ

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \cdot dt \quad (5.11)$$

რადგან

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) = 0,5$$

ამიტომ გვექნება

$$F(x) = 0,5 + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \cdot dt \quad (5.12)$$

ნორმალური კანონით განაწილებული შემთხვევითი X სიდიდე (5.10) პარამეტრებით რეალიზდება $\{\xi_i\}$ შემთხვევითი რიცხვების საშუალებით, რომლებიც თანაბრად განაწილებული $[0,1]$ ინტერვალში შემდეგი თანაფარდობით:

$$x = \sum_{i=1}^{12} \xi_i - 6 \quad (5.13)$$

A და B საზღვრები X შემთხვევითი სიდიდისა მოიცემა პირობით

$$\left. \begin{aligned} A &= -3 \\ B &= 3 \end{aligned} \right\} \quad (5.14)$$

გამომდინარე იმ პრინციპიდან, რომ ნორმალური განაწილების დროს x რეალიზაციის მნიშვნელობის გასვლა $n\sigma_x$ ფარგლებს გარეთ პრაქტიკულად შეუძლებელია ერთეული ცდისას. ფორმირდება ანაკრები $n=3, 4, \dots, 10, 20, \dots, 90$. წვლილის სიგანე იცვლება 0.025-დან 1-მდე 0.025 ბიჯით (ფარდობით ერთეულებში).

რელეის განაწილება

ხდება მოდელირება X შემთხვევითი სიდიდისა, რომლის განაწილების ფუნქციაა:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \exp\left(-\frac{x^2}{2\beta^2}\right), & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases} \quad (5.15)$$

როცა პარამეტრი $\beta=1$. რელეის კანონით განაწილების ფუნქციას ექნება სახე

$$F(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \quad (5.16)$$

ამგვარად განაწილებული შემთხვევითი სიდიდის ანაკრების მისაღებად გამოიყენება თანაფარდობა

$$x = \sqrt{-2 \ln \xi} \quad (5.17)$$

სადაც ξ თანაბრად განაწილებული შემთხვევითი სიდიდეა.

რადგანაც $Prob\{x > 4\}$ არ აღემატება 0,0003, ამიტომ X შემთხვევითი სიდიდის ცვლილების A და B საზღვრები მოიცემა პირობით

$$\left. \begin{aligned} A &= 0 \\ B &= 4 \end{aligned} \right\} \quad (5.18)$$

d წვლილის სიგანეს ენიჭება მნიშვნელობები 0.025-დან 1-მდე 0.025 ბიჯით (ფარდობით ერთეულებში)

ლოგარითმულ-ნორმალური განაწილება

X შემთხვევითი სიდიდის ლოგარითმულ-ნორმალური განაწილების ინტეგრალურ ფუნქციას აქვს სახე:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{\lg x - \lg x_0}{\sigma}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \cdot dt, & x > 0 \end{cases} \quad (5.19)$$

როდესაც $\sigma = 1$ და $\lg x_0 = 0$ $F(x)$ ფუნქციას ექნება სახე:

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\lg x} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \cdot dt \quad (5.20)$$

შემთხვევითი სიდიდის x რეალიზაციების მისაღებად გამოიყენება თანაფარდობა

$$x = \exp\left(\frac{\lg x_0 + \sigma \cdot Z}{M}\right)$$

სადაც Z ნორმალურად განაწილებული შემთხვევითი სიდიდეა $M[Z] = 0$ და $\sigma_Z = 1$ პარამეტრებით. რაც შეეხება M სიდიდეს იგი ტოლია $M[Z] = \lg e = 0.4343$. $\sigma = 1$ და $\lg x_0 = 0$ $F(x)$ პირობების შესაბამისად გვაქვს რომ

$$x = \exp\left(\frac{\sum_{i=1}^{12} \xi_i - 6}{0,4343}\right) \quad (5.21)$$

სადაც ξ_i თანაბრად განაწილებული სიდიდეა. საზღვრები A და B მოიცემა ტოლობით

$$\left. \begin{aligned} A &= 0 \\ B &= 1000 \end{aligned} \right\} \quad (5.22)$$

რადგანაც $Prob\{x > 1000\}$ არ აღემატება 0,003.

d წვლილის სიგანეს ენიჭება მნიშვნელობები 0.025-დან 1-მდე 0.025 ბიჯით (ფარდობით ერთეულებში).

აპრიორულ ემპირიული ფუნქციის კვლევისათვის ზემოთჩამოთვლილი განაწილებისათვის ω სანდოობის კოეფიციენტს ენიჭება 0.1, 0.2, 0.4, 0.5, 0.6, 0.8 მნიშვნელობები და თითოეული მათგანისათვის გამოითვლება $M[D_m]$ და $\sigma[D_m]$ მნიშვნელობები.

საკვლევი კომპიუტერული პროგრამა დაწერილია C⁺⁺ ალგორითმულ ენაზე **Borland C⁺⁺ Builder 6.0** ინტეგრირებული გარემოს გამოყენებით **Windows**-ის ოპერაციულ სისტემაში.

6. მანქანური ექსპერიმენტით მიღებული შედეგები და დასკვნები

ჩატარებულმა გამოკვლევებმა აჩვენა, რომ სამივე ზემოთგანხილულ მეთოდს აქვს უპირატესობა შემთხვევითი სიდიდის ინტეგრალური განაწილების ფუნქციის განსაზღვრის კლასიკურ მეთოდთან შედარებით. განსაკუთრებით ეს გამოხატულია როცა ანაკრებთა რიცხვი 3-10 ფარგლებში იმყოფება.

1. მართკუთხა წვლილთა მეთოდი

ექსპერიმენტით ირკვევა, რომ მეთოდის ეფექტურობა დამოკიდებულია წვლილის d სიგანის მნიშვნელობაზე და მისი ოპტიმალური სიდიდე მცირდება ანაკრების რიცხვის ზრდასთან ერთად (სხვადასხვა სისწრაფით სხვადასხვა განაწილების კანონისათვის). ეს შედეგი თანხვედბა წინასწარ მოსაზრებას, იმის შესახებ რომ N ანაკრებთა რიცხვის მნიშვნელოვანი ზრდისას $n \rightarrow \infty$ მართკუთხა წვლილი უნდა გარდაისახოს დირაკის δ ფუნქციაში.

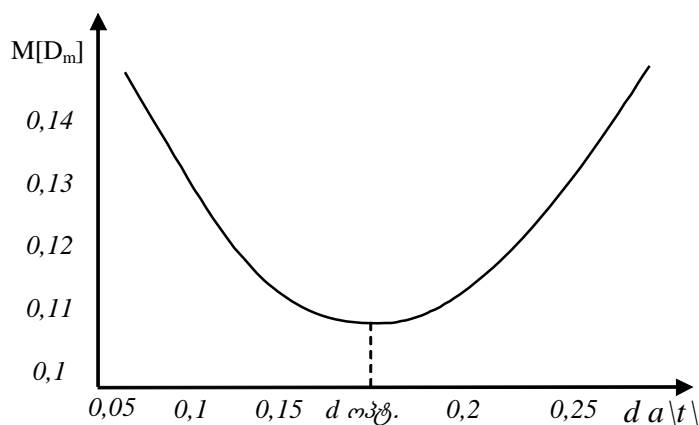
ცხრილში 6.1 მოცემულია ამ მეთოდით გამოთვლილი შემთხვევითი სიდიდის განაწილების ინტეგრალური ფუნქციის შესაბამისი თეორიული ფუნქციისაგან მაქსიმალური გადახრის საშუალო და საშუალო კვადრატული გადახრის მნიშვნელობები. ამასთან თანაბარი, ექპონენციალური, ნორმალური და რელეის განაწილებისათვის წვლილის სიგანედ აღებულია შემთხვევითი სიდიდის A და B საზღვრების შუალედის ნახევარი $0.5d$, ხოლო ლოგარითმულ-ნორმალური განაწილებისათვის კი $0.001d$.

ცხრილი 6.1 $M[D_m]$ და $\sigma[D_m]$ მნიშვნელობები მართკუთხა წვლილთა მეთოდის შემთხვევაში

X სიდიდის განაწილების კანონი	ანაკრებთა რიცხვი N	$M[D_m]$		$\sigma[D_m]$	
		კლასიკური მეთოდი	მართკუთხა წვლილთა მეთოდი	კლასიკური მეთოდი	მართკუთხა წვლილთა მეთოდი
თანაბარი	3	0.440	0.155	0.127	0.103
	4	0.418	0.159	0.123	0.098
	5	0.362	0.144	0.113	0.083
	6	0.317	0.125	0.087	0.070
	7	0.288	0.121	0.070	0.054
	8	0.298	0.132	0.094	0.074
	9	0.288	0.130	0.080	0.065
	10	0.266	0.121	0.082	0.065
	20	0.184	0.088	0.052	0.039
ლოგარითმული-ნორმალური	3	0.452	0.241	0.146	0.098
	4	0.399	0.227	0.149	0.099
	5	0.385	0.226	0.126	0.101
	6	0.329	0.220	0.112	0.073

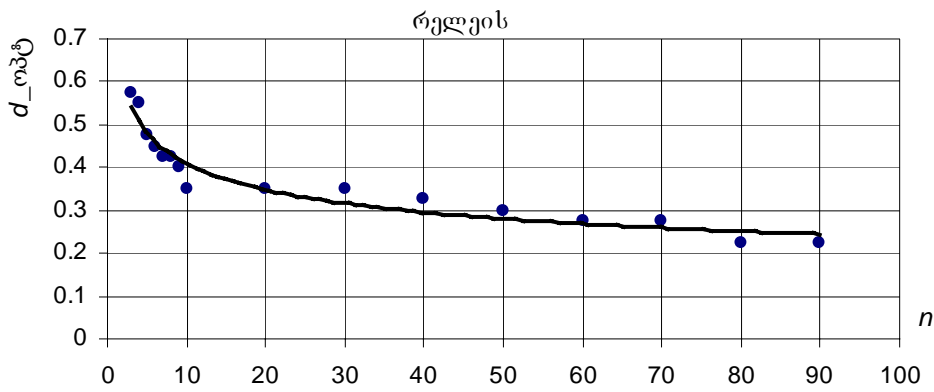
	7	0.302	0.215	0.110	0.066
	8	0.284	0.214	0.098	0.068
	9	0.267	0.210	0.071	0.052
	10	0.252	0.208	0.065	0.051
	20	0.187	0.199	0.057	0.040
რელეის	3	0.455	0.166	0.142	0.119
	4	0.411	0.157	0.120	0.091
	5	0.374	0.152	0.120	0.079
	6	0.337	0.148	0.097	0.070
	7	0.300	0.140	0.108	0.071
	8	0.284	0.134	0.095	0.063
	9	0.260	0.128	0.095	0.063
	10	0.250	0.120	0.085	0.058
	20	0.187	0.101	0.059	0.041
ნორმალური	3	0.442	0.186	0.131	0.088
	4	0.400	0.168	0.118	0.073
	5	0.384	0.177	0.110	0.070
	6	0.335	0.153	0.125	0.073
	7	0.284	0.144	0.076	0.060
	8	0.300	0.141	0.087	0.054
	9	0.271	0.127	0.083	0.054
	10	0.277	0.144	0.083	0.053
	20	0.179	0.118	0.059	0.033
ლოგარითმულ- ნორმალური	3	0.446	0.265	0.144	0.153
	4	0.404	0.221	0.106	0.107
	5	0.332	0.221	0.093	0.091
	6	0.336	0.225	0.105	0.081
	7	0.304	0.190	0.096	0.076
	8	0.298	0.199	0.090	0.087
	9	0.290	0.193	0.101	0.082
	10	0.239	0.178	0.066	0.062
	20	0.189	0.156	0.052	0.047

რაც შეეხება $M[D_m]M$ სიდიდის დამოკიდებულებას წვლილის d სიგანეზე, გამოირკვა, რომ იგი ერთი ექსტრემუმის მქონე ფუნქციის სახეს ატარებს. ანუ არსებობს $d=d_{opt}$ სიდიდე რომელიც მაქსიმალურ ეფექტურობას უზრუნველყოფს (ნახ. 6.1). d_{opt} -ის ეს მნიშვნელობა ცხადია განსხვავებულია $d=(a+b)/2$ -გან.



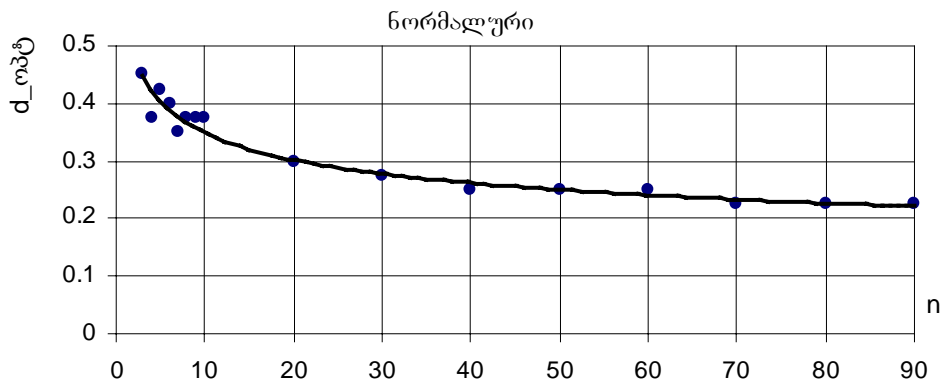
ნახ. 6.1 $M[D_m]$ სიდიდის დამოკიდებულება წვლილის d სიგანეზე $n=20$ ანაკრებისათვის ექსპონენციალური განაწილებისთვის

ჩატარებული გამოკვლევების საფუძველზე დადგენილ იქნა წვლილის სიგანის d სიდიდის ოპტიმალური მნიშვნელობის დამოკიდებულება ანაკრებთა n რიცხვზე განაწილების სხვადასხვა ტიპისათვის.

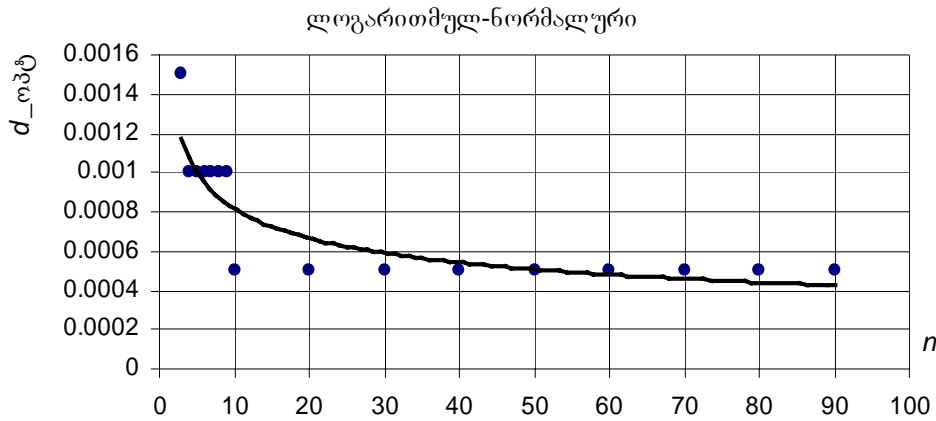


ნახ. 6.2-გ – წვლილის ოპტიმალური სიგანის დამოკიდებულება ანაკრებთა n რიცხვზე რელეის განაწილებისთვის.

ეს მნიშვნელობები სრული სახით ასახულია დანართი 1–ის 1-5 ცხრილებში, რომლის საფუძველზეც აგებული $d_{\text{ოპტ}}(n)$ დამოკიდებულებები მოცემულია (ნახ. 6.2 ა, ბ, გ, დ, ე)-ზე.



ნახ. 6.2-დ – წვლილის ოპტიმალური სიგანის დამოკიდებულება ანაკრებთა n რიცხვზე ნორმალური განაწილებისთვის.



ნახ. 6.2-ე – წვლილის ოპტიმალური სიგანის დამოკიდებულება ანაკრებთა n რიცხვზე ლოგარითმულ-ნორმალური ნორმალური განაწილებისთვის

როგორც გრაფიკებიდან ჩანს წვლილის ოპტიმალური სიდიდის $d_{ობტ}$ მნიშვნელობები ძირითადად ვარირდება 0,1-დან 0,9-მდე ფარდობით ერთეულებში. გამონაკლისს წარმოადგენს ლოგარითმულ-ნორმალური განაწილება რომლის შემთხვევაშიდაც ეს სიდიდე 0.0002-დან იწყება ანაკრებთა მცირე რიცხვის შემთხვევაში და შემდეგ კლებულობს n -ის ზრდასთან ერთად. ჩვენი აზრით ეს გამოწვეულია თავად ამ განაწილების ბუნებიდან. ნახ. 6.2-გ და ნახ. 6.2-დ ნახაზებიდან ჩანს რომ რელეის და ნორმალური განაწილებისათვის ოპტიმალური წვლილის სიგანეები მნიშვნელოვნად არ განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან (მხედველობაში გვაქვს ფარდობითი ერთეულები).

2. განუზღვრელობის შემცირების მეთოდი.

ეს მეთოდი, ისევე როგორც მართკუთხა წვლილთა მეთოდი, იძლევა უფრო უკეთეს მიახლოებას X შემთხვევითი სიდიდის განაწილების თეორიულ ფუნქციასთან, ვიდრე კლასიკური მეთოდი საკვლევ ანაკრებთა მთელ დიაპაზონში. რაც თვალსაჩინოა 6.2 ცხრილიდან.

ცხრილი 6.2 $M[D_m]$ და $\sigma[D_m]$ მნიშვნელობები განუზღვრელობის შემცირების მეთოდის შემთხვევაში

X სიდიდის განაწილების კანონი	ანაკრებთა რიცხვი n	$M[D_m]$		$\sigma[D_m]$	
		კლასიკური მეთოდი	განუზღვრელობის შემცირების	კლასიკური მეთოდი	განუზღვრელობის შემცირების
თანაბარი	3	0.440	0.155	0.127	0.103
	4	0.418	0.159	0.123	0.098
	5	0.362	0.144	0.113	0.083
	6	0.317	0.125	0.087	0.070
	7	0.288	0.121	0.070	0.054
	8	0.298	0.132	0.094	0.074
	9	0.288	0.130	0.080	0.065
	10	0.266	0.121	0.082	0.065
	20	0.184	0.088	0.052	0.039
იქსპონენციური	3	0.452	0.241	0.146	0.098
	4	0.399	0.227	0.149	0.099
	5	0.385	0.226	0.126	0.101

X სიდიდის განაწილების კანონი	ანაკრებთა რიცხვი n	M[D _m]		σ[D _m]	
		კლასიკური მეთოდი	განუზღვრელობის შემცირების	კლასიკური მეთოდი	განუზღვრელობის შემცირების
რელეის	6	0.329	0.220	0.112	0.073
	7	0.302	0.215	0.110	0.066
	8	0.284	0.214	0.098	0.068
	9	0.267	0.210	0.071	0.052
	10	0.252	0.208	0.065	0.051
	20	0.187	0.199	0.057	0.040
ნორმალური	3	0.455	0.166	0.142	0.119
	4	0.411	0.157	0.120	0.091
	5	0.374	0.152	0.120	0.079
	6	0.337	0.148	0.097	0.070
	7	0.300	0.140	0.108	0.071
	8	0.284	0.134	0.095	0.063
	9	0.260	0.128	0.095	0.063
	10	0.250	0.120	0.085	0.058
20	0.187	0.101	0.059	0.041	
ლოგარითმულ-ნორმალური	3	0.442	0.220	0.131	0.109
	4	0.400	0.234	0.118	0.099
	5	0.384	0.246	0.110	0.098
	6	0.335	0.223	0.125	0.112
	7	0.284	0.192	0.076	0.070
	8	0.300	0.218	0.087	0.079
	9	0.271	0.197	0.083	0.076
	10	0.277	0.210	0.083	0.076
20	0.179	0.148	0.059	0.056	
ლოგარითმულ-ნორმალური	3	0.446	0.265	0.144	0.153
	4	0.404	0.221	0.106	0.107
	5	0.332	0.221	0.093	0.091
	6	0.336	0.225	0.105	0.081
	7	0.304	0.190	0.096	0.076
	8	0.298	0.199	0.090	0.087
	9	0.290	0.193	0.101	0.082
	10	0.239	0.178	0.066	0.062
20	0.189	0.156	0.052	0.047	

6.1 და 6.2 ცხრილების შედარებით სჩანს, რომ თავის მხრივ მართკუთხა წვლილთა მეთოდი რამდენადმე უფრო ეფექტურია ვიდრე განუზღვრელობის შემცირებისა. თუმცა ამ უკანასკნელის უპირატესობად შესაძლოა ჩავთვალოთ ის, რომ მისი საშუალებით პირდაპირ შეიძლება ავაგოთ განაწილების ფუნქცია და აუცილებელი არაა წვლილის ოპტიმალური სიგანის დადგენა.

3. აპრიორულ-ემპირიული ფუნქციის მეთოდი.

ისევე როგორც მართკუთხა წვლილთა და განუზღვრელობის შემცირების მეთოდები, აპრიორულ-ემპირიული მეთოდიც ინარჩუნებს უპირატესობას კლასიკურ მეთოდთან შედარებით საკვლევი ანაკრებთა რიცხვის მთელ დიაპაზონში. (ცხრილი 6.3)

ცხრილი 6.3 M[D_m] და σ[D_m] მნიშვნელობები აპრიორულ-ემპირიული ფუნქციის მეთოდის შემთხვევაში

X სიდიდის განაწილების კანონი	ანაკრებთა რიცხვი N	M[D _m]	σ[D _m]
------------------------------	--------------------	--------------------	--------------------

		კლასიკური მეთოდი	აპრიორულ- ემპირიული	კლასიკური მეთოდი	აპრიორულ- ემპირიული
თანაბარი $\omega=0.4$	3	0.474	0.184	0.148	0.089
	4	0.401	0.166	0.134	0.080
	5	0.352	0.151	0.089	0.054
	6	0.330	0.148	0.088	0.053
	7	0.277	0.124	0.089	0.053
	8	0.294	0.139	0.086	0.051
	9	0.273	0.131	0.077	0.046
	10	0.245	0.117	0.070	0.042
	20	0.194	0.101	0.062	0.037
ექსპონენცი- ალური $\omega=0.1$	3	0.447	0.256	0.131	0.121
	4	0.400	0.252	0.132	0.129
	5	0.376	0.254	0.099	0.096
	6	0.354	0.249	0.118	0.115
	7	0.319	0.228	0.106	0.107
	8	0.324	0.240	0.096	0.098
	9	0.278	0.204	0.094	0.096
	10	0.266	0.204	0.094	0.092
	20	0.189	0.166	0.075	0.069
რელეის $\omega=0.1$	3	0.463	0.271	0.138	0.129
	4	0.404	0.257	0.130	0.122
	5	0.365	0.244	0.117	0.107
	6	0.333	0.226	0.108	0.104
	7	0.304	0.217	0.099	0.090
	8	0.292	0.212	0.088	0.082
	9	0.266	0.191	0.090	0.089
	10	0.257	0.190	0.075	0.074
	20	0.174	0.140	0.059	0.054
ნორმალური $\omega=0.05$	3	0.468	0.292	0.145	0.142
	4	0.393	0.257	0.107	0.104
	5	0.347	0.234	0.108	0.101
	6	0.345	0.254	0.105	0.100
	7	0.299	0.221	0.096	0.094
	8	0.293	0.219	0.088	0.081
	9	0.270	0.209	0.079	0.073
	10	0.257	0.203	0.077	0.075
	20	0.179	0.151	0.048	0.053
ლოგარითმულ -ნორმალური $\omega=0.05$	0.441	0.271	0.142	0.133	0.441
	0.422	0.284	0.121	0.117	0.422
	0.341	0.242	0.098	0.095	0.341
	0.337	0.247	0.095	0.094	0.337
	0.298	0.225	0.097	0.092	0.298
	0.294	0.227	0.112	0.111	0.294
	0.249	0.194	0.080	0.079	0.249
	0.268	0.213	0.083	0.085	0.268
	0.183	0.153	0.055	0.052	0.183

ამ მეთოდისათვის აღმოჩნდა, რომ მისი ეფექტურობა დამოკიდებულია აპრიორული ინფორმაციის სანდოობის ω კოეფიციენტზე. ამასთან თანაბარი განაწილებისათვის $M[D_m]$ და $\sigma[D_m]$ მნიშვნელობები ნაკლებია ω -ს ზრდის დროს, ხოლო დანარჩენი განაწილებისათვის კი ეფექტურობა იზრდება სანდოობის კოეფიციენტის კლებისას – განსაკუთრებით ანაკრების რიცხვის ზრდის დროს. ეს შეიძლება აიხსნას იმით, რომ რაც უფრო მეტია შემთხვევითი სიდიდის რეალიზაციათა რაოდენობა, მით უფრო იზრდება ემპირიული ინფორმაციის როლი აპრიორულ ინფორმაციის როლთან შედარებით. ერთგვარი ნაკლი ამ მეთოდისა არის ის, რომ მისი საშუალებით აგებული X შემთხვევითი სიდიდის განაწილების ინტეგრალური ფუნქცია დამოკიდებულია დისკრეტულობის Δ ინტერვალზე, რომელიც გამზომი ხელსაწყო

სიზუსტით განისაზღვრება და შესაბამისად ხელსაწყოს გაუმჯობესება (გაზომვის ცდომილების შემცირება) გავლენას მოახდენს მეთოდის ეფექტურობაზე.

ზოგადობის თვალსაზრისით ზემოთგანხილული მეთოდებიდან განსაკუთრებულია მართკუთხა წვლილთა მეთოდი. მართლაც, თუ დავუკვირდებით განუზღვრელობის შემცირების მეთოდს, რომლის დროსაც x_i წერტილში ალბათობის ნაზრდი $\frac{1}{n+1}$ თანაბრად ნაწილდება $[x_{i-1}, x_{i+1}]$ შუალედზე, მაშინ ის შეიძლება განვიხილოთ როგორც მართკუთხა წვლილთა მეთოდი ცვალებადი d წვლილის სიგანით, რომელიც $[x_{i-1}, x_{i+1}]$ –ის ტოლია. ასევე აპრიორულ-ემპირიული ფუნქციის მეთოდი შეიძლება განვიხილოთ მართკუთხა წვლილთა მეთოდად როდესაც წვლილის d სიგანე დისკრეტულობის Δ ინტერვალის ტოლია.

აპრიორულ-ემპირიული ფუნქციის მეთოდის უპირატესობად შეიძლება ჩაითვალოს ის, რომ მასში სანდოობის კოეფიციენტით დიფერენცირებულია აპრიორული და ემპირიული ინფორმაციათა წონები ($\omega \neq \frac{1}{n+1}$), განსხვავებით დანარჩენი ორი მეთოდისა და ეს მართლაც წინგადადგმული ნაბიჯია, რადგანაც საიმედოობაზე ნაკეთობათა კვლევისას წინასწარ ცნობილი აპრიორული ინფორმაცია შეიძლება სხვადასხვა ფიზიკური ბუნების იყოს და მისი გატოლება ერთეულოვან ემპირიულ ინფორმაციასთან არ იყოს მიზანშეწონილი.

ყოველივე ზემოაღნიშნულის გამო კვლევის დროს შესაძლებლად მიგვაჩნია შემდეგ რეკომენდაციებზე დაყრდნობა.

თუ შემთხვევითი სიდიდისათვის ცნობილია განაწილების კანონის ტიპი მაშინ ეფექტური იქნება მართკუთხა წვლილთა მეთოდი.

როდესაც კვლევა არ მოითხოვს მკაცრ სიზუსტეს და საერთოდ არაფერია ცნობილი განაწილების ტიპის შესახებ შესაძლოა გამოყენებული იქნეს განუზღვრელობის შემცირების მეთოდი მისი სიმარტივის გამო.

როდესაც შემთხვევითი სიდიდის შესახებ აპრიორული ინფორმაციაზე მეტი მონაცემები არსებობს და მისი გაზომვა არაა, ან ნაკლებადაა დამოკიდებული ხელსაწყოს სიზუსტეზე, მიზანშეწონილია აპრიორულ-ემპირიული ფუნქციის მეთოდის გამოყენება.

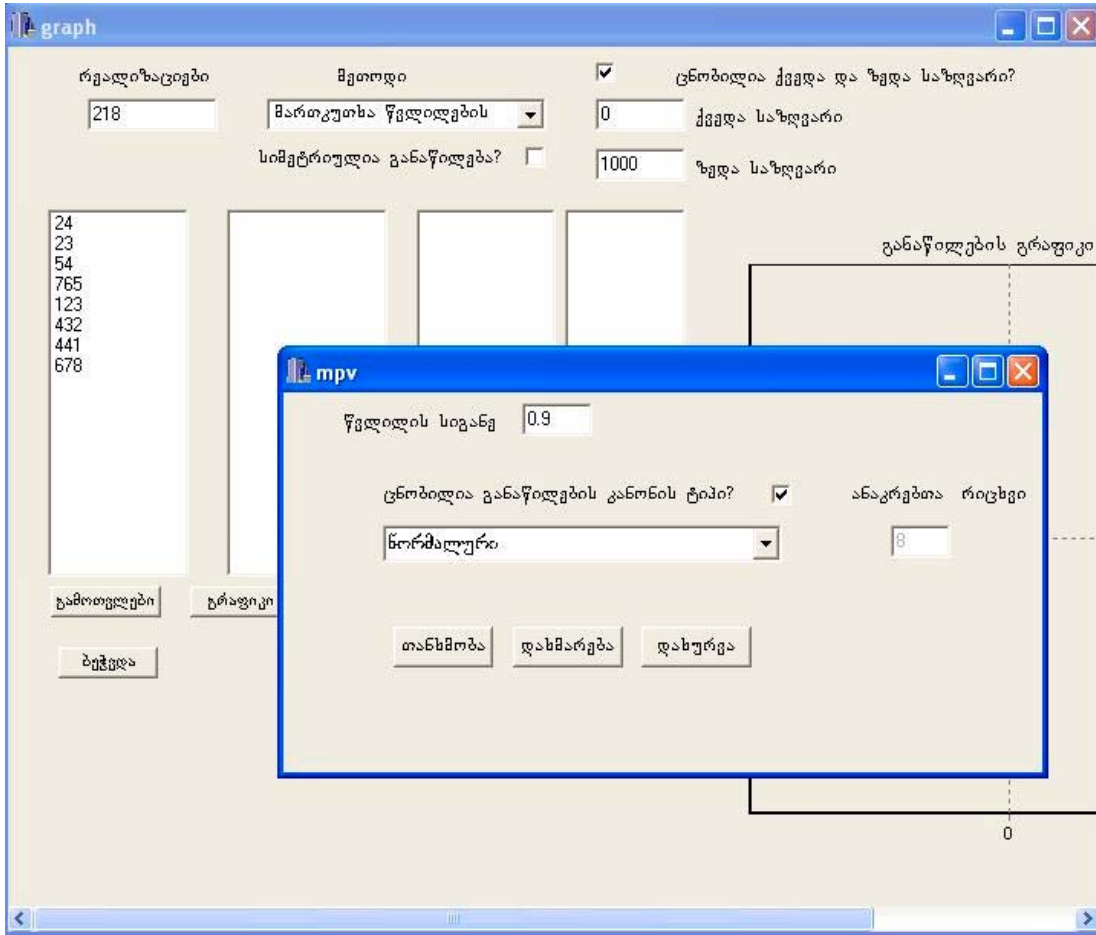
ავლნიშნოთ ასევე, რომ მცირე ანაკრებთა შემთხვევაში, როდესაც საკვლევი შემთხვევითი სიდიდეს აქვს სიმეტრიული განაწილება (მაგ. ნორმალური განაწილებისას), მაშინ ცდის შედეგად მიღებული ანაკრებთა რიცხვი შეგვიძლია გავაორმაგოთ მოპირისპირე სიდიდეების დამატებით და ამდენად უფრო მეტი ეფექტურობა იქნება მიღწეული.

7. გამოყენებითი პროგრამის აღწერა

ისევე როგორც შესწავლილი სამი მეთოდის საკვლევი პროგრამა, გამოყენებითი პროგრამაც შექმნილია C^{++} ალგორითმულ ენაზე **Borland C++ Builder 6.0** ინტეგრირებული გარემოს საშუალებით **Windows**-ის ოპერაციულ სისტემაში.

პროგრამა იძლევა საშუალებას აიგოს შემთხვევითი სიდიდის განაწილების დიფერენციალური და ინტეგრალური ფუნქციის გრაფიკი, როდესაც ანაკრებთა მნიშვნელობები ან წინასწარ არის დაგროვილი მონაცემთა ფაილში, ან კი უშუალოდ

შეიყვანება ხელით სპეციალურ ველში. ამასთან შესაძლოა მოვახდინოთ მიღებული გრაფიკის ოპტიმიზაცია ("გაგლუვება") სხვადასხვა ალგორითმის საშუალებით.



ნახ. 7.1 გამოყენებითი პროგრამის ინტერფეისული ნაწილი

კვლევის შედეგად მიღებული მონაცემების საფუძველზე, სხვადასხვა მეთოდისათვის, პროგრამა თავად ირჩევს ოპტიმალურ პარამეტრებს ან განსაკუთრებულ შემთხვევაში მომხმარებელს შეუძლია თავად მიაწოდოს ისინი სპეციალური ფანჯრების საშუალებით.

შესაძლებელია ასევე ფუნქციის მნიშვნელობათა მასივის ფაილში ექსპორტირება და გრაფიკის ამობეჭვდა.

გამოყენებული ლიტერატურა

1. Вальд А. Последовательный анализ. Пер. с англ. М.: гиз., -1960.
2. Чавчанидзе В.В. Кумсишвили В.А. об определении законов распределения на основе малого числа наблюдений. /СБ. Применение вычислительной техники для автоматизации производства под редакцией В.В. Солодовникова (труды совещания 1959 г.) машгиз.- 1961, -с. 129-139.
3. Рябинин И.А. основы теории и расчета надежности судовых электрических систем. Л.: Судостроение. -1967.
4. Березин О.П. определение законов распределения малых выборок методом прямоугольных вкладов. /Доклады к научной технической конференции по надежности судового электрооборудования. Вып 65, Л.: НТО судпром. -1965.
5. Демаков И.П. Потепун В.Е. Графо-аналитический метод построения полуэмпирических институтов СССР. Вып. Исследование по общим вопросам метрологий вниим им. Д.И. Менделеева, Л. -1970.
6. Демаков И.П., Потепун В.Е. статистические методы определения законов распределения при анализе точности и надежности промышленных изделий по результатам эксперимента. Серия Средства и методы улучшения качества, повышения надежности выпускаемых изделий. Ленинградский дом научно-технической пропаганды, Л. -1970.

დანართი

ა) შემთხვევითი სიდიდის განაწილების ფუნქციის არაკლასიკური მეთოდებით აგების საკვლევ პროგრამის ტექსტი

```

#include <vcl.h>
#pragma hdrstop
#include "math.h"
#include "math.hpp"
#include "main.h"
#pragma package(smart_init)
#pragma resource "*.dfm"
TForm1 *Form1;

//ფუნქციები :
double * bubble(double *a , int m, int n);
void bubble(double a[][90] , int j, int m, int n);
    // მასივის დასალაგებლად ზრდადობის მიხედვით
double simpson( int n, double (*f)(double),double a, double b );
double f(double );
    // სიმპსონის ფორმულის მიხედვით ინტეგრალის გამოთვლა
double ganuz_shemc( double x, int n, int i, double lo, double up);
    // განაწილების ინტეგრალური ფუნქციის გამოთვლა განუზღვრელობის
შემცირების მეთოდით
double apr_emp( double x, int n, int i, double lo, double up, double sandooaba, double delta);
    //განაწილების ინტეგრალური ფუნქციის გამოთვლა მართკუთხა წვლილთა
მეთოდით
void mpv (double xdist[][90], double F_mpv_xv[][90], int n, int j, double Lower_x, double
Upper_x, double D_opt);
    //განაწილების ინტეგრალური ფუნქციის გამოთვლა აპრიორულ-ემპირიული
ფუნქციის მეთოდით
double sashualo( double *x, int n);
double sashkvad( double *x, int n);
    // საშუალო სიდიდის და საშუალო კვადრატული გადახრის გამოთვლა
double c[50][90]={0}, ct[500][90]; //masivebi [0:1] SualedSi Tanabrad ganawilebuli
double xdist[50][90]; // სხვადასხვა კანონით განაწილებული შემთხვევითი სიდიდის
მასივი
double fteor[50][90], fclasi[50][90], f_gan_shem[50][90], f_aep[50][90], F_mpv_xv[50][90];
    // განაწილების თეორიული, კლასიკური, და საკვლევ მეთოდებით
მიღებული ფუნქციების მასივები
double d_pl, d_min; // უდიდესი და უმცირესი გადახრები კლასიკური მეთოდის
შემთხვევაში
double Lower_x, Upper_x; // X სიდიდის ცვლილების ზედა და ქვედა საზღვარი
double diff_cl[50], diff_gan[50], diff_mpv[50],diff_ap_emp[50]; // უდიდესი გადახრების
მასივები
double sash_gadaxra=0, sigma ; // უდიდესი გადახრის საშუალო და საშუალო
კვადრატული სიდიდე
int n, m=50, mm=500; // ანაკრებთა რიცხვი და ცდების რაოდენობა
//-----
void __fastcall TForm1::TForm1(TComponent* Owner)

```

```

        : TForm(Owner)
    {
    }
    //-----
void fastcall TForm1::GeneratorClick(TObject *Sender) //სწავრებთა გენერაცია
    {
        ListBox3->Clear() ;
        randomize();
        ListBox2->Clear();
        ListBox3->Clear();
        int i=0, j=0 ;
        AnsiString a="", b="", cc="", ck="";
        n=StrToInt(num->Text);
        for (j=0; j<mm; j++)
        {
            for (i=0; i<n; i++)
            { if (distribution->ItemIndex==4)
                {
                    ct[j][i]=exp( RandG(0,1)/0.4343);

                    if ( ct[j][i] >= 999.)
                        ct[j][i]=exp ( RandG(0,1)/0.4343);    }
                    else
                    if (distribution->ItemIndex==3)
                        ct[j][i]=RandG(0,1);
                    else
                        ct[j][i]=(rand()% 1000+1) /1000.0;
                }
            bubble( ct, j, 0, n-1) ;
        }
        for (i=0; i<n; i++)
        { double rj=0;
            for (j=0; j<mm; j++)
            { rj+=ct[j][i];
                if (j%(mm/m)==mm/m-1)
                { c[j/(mm/m)][i]=rj/float(mm/m);
                    rj=0;
                }
            }
        }
        for (j=0; j<m; j++)
        {
            for (i=0; i<n; i++)
            {
                switch (distribution->ItemIndex) // განაწილების კანონის არჩევა
                {
                    case 0 :
                        Lower_x=0; Upper_x=1;
                        xdist[j][i]=c[j][i]; fteor[j][i] = xdist[j][i];
                        fclasiკ[j][i] = (double)i/n; break;
                    case 1 :
                        Lower_x=0; Upper_x=5;

```

```

xdist[j][i]=-log(c[j][n-i-1]);
    if (xdist[j][i]>=5)
        xdist[j][i]=5;
f teor[j][i]= 1- exp(- xdist[j][i]);
    fclasi k[j][i] = (double)i/n; break;
case 2 :
    Lower_x=0; Upper_x=4;
    xdist[j][i]=sqrt(-2*log(c[j][n-i-1]));
    if (xdist[j][i]>=4)
        xdist[j][i]=4;
    f teor[j][i]= 1- exp(-xdist[j][i]*xdist[j][i]/2);
    fclasi k[j][i] = (double)i/n; break;
case 3 :
    Lower_x=-3; Upper_x=3;
    xdist[j][i]=c[j][i];
    if (xdist[j][i]>=3)
        xdist[j][i]=3;
        if (xdist[j][i]<=-3)
            xdist[j][i]=-3;
    f teor[j][i] = 0.5 + (1/sqrt(2*M_PI))*simpson(1000, f, 0, xdist[j][i]);
    fclasi k[j][i] = (double)i/n; break;
case 4 : Lower_x=0; Upper_x=1000;
    xdist[j][i]=c[j][i];
    f teor[j][i] =0.5 + 1/sqrt(2*M_PI)*simpson(1000, f, 0, log10(xdist[j][i]));
    fclasi k[j][i] = (double)i/n; break;
default : ;
}
b=b+ FloatToStrF(xdist[j][i], ffFixed, 5,3) + ' ';
cc=cc+ FloatToStrF(f teor[j][i], ffFixed, 5,3) + ' ';
}
a="";
ListBox2->Items->Add(b );
b="";
ListBox3->Items->Add(cc );
cc="";
}
float sa=0;
for (i=0; i<n; i++)
{sa=0;
for (j=0; j<m; j++)
sa=sa+f teor[j][i];
{
sa=sa/50;
}
}
for (j=0; j<m; j++)
{
d_pl=0;
d_min= 0;
for (i=0; i<n; i++)
{
d_pl= Max (d_pl, (double)(i+1)/n - f teor[j][i]);

```



```

d_min = Max (d_min, fteor[j][i] - (double)(i/n) );
}
diff_cl[j] = Max (d_pl, d_min);
}
sash_gadaxra= sashualo(diff_cl, m) ;
double y=0;
for (j=0; j<m; j++)
{
    y=y+(diff_cl[j] - sash_gadaxra )*(diff_cl[j]-sash_gadaxra);
}
sigma=sqrt(y/(m-1));
comp->Enabled=true;
}

```

void __fastcall TForm1::compClick(TObject *Sender)

```

//უდიდესი გადახრის და საშუალო კვადრატული გადახრის გამოთვლები
{
    double maxi=0;
    AnsiString ccc="";
    if (method->ItemIndex==0)
    {
        double D_opt, D, Sigma_m, Min_D=100, L=0;
        if (distribution->ItemIndex==4)
            L=(Upper_x - Lower_x)/5000.;
        else
            L=(Upper_x - Lower_x)/40.;
        D_opt=L;
        D=D_opt;
        while ( D_opt<Upper_x)
        {
            for (int j=0; j<m; j++)
            {
                maxi=0;
                mpv(xdist, F_mpv_xv, n, j, Lower_x, Upper_x, D_opt);

                {
                    ccc=ccc+ FloatToStrF(F_mpv_xv[j][i], ffFixed, 5,3) + ' ';
                }
                pr->Items->Add(ccc);          */
                for (int i=0; i<n; i++)
                {
                    maxi = Max(maxi, fabs(fteor[j][i]-F_mpv_xv[j][i]) ) ;
                }
                diff_mpv[j]=maxi;
            }
            if (sashualo(diff_mpv, m)< Min_D)
            {
                Min_D =sashualo(diff_mpv, m);
                Sigma_m= sashkvad(diff_mpv, m);
                D=D_opt;
            }
            D_opt=D_opt+ L ;
        }
        Memo1->Lines->Add(FloatToStrF(Min_D, ffFixed, 5,4));
    }
}

```

```

        Memo3->Lines->Add(FloatToStrF(Sigma_m, ffFixed, 5,4));
    }
    else
    if (method->ItemIndex==1)
    {
        for (int j=0; j<m; j++)
        {
            maxi=0;
            for (int i=0; i<n; i++)
            {
                f_gan_shem[j][i]=ganuz_shemc(xdist[j][i], n, i, Lower_x, Upper_x );
                maxi = Max(maxi, fabs(fteor[j][i]-f_gan_shem[j][i]) );
            }
            diff_gan[j]=maxi;
        }
        Memo1->Lines->Add(FloatToStrF(sashualo(diff_gan, m), ffFixed, 5, 4));
        Memo3->Lines->Add(FloatToStrF(sashkvad(diff_gan, m), ffFixed, 5, 4));
    }
    else
    if (method->ItemIndex==2)
    {
        double Fapx, delta, sandooba=0.5;
        sand_k->Enabled=True;
        sandooba=sand_k->Text.ToDouble();
        if (distribution->ItemIndex==4)
            delta = 0.0001 ;
        else
            delta = (Upper_x-Lower_x)/50. ;
        for (int j=0; j<m; j++)
        {
            maxi=0;
            for (int i=0; i<n; i++)
            {
                f_aep[j][i]= apr_emp(xdist[j][i], n, i, Lower_x, Upper_x, sandooba, delta) ;
                maxi = Max(maxi, fabs(fteor[j][i]-f_aep[j][i]) );
            }
            diff_gan[j]=maxi;
        }
        Memo1->Lines->Add(sashualo(diff_gan, m));
        Memo3->Lines->Add(sashkvad(diff_gan, m));
    }
    Memo2->Lines->Add(FloatToStrF(sash_gadaxra, ffFixed, 5, 4));
    Memo4->Lines->Add(FloatToStrF(sigma, ffFixed, 5, 4));
}
void __fastcall TForm1::methodChange(TObject *Sender)
//სპრიორულ-ემპირიული ფუნქციის მეთოდის გააქტიურება
{
    if (method->ItemIndex==2)
        sand_k->Enabled=True;
    else
        sand_k->Enabled=False;
}

//-----
double * bubble(double * a , int m, int n)
{

```

```

char is=1;
int i;
double c;
while(is)
{
    is=0;
    for (i=m+1; i<=n; i++)
        if ( a[i] < a[i-1] )
        {
            c=a[i];
            a[i]=a[i-1];
            a[i-1]=c;
            is=1;
        }
    }
    return(a);
}

void bubble(double a[][90] , int j, int m, int n)
{
    char is=1;
    int i;
    double c;
    while(is)
    {
        is=0;
        for (i=m+1; i<=n; i++)
            if ( a[j][i] < a[j][i-1] )
            {
                c=a[j][i];
                a[j][i]=a[j][i-1];
                a[j][i-1]=c;
                is=1;
            }
    }
}

double f(double x)
{
    return exp(-x*x/2);
}

double simpson( int n, double (*f)(double),double a, double b )
{
    double h; int k; double s1=0, s2=0;
    h=(b-a)/(2*n);
    for (k=1; k<=n; k++)
        s1+=f(a+(2*k-1)*h) ;
    s1*=4;
    for (k=1; k<n; k++)
        s2+=f(a+2*k*h);
    s2*=2;
    return h/3 *( f(a) +f(b) + s1 +s2);
}

double sashualo( double *x, int n)
{
    double y=0; int i=0;
    for (i=0; i<n; i++)
        y=y+x[i];
    return y/n;
}

```

```

    }
    double sashkvad( double *x, int n)
    {
        double sash=0, y=0; int i=0;
        sash=sashualo(x, n);
        for (i=0; i<n; i++)
            y=y+(x[i] - sash)*(x[i]-sash);
        return sqrt(y/(n));
    }
double ganuz_shemc(double x, int n, int i, double lo, double up)
{
    return 1.0/( n+ 1) * ((x - Lower_x) / (Upper_x - Lower_x) + (i+1-0.5) );
}
double apr_emp(double x, int n, int i, double lo, double up, double sandooba, double delta)
{
    double Fapx = 1./(Upper_x-Lower_x) + delta;

    return sandooba * Fapx *x + ((1-sandooba)/n) * (i+0.5);
}

void mpv(double xdist[][90], double F_mpv_xv[][90], int n, int j, double Lower_x, double
    Upper_x, double D_opt)
    {
        double Diap=0, Ves=0, Mean=0, D_opti[90], Psi_x[90],
X_bord_Lower[180],X_bord_Upper[180], X_bord[180],
    X_bord_non_equal[180], A_delta[180], F_dif[180] , Delta_x[180];

        Diap=Upper_x - Lower_x;
int Num_non_equal=0;
        double* F_mpv = new double [180];
        for (int i=0; i<n; i++)
        {
if ((xdist[j][i]-D_opt/2.0)< Lower_x)
            D_opti[i]=xdist[j][i]-Lower_x+ D_opt/2.0;
else
if ((xdist[j][i]+D_opt/2.0) > Upper_x)
            D_opti[i]=Upper_x - xdist[j][i] + D_opt/2.0;
else
            D_opti[i]=D_opt;
            Psi_x[i]=1./D_opti[i];
        }
for (int i=0; i<n; i++)
        {
            X_bord[2*i]= xdist[j][i] - D_opt/2.;
            X_bord_Lower[i]= xdist[j][i] - D_opt/2.;
if (X_bord[2*i] <= Lower_x)
            {
                X_bord[2*i]= Lower_x;
                X_bord_Lower[i]= Lower_x;
            }
            X_bord[2*i+1]= xdist[j][i] + D_opt/2.;
            X_bord_Upper[i] = xdist[j][i] + D_opt/2.;

```

```

if (X_bord[2*i+1] >= Upper_x)
{
X_bord[2*i+1] = Upper_x;
X_bord_Upper[i] = Upper_x;
}
}
bubble(X_bord, 0,2*n-1); ////////////////
X_bord_non_equal[Num_non_equal]=X_bord[0];
for (int i=1; i<=2*(n-1)+1; i++)
{
if (X_bord_non_equal[Num_non_equal] != X_bord[i])
{
Num_non_equal=Num_non_equal+1;
X_bord_non_equal[Num_non_equal] = X_bord[i];
}
}
Num_non_equal=Num_non_equal+1;
for (int i=0; i<2*(n-1)+1; i++)
{
Mean = (X_bord[i]+X_bord[i+1])/2. ;
Ves=1./Diap;//50;
for (int q=0; q<n; q++)
{
if ((X_bord_Lower[q] < Mean) && (X_bord_Upper[q] > Mean))
Ves=Ves+Psi_x[q];
}
A_delta[i]=Ves;

for (int i=0; i<Num_non_equal; i++)
{
F_dif[i]=A_delta[i]/((n+1));/*Diap*//*50);
Delta_x[i]=X_bord_non_equal[i+1]-X_bord_non_equal[i];/*X_bord[i+1] - X_bord[i];
}
F_mpv[0] = F_dif[0]*Delta_x[0];
for (int i=1; i<2*n-1; i++) {
F_mpv[i]=F_mpv[i-1]+F_dif[i]*Delta_x[i];
}
}
for (int i=2*(n-1)+1; i>0; i--)
F_mpv[i]=F_mpv[i-1];
F_mpv[0]=0;
if (X_bord_non_equal[Num_non_equal-1] == Upper_x )
F_mpv[Num_non_equal-1] =1;
for (int i=0; i<n; i++)
{ for (int k=0; k<Num_non_equal-1; k++)
{
if (X_bord_non_equal[k]<=xdist[j][i] && X_bord_non_equal[k+1]>=xdist[j][i])
F_mpv_xv[j][i]=((F_mpv[k+1]-F_mpv[k]) * (xdist[j][i]-X_bord_non_equal[k]))
/(X_bord_non_equal[k+1] - X_bord_non_equal[k])+F_mpv[k];
}
}
}
}

```

ბ) მანქანური ექსპერიმენტის შედეგად მიღებული ცხრილები

ცხრილი 1. მართკუთხა წვლილის ოპტიმალური სიგანის ანაკრებთა რიცხვზე დამოკიდებულება თანაბარი განაწილებისათვის

ანაკრებთა რიცხვი n	წვლილის ოპტიმალური სიგანე d_{opt}	წვლილის ოპტიმალური სიგანე ფარდობით ერთეულებში d_{opt}	$M[D_m]$	
			კლასიკური მეთოდი	მართკუთხა წლილთა
3	0.975	0.975	0.457	0.08
4	0.975	0.975	0.392	0.077
5	0.975	0.975	0.353	0.08
6	0.975	0.975	0.334	0.081
7	0.975	0.975	0.312	0.076
8	0.975	0.975	0.282	0.076
9	0.975	0.975	0.281	0.079
10	0.975	0.975	0.264	0.076
20	0.975	0.975	0.191	0.075
30	0.65	0.65	0.147	0.066
40	0.625	0.625	0.135	0.061
50	0.625	0.625	0.119	0.06
60	0.6	0.6	0.117	0.061
70	0.6	0.6	0.105	0.059
80	0.6	0.6	0.1	0.053
90	0.575	0.575	0.092	0.05

ცხრილი 2. მართკუთხა წვლილის ოპტიმალური სიგანის ანაკრებთა რიცხვზე დამოკიდებულება ექსპონენციალური განაწილებისათვის

ანაკრებთა რიცხვი n	წვლილის ოპტიმალური სიგანე d_{opt}	წვლილის ოპტიმალური სიგანე ფარდობით ერთეულებში d_{opt}	$M[D_m]$	
			კლასიკური მეთოდი	მართკუთხა წლილთა
3	1.375	0.275	0.472	0.191
4	1.25	0.25	0.388	0.173
5	1.375	0.275	0.368	0.178
6	1.375	0.275	0.319	0.138
7	1.25	0.25	0.3	0.139
8	1.125	0.225	0.283	0.139
9	1	0.2	0.262	0.134
10	1	0.2	0.241	0.128
20	0.875	0.175	0.17	0.099
30	0.875	0.175	0.149	0.094
40	0.75	0.15	0.137	0.087
50	0.75	0.15	0.121	0.078
60	0.75	0.15	0.112	0.074
70	0.625	0.125	0.1	0.068
80	0.5	0.1	0.094	0.062
90	0.5	0.1	0.088	0.06

ცხრილი 3. მართკუთხა წვლილის ოპტიმალური სიგანის ანაკრებთა რიცხვზე დამოკიდებულება რელეის განაწილებისათვის

ანაკრებთა რიცხვი n	წვლილის ოპტიმალური სიგანე d_{opt}	წვლილის ოპტიმალური სიგანე ფარდობით ერთეულებში d_{opt}	$M[D_m]$	
			კლასიკური მეთოდი	მართკუთხა წვლილთა
3	2.3	0.575	0.448	0.158
4	2.2	0.55	0.414	0.161
5	1.9	0.475	0.349	0.142
6	1.8	0.45	0.309	0.124
7	1.7	0.425	0.278	0.116
8	1.7	0.425	0.279	0.121
9	1.6	0.4	0.259	0.113
10	1.4	0.35	0.244	0.104
20	1.4	0.35	0.167	0.073
30	1.4	0.35	0.155	0.076
40	1.3	0.325	0.131	0.068
50	1.2	0.3	0.116	0.06
60	1.1	0.275	0.111	0.059
70	1.1	0.275	0.102	0.056
80	0.9	0.225	0.091	0.052
90	0.9	0.225	0.085	0.051

ცხრილი 4. მართკუთხა წვლილის ოპტიმალური სიგანის ანაკრებთა რიცხვზე დამოკიდებულება ნორმალური განაწილებისათვის

ანაკრებთა რიცხვი n	წვლილის ოპტიმალური სიგანე d_{opt}	წვლილის ოპტიმალური სიგანე ფარდობით ერთეულებში d_{opt}	$M[D_m]$	
			კლასიკური მეთოდი	მართკუთხა წვლილთა
3	2.7	0.45	0.442	0.186
4	2.25	0.375	0.4	0.162
5	2.55	0.425	0.384	0.175
6	2.4	0.4	0.335	0.146
7	2.1	0.35	0.284	0.131
8	2.25	0.375	0.3	0.135
9	2.25	0.375	0.271	0.113
10	2.25	0.375	0.277	0.135
20	1.8	0.3	0.179	0.095
30	1.65	0.275	0.147	0.087
40	1.5	0.25	0.129	0.074
50	1.5	0.25	0.123	0.078
60	1.5	0.25	0.108	0.061
70	1.35	0.225	0.105	0.061
80	1.35	0.225	0.092	0.057
90	1.35	0.225	0.089	0.05

ცხრილი 5. მართკუთხა წვლილის ოპტიმალური სიგანის ანაკრებთა რიცხვზე დამოკიდებულება ლოგარითმულად ნორმალური განაწილებისათვის

ანაკრებთა რიცხვი n	წვლილის ოპტიმალური სიგანე d_{opt}	წვლილის ოპტიმალური სიგანე ფარდობით ერთეულებში d_{opt}	$M[D_m]$	
			კლასიკური მეთოდი	მართკუთხა წვლილთა
3	1.5	0.0015	0.266	0.45
4	1	0.001	0.212	0.404
5	1	0.001	0.224	0.329
6	1	0.001	0.229	0.334
7	1	0.001	0.193	0.319
8	1	0.001	0.196	0.297
9	1	0.001	0.186	0.28
10	0.5	0.0005	0.179	0.239
20	0.5	0.0005	0.147	0.187
30	0.5	0.0005	0.119	0.151
40	0.5	0.0005	0.116	0.14
50	0.5	0.0005	0.103	0.123
60	0.5	0.0005	0.098	0.116
70	0.5	0.0005	0.09	0.1
80	0.5	0.0005	0.085	0.096
90	0.5	0.0005	0.084	0.086

გ) შემთხვევითი სიდიდის განაწილების ფუნქციის არაკლასიკური მეთოდებით ამგები გამოყენებითი პროგრამის ტექსტი

```
#include <vcl.h>
#pragma hdrstop
#include <math.h>
#include "lowfraphic.h"
#pragma package(smart_init)
#pragma resource "*.dfm"
#include "aep.h"
#include "mpv.h"
```

```
float *bubble(float *, int , int ) ; //სორტირების ფუნქცია
```

```
float X_v[150],D_opti[150],X_bord_Lower[300],X_bord_Upper[300], Diap;
float Psi_x[150], A_delta[300], F_dif[300], Delta_x[300], Ves=0, Mean;
float D_opt, X_bord[300], F_mpv_xv[150];
int Num_non_equal=0;//D_opti[150];
double X_bord_non_equal[300], F_mpv[300];
float Lower_x=0, Fapx=0, Upper_x=0;
Tgraphic *graphic;
//მთავარი ფორმის ობიექტის კონსტრუქტორი
__fastcall Tgraphic::Tgraphic(TComponent* Owner)
: TForm(Owner)
{
}
// მონაცემთა შეტანა
```



```

void __fastcall Tgraphic::Edit1KeyPress(TObject *Sender, char &Key)
{
if ((Key==VK_RETURN)&&(Edit1->Text !=EmptyStr))
{
StrToFloat (Edit1->Text);
data->Items->Add(Edit1->Text);
Edit1->Clear();
}
{
Edit1->SetFocus();
}
if (!(Key>='0')&&(Key<='9')||(Key=='.')||(Key=='-')||(Key=='8'))
Key=27;
}
//-----

void __fastcall Tgraphic::delete1Click(TObject *Sender)
{
data->Items->Delete(data->ItemIndex);
}
//-----

void __fastcall Tgraphic::gamotvlaClick(TObject *Sender)
{
if (CheckBox2->Checked)
{
int number=data->Items->Count;
for (int i=1; i<=number; i++)
data->Items->Add(FloatToStr(StrToFloat(data->Items->Strings[i-1])*(-1)));
}
int Min, i,j;
for (j = 0; j<= data->Items->Count-1; j++)
{
Min = j;
for (i = j; i<= data->Items->Count-1; i++)
if (StrToFloat(data->Items->Strings[Min]) < StrToFloat (data->Items->Strings[i]))
Min = i;
data->Items->Insert(0, data->Items->Strings[Min]);
data->Items->Delete (Min+1);
}
float average=0, sigma=0;
i=0;
if (CheckBox1->Checked)
{
Lower_x = StrToFloat(Edit2->Text);
Upper_x = StrToFloat(Edit3->Text);
}
else
{
while (i<data->Items->Count)
{
average+= StrToFloat(data->Items->Strings[i]);
i++;
}
}
}

```

```

    }
    average/= data->Items->Count;

    i=0;
    while (i<data->Items->Count)
    {
        sigma+=(average-StrToFloat(data->Items->Strings[i]))*(average-StrToFloat(data->Items-
>Strings[i]));
        i++;
    }
    sigma=sqrt(sigma/data->Items->Count);
    Lower_x=average-3*sigma;
    Upper_x=average+3*sigma;
    Edit2->Text=Lower_x;
    Edit3->Text=Upper_x;
    }
    switch (metod->ItemIndex)
    { case 2:

for (i=1; i<=data->Items->Count; i++)
    {
    data->Items->Add(FloatToStr((1.0/(data->Items->Count + 1) ) * ((StrToFloat(data-
>Items->Strings[i-1]) - Lower_x) / (Upper_x - Lower_x) + (i-0.5) )));
    }
    break;
    case 1:
        Diap=Upper_x - Lower_x;
        D_opt=StrToFloat(mart_cv1->Edit1->Text);
        for (int i=0; i<data->Items->Count; i++)
        {
            X_v[i]= StrToFloat(data->Items->Strings[i]);
        }
        for (i=0; i<=(data->Items->Count)-1; i++)
        {
            if ((X_v[i]-D_opt/2.0)< Lower_x)
                D_opti[i]=X_v[i]-Lower_x+ D_opt/2.0;
            else
                if ((X_v[i]+D_opt/2.0) > Upper_x)
                    D_opti[i]=Upper_x - X_v[i] + D_opt/2.0;
            else
                D_opti[i]=D_opt;
                Psi_x[i]=/*1000*50*/1./D_opti[i];
        }
        for (i=0; i<=(data->Items->Count-1); i++)
        {
            X_bord[2*i]= X_v[i] - D_opt/2.;
            X_bord_Lower[i]= X_v[i] - D_opt/2.;
            if (X_bord[2*i] <= Lower_x)
            {
                X_bord[2*i]= Lower_x;
                X_bord_Lower[i]= Lower_x;
            }
        }
    }

```

```

    X_bord[2*i+1]= X_v[i] + D_opt/2.;
    X_bord_Upper[i] = X_v[i] + D_opt/2.;
if (X_bord[2*i+1] >= Upper_x)
    {
        X_bord[2*i+1] = Upper_x;
        X_bord_Upper[i] = Upper_x;
    }
    }
    bubble(X_bord, 0,2*(data->Items->Count-1));
    X_bord_non_equal[Num_non_equal]=X_bord[0];
for (i=1; i<=2*(data->Items->Count-1)+1; i++)
    {
        if (X_bord_non_equal[Num_non_equal] != X_bord[i])
        {
            Num_non_equal=Num_non_equal+1;
            X_bord_non_equal[Num_non_equal] = X_bord[i];
        }
    }
    Num_non_equal=Num_non_equal+1;
for (i=0; i<2*(data->Items->Count-1)+1; i++)
    {
        Mean = (X_bord[i]+X_bord[i+1])/2. ;
        Ves=1./Diap;//50;
        for (int j=0; j<data->Items->Count; j++)
        {
            if ((X_bord_Lower[j] < Mean) && (X_bord_Upper[j] > Mean))
                Ves=Ves+Psi_x[j];
        }
        A_delta[i]=Ves;
    }
for (i=0; i<Num_non_equal;/*=2*(data->Items->Count-1)+1; */ i++)
    {
        F_dif[i]=A_delta[i]/((data->Items->Count+1));/*Diap);/*50);
        Delta_x[i]=X_bord_non_equal[i+1]-X_bord_non_equal[i];/*X_bord[i+1] - X_bord[i];
    }
    F_mpv[0] = F_dif[0]*Delta_x[0];
for (i=1; i<2*(data->Items->Count-1)+1; i++)
    {
        F_mpv[i]=F_mpv[i-1]+F_dif[i]*Delta_x[i];
    }
for (i=2*(data->Items->Count-1)+1; i>0; i--)
    F_mpv[i]=F_mpv[i-1];
    F_mpv[0]=0;
if (X_bord_non_equal[Num_non_equal-1] == Upper_x )
    F_mpv[Num_non_equal-1] =1;
for (i=0; i<Num_non_equal;/*i<=2*data->Items->Count-1;*/ i++)
    dop->Items->Add(FloatToStr(F_mpv[i]));
for (i=0; i<Num_non_equal; i++)
tmp->Items->Add(FloatToStr(X_bord_non_equal[i]));
for (i=0; i<data->Items->Count; i++)
{ for (int j=0; j<Num_non_equal-1; j++)

```

```

    {
        if (X_bord_non_equal[j]<=X_v[i] && X_bord_non_equal[j+1]>=X_v[i])
            F_mpv_xv[i]=((F_mpv[j+1]-F_mpv[j]) * (X_v[i]-
X_bord_non_equal[j]))/(X_bord_non_equal[j+1]- X_bord_non_equal[j])+F_mpv[j];
        }
    }
    for (i=0; i<data->Items->Count; i++)

    datay->Items->Add(FloatToStr(F_mpv_xv[i]));
    break;
    case 0:
    Fapx = 1./(Upper_x-Lower_x+StrToFloat(apr_emp->Edit2->Text));
    for (i=1; i<=data->Items->Count; i++)
    {
        datay->Items->Add(FloatToStr(StrToFloat(apr_emp->Edit1-
>Text)*Fapx*(StrToFloat(data->Items->Strings[i-1])-(Lower_x-StrToFloat(apr_emp->Edit1-
>Text)/2))+(i-0.5)*(1-StrToFloat(apr_emp->Edit1->Text))/data->Items->Count));
    }
    break;
    }
}
void __fastcall Tgraphic::gasuptavebaClick(TObject *Sender)
{
    data->Clear();
    datay->Clear();
    Series1->Clear();
    dop->Clear();
    tmp->Clear();
    Num_non_equal=0;
    for (int i=0; i<data->Items->Count; i++)
    {
        X_v[i]=0;
        F_mpv[i]=0;
        F_mpv_xv[i]=0;
        X_bord_non_equal[i]=0 ;
        X_bord[i]=0;
    }
    metod->ItemIndex=1;
    CheckBox1->Checked=true;
}
//-----
void __fastcall Tgraphic::graphikClick(TObject *Sender)
{
    int i=0;
    Chart1->Title->Visible=true;
    Chart1->BottomAxis->Axis->Width=4;
    Chart1->BottomAxis->Axis->Color=clBlack;
    Chart1->LeftAxis->Axis->Width=4;
    Series1->ClickableLine=true;
    Series1->CalcVisiblePoints=true;
    Series2->AddXY(0,0,1,clBlack);
    Series2->AddXY(0,1,1,clBlack);
}

```

```

if (metod->ItemIndex==0)
Series1->AddXY(Lower_x-(StrToFloat(apr_emp->Edit2->Text)/2),0,1,clGreen);
if (metod->ItemIndex==1)
{
for (i=0; i<Num_non_equal; i++)
Series1->AddXY(X_bord_non_equal[i],F_mpv[i], 1, clGreen);
for (i=0; i<data->Items->Count; i++)
Series1->AddXY(X_v[i],F_mpv_xv[i], 1, clGreen);
}
else
Series1->AddXY(Lower_x,0,1,clGreen);
while (i<data->Items->Count)
{
Series1->AddXY(StrToFloat(data->Items->Strings[i])+StrToFloat(apr_emp->Edit2-
>Text)/2,StrToFloat(datay->Items->Strings[i])+(1-StrToFloat(apr_emp->Edit1->Text))/(2*data-
>Items->Count),1,clGreen);
i=i++;
}
if (metod->ItemIndex == 0)

Series1->AddXY(Upper_x+(StrToFloat(apr_emp->Edit2->Text))/2,1,1,clGreen);
else
Series1->AddXY(Upper_x,1,1,clGreen);
}
//-----
void __fastcall Tgraphic::metodChange(TObject *Sender)
{
switch (metod->ItemIndex)
{ case 0:
apr_emp->Show();
break;
case 1:
mart_cv1->Show();
mart_cv1->Edit2->Text=IntToStr(data->Items->Count);
break;
default : 2;
}
}
//-----
float * bubble(float * a , int m, int n)
{
char is=1;
int i;
float c;
while(is)
{ is=0;
for (i=m+1; i<=n; i++)
if ( a[i] < a[i-1] )
{ c=a[i];
a[i]=a[i-1];
a[i-1]=c;
is=1;
}
}
}

```

```
    }  
  }  
  return(a);  
}  
void __fastcall Tgraphic::FormCreate(TObject *Sender)  
{  
  metod->ItemIndex=1;  
  CheckBox1->Checked=true;  
}  
//-----  
void __fastcall Tgraphic::printClick(TObject *Sender)  
{  
  PrintDialog1->Execute();  
}
```

ცხრილების რაოდენობა – 8.
ნახაზების რაოდენობა – 12.

სტატია მიღებულია: 2008-07-05