

პარამეტრის შემცველი განტოლებებისა და უტოლობების სწავლებისათვის მათემატიკის სასკოლო კურსში

თამარ შუბითიძე

ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის

სახელმწიფო უნივერსიტეტის ჰუმანიტარულ მეცნიერებათა ფაკულტეტის

ინდივიდუალური სადოქტორო პროგრამის „განათლების მეცნიერებები“

დოქტორანტი

tshubitidze@gmail.com

ანოტაცია

მოსწავლეთა მიზანმიმართული მომზადებისათვის მნიშვნელოვანია ორი ძირითადი ფაქტორი: პროფესიონალი მასწავლებელი და კარგი სახელმძღვანელო.

აბიტურიენტებთან საუბრისას, ზოგიერთი საკითხის სწავლების მიმართ ისმის საყვედური, რომ საკონკურსო ამოცანები მოიცავს ამოცანათა ისეთ ტიპებსაც, როგორც სკოლაში არ უსწავლიათ. მათემატიკის მასწავლებლები კი აღნიშნავენ, რომ ეს საკითხი ფაქტიურად აღარ ისწავლება და ეროვნული სასწავლო გეგმის შესაბამისად, შედგენილ სახელმძღვანელოებში აღარ ეთმობა სათანადო ყურადღება და დრო. ეს პრეტენზია ისმის პარამეტრის შემცველი ამოცანების, უფრო ზუსტად კი, პარამეტრის შემცველი განტოლებებისა და უტოლობების მიმართ, რაც სიმართლეს შეესაბამება. ერთიან ეროვნულ გამოცდებზე მათემატიკის ტესტებში მართლაც გვხვდება პარამეტრის შემცველი ამოცანები, რომელებიც როგორც წესი მაღალი ქულით ფასდება.

ამ ვითარებაში აქტუალურ პრობლემად წარმოიჩინდება საკითხი იმის შესახებ, თუ რა განაპირობებს პარამეტრის შემცველი ამოცანების ზედაპირულ ან საერთოდ არცოდნას? პედაგოგები და მოსწავლეები ავლენენ ნაკლებ ტენდენციას, თუ არსებულ სახელმძღვანელოებში არ არის საკმარისი სავარჯიშოები საკითხების სიღრმისეული გააზრებისათვის.

ამ პრობლემას ეხება ჩვენს მიერ ჩატარებული კვლევა. მათემატიკის სასკოლო კურსში პარამეტრის შემცველი განტოლებებისა და უტოლობების სწავლების შესახებ 2010–2011 წლებში, გამოიკითხა საქართველოს რამდენიმე რეგიონის 60–მდე მათემატიკის მასწავლებელი. წარმოდგენილ ნაშრომში მოცემულია კვლევის შედეგების ანალიზი.

მათემატიკის სასკოლო კურსში გვხვდება არასტანდარტული ამოცანები, რომლებიც ერთიან ეროვნულ გამოცდებზე მათემატიკის ტესტებშიც გვხვდება და მაღალი ქულითაც ფასდება. ეს არის პარამეტრის შემცველი ამოცანები, უფრო ზუსტად კი პარამეტრის შემცველი განტოლებები და უტოლობები.

თვალსაჩინო მაგალითია 2011 წლის ერთიანი ეროვნული გამოცდების მათემატიკის ტესტში ამოცანა №36 : იპოვეთ a პარამეტრის ყველა მთელი მნიშვნელობა, რომელთაგან

თითოეულისათვის $y = \log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}(X - 2a)$ და $y = \log_2(X - 2a^3 - 2a^2)$ ფუნქციათა

გრაფიკები გადაიკვეთებიან წერტილებში, რომელთა კოორდინატები მთელი რიცხვებია.

აბიტურენტებთან საუბრისას ხშირად ისმის საყვედური, რომ ასეთი ტიპის ამოცანები სკოლაში არ უსწავლიათ. მათემატიკის მასწავლებლები კი აღნიშნავენ, რომ პარამეტრის შემცველი ამოცანები მათემატიკის სასკოლო კურსის ერთ-ერთი რთული ნაწილია და დღეს ზედაპირულად ან ფაქტიურად აღარ ისწავლება.

რა არის ამის მიზეზი? პედაგოგები და მოსწავლეები, რომლებიც ნაკლებ ტენდენციას ავლენენ ამ საკითხის მიმართ, თუ არსებულ გრიფირებულ სახელმძღვანელოებში არ არის საკმარისი რაოდენობის სავარჯიშოები საკითხის სიღრმისეული გააზრებისათვის.

ჩვენს მიერ შედგენილი კითხვარით 2010-2011 წლებში ჩატარდა კვლევა და გამოიკითხა საქართველოს რამოდენიმე რეგიონის 60-მდე მათემატიკის მასწავლებელი.

კვლევის შედეგების განვიხილვამდე დავსვათ შეკითხვები:

- როგორ განტოლებებს და უტოლობებს ვუწოდებთ პარამეტრის შემცველს?
- რამდენად მნიშვნელოვანია და საჭიროა პარამეტრის შემცველი განტოლებებისა და უტოლობების სწავლება?
- გვხვდება კი სასკოლო კურსის გრიფირებულ სახელმძღვანელოებში ასეთ ამოცანები და რა „სიღრმით“ ისწავლება?

განტოლებას (უტოლობას), რომელიც უცნობის გარდა ასოებით აღნიშნულ რიცხვებსაც შეიცავს პარამეტრის შემცველი განტოლება (უტოლობა) ეწოდება, ხოლო მასში შემავალ ასოებს პარამეტრი. ასეთი განტოლებებისა და უტოლობების ამოხსნისას საჭიროა სიფრთხილე, რადგან პარამეტრს აქვს ორმაგი ბუნება. ერთის მხრივ მას ექცევიან როგორც რიცხვს, ხოლო მეორეს მხრივ მასთან ურთიერთობის თავისუფლების ხარისხი შეზღუდულია მისი უცნობობით. მაგალითად პარამეტრი შემცველ გამოსახულებაზე გაყოფა, ან მზგავსი გამოსახულებებიდან ლუწი ხარისხის ფესვის ამოღება ითხოვს წინასწარ გამოკვლევებს, როგორც წესი ასეთი გამოკვლევის შედეგები გავლენას ახდენენ ამოხსნაზეც და პასუხზეც.

პარამეტრის შემცველი ამოცანების ამოხსნა დახვეწილ, ლოგიკურ აზროვნებას მოითხოვს, მათი ამოხსნისას ჩასატარებელი ანალიზი მოსწავლეებში ბრწყინვალედ ანვითარებს ბევრ სხვა უნართან ერთად კვლევის უნარ-ჩვევებს.

მეორე კითხვას ლოგიკურად შეიძლება ვუპასუხოთ: რადგან ერთიან ეროვნულ გამოცდებზე გვხვდება პარამეტრის შემცველი ამოცანები, ე.ი. საჭიროა მათი სწავლება და, შესაბამისად, ასეთი ამოცანები გრიფირებულ სახელმძღვანელოებშიც უნდა იყოს.

მათემატიკის სასკოლო კურსში ზოგიერთი მათემატიკური ცნებების შემოტანისას მოსწავლეებს უწევთ პარამეტრთან „შეხვედრა“, მაგალითად :

პირდაპირპროპორციულობის ფუნქცია $y=kx$, სადაც x და y ცვლადებია, ხოლო k პარამეტრი $k \neq 0$

წრფივი ფუნქცია $y=kx+b$, სადაც x და y ცვლადებია, ხოლო k და b პარამეტრი

კვადრატული განტოლება $ax^2+bx+c=0$, სადაც x ცვლადია, ხოლო a , b და c პარამეტრი, $a \neq 0$

მათემატიკის სასკოლო სახელმძღვანელოებში გვხვდება სავარჯიშოები პარამეტრის შემცველი ამოცანებით.

მაგალითად:

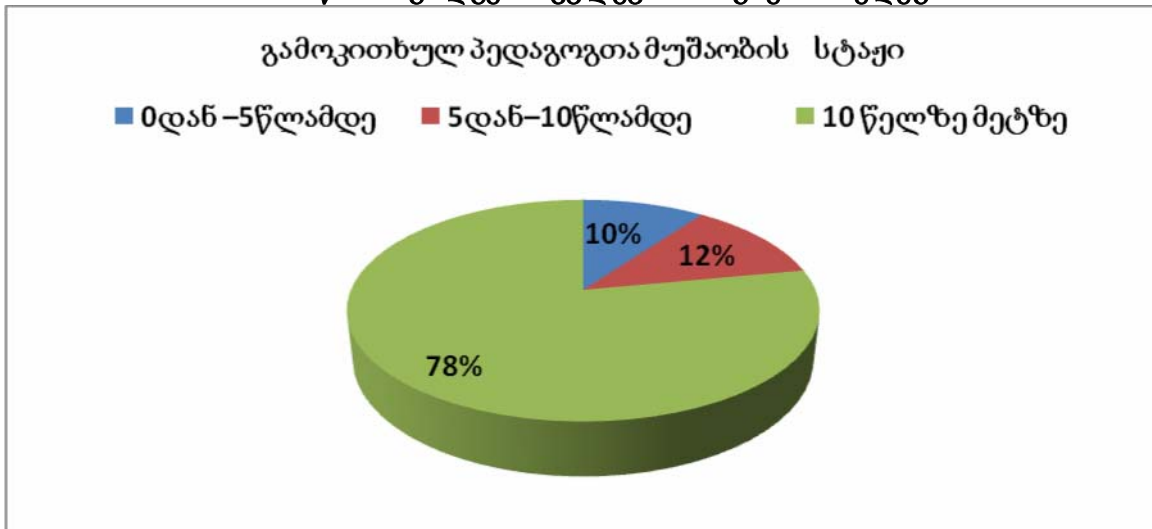
- იპოვეთ a -ს ის მნიშვნელობები, რომლებისთვისაც $(a + 2)(a - 1)x = a - 1$ განტოლებას a უამრავი ფესვი აქვს ბ) არა აქვს ფესვი გ) ერთი ფესვი აქვს
- a -ს რა მნიშვნელობებისათვის აქვს სისტემას უამრავი ამონახსნი?

$$a) \begin{cases} (a - 1)x + 4y = 5 \\ 2x + 2y = -2,5 \end{cases}$$

- a -ს რა მნიშვნელობებისათვის აქვს უტოლობას ერთადერთი ამონახსნი?

$$a) x^2 + ax + 1 \leq 0$$

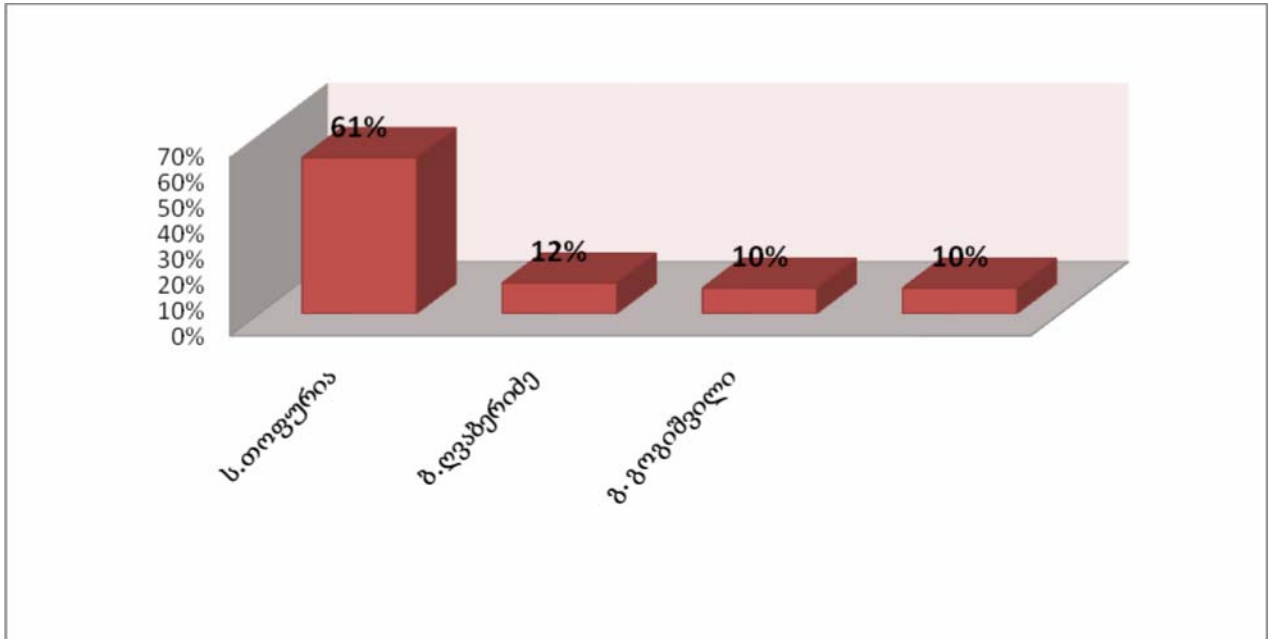
წარმოგიდგენთ კვლევის ზოგიერთ შედეგს



კითხვაზე: რომელი სახელმძღვანელოებით მუშაობთ ამჟამად? VII –დან XII კლასის ჩათვლით გამოკითხულ პედაგოგთა 98%-მა მიუთითა, ალგებრისა და გეომეტრიის სახელმძღვანელოები გ.გოგიშვილი, თ.ვეფხვაძე, ი.მებონია, ლ.ქურჩიშვილის ავტორობით, ხოლო 2%-მა სხვა ავტორების სახელმძღვანელოები. V–VI კლასებში პედაგოგთა 81%-მა მიუთითა მათემატიკის სახელმძღვანელო გ.გოგიშვილი, თ.ვეფხვაძე, ი.მებონია, ლ.ქურჩიშვილის ავტორობით, ხოლო 19% კი სხვა ავტორების სახელმძღვანელოები.

ჩვენთვის საინტერესო იყო გაგვეგო, თუ იყენებენ პედაგოგები დამხმარე სახელმძღვანელოებს. კვლევის შედეგებით გამოვყავით ძრითადი სამი:

1. მათემატიკა I ნაწილი – ავტორები: ს.თოფურია, გ.აბესაძე, ს.რიგიშვილი, მ.ხოჭოლავა, ზ.მეტრეველი, ნ.მაჭარაშვილი;
2. მათემატიკა აბიტურიენტებისათვის – ავტორები: ბ.ღვაბერიძე, ფ.დვალისხვილი, ა.მოსიძე, კ.გელაშვილი, გ.სირბილაძე;
3. დამხმარე სახელმძღვანელო აბიტურიენტებისათვის – ავტორები: გ.გოგიშვილი, თ.ვეფხვაძე, ი.მებონია, ლ.ქურჩიშვილი.

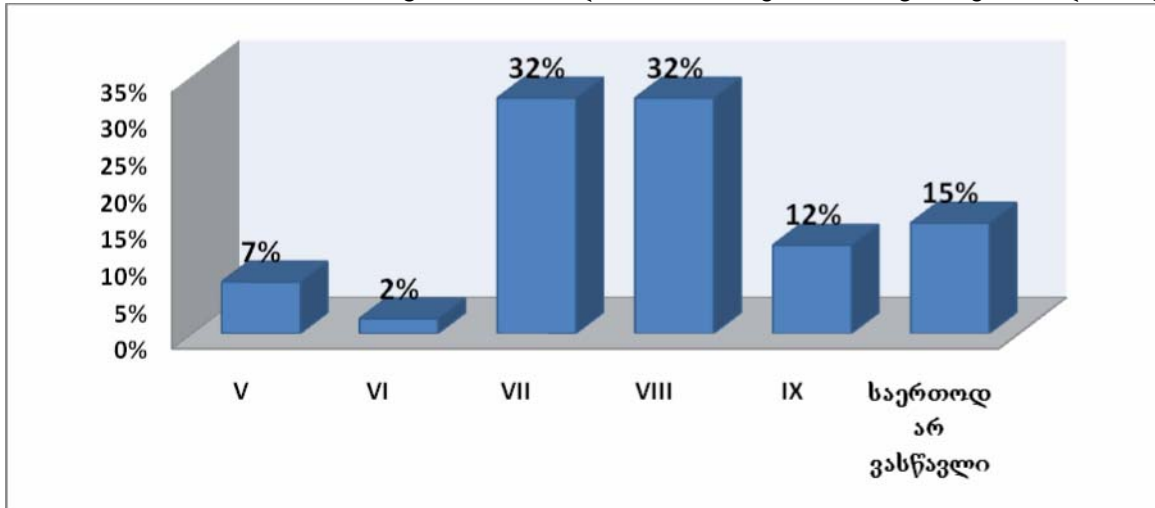


(ზოგიერთმა პედაგოგმა ერთდროულად მიუთითა რამოდენიმე სახელმძღვანელო, ამიტომ ჯამი არ იქნება 100%.)

ყველა მითითებულ დამხმარე სახელმძღვანელოში მოცემულია პარამეტრის შემცველი ამოცანები და მაგალითები.

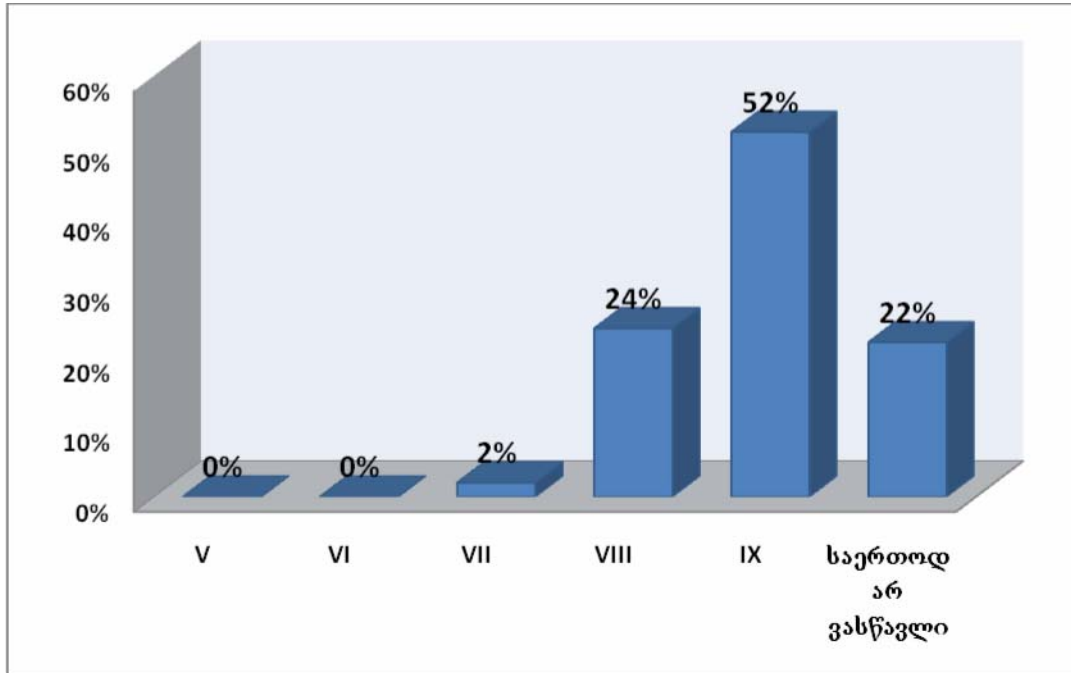
კითხვაზე: რომელ კლასში იწყებთ პარამეტრის შემცველი განტოლებების სწავლებას? მითითებული იყო სავარაუდო პასუხები:

- ა) V ბ) VI გ) VII დ) VIII ე) IX ვ) საერთოდ არ ვასწავლი



კითხვაზე: რომელ კლასში იწყებთ პარამეტრის შემცველი უტოლობების სწავლებას? მითითებული იყო სავარაუდო პასუხები:

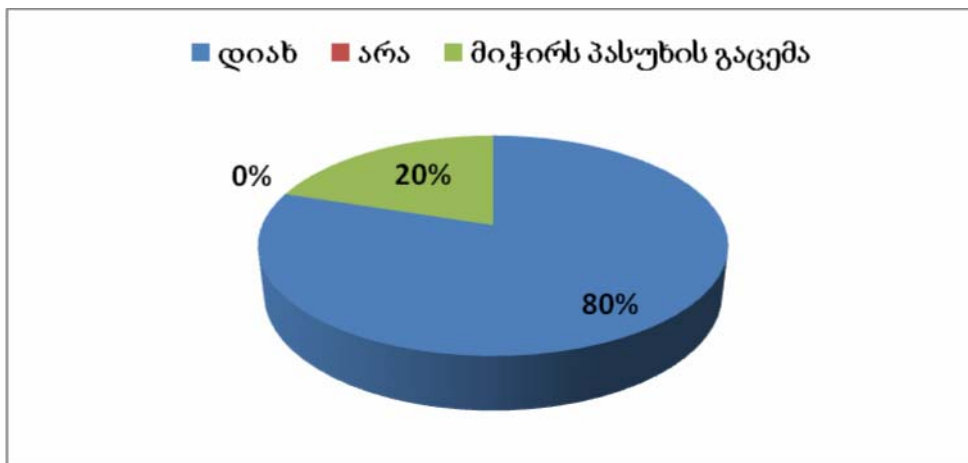
- ა) V ბ) VI გ) VII დ) VIII ე) IX ვ) საერთოდ არ ვასწავლი



კითხვაზე : თქვენი აზრით საჭიროა თუ არა პარამეტრის შემცველი განტოლებების სწავლება?

მითითებული იყო სავარაუდო პასუხები :

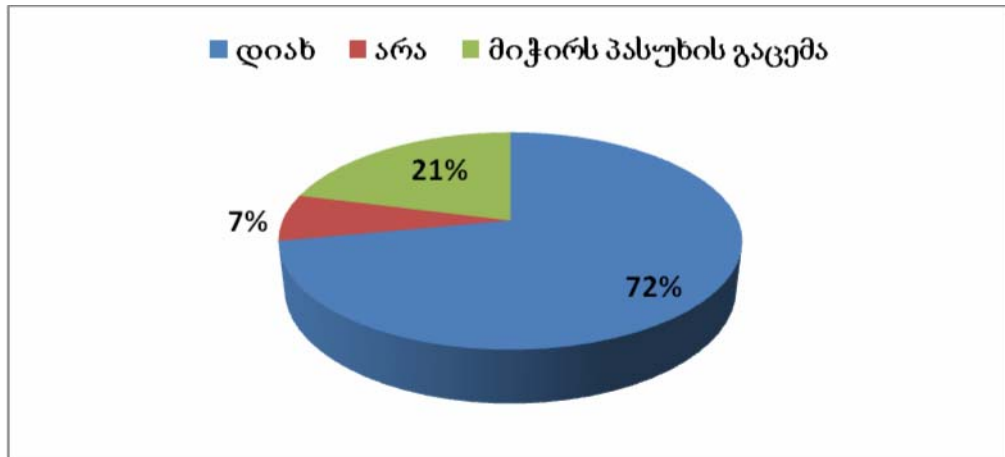
- ა) დიახ
- ბ) არა
- გ) მიჭირს პასუხის გაცემა



კითხვაზე : თქვენი აზრით საჭიროა თუ არა პარამეტრის შემცველი უტოლობების სწავლება?

მითითებული იყო სავარაუდო პასუხები :

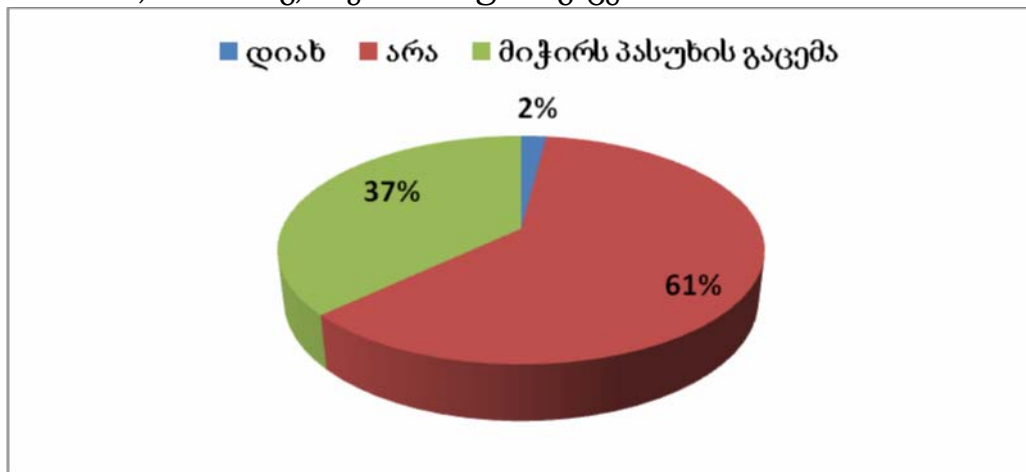
- ა) დიახ
- ბ) არა
- გ) მიჭირს პასუხის გაცემა



კითხვაზე: თქვენი აზრით, ამ თემასთან დაკავშირებით მოსწავლეებს სავარჯიშოების საკმარისი რაოდენობა მიეწოდებათ?(გთხოვთ დაასაბუთოთ თქვენი პოზიცია)

მითითებული იყო სავარაუდო პასუხები :

ა) დიახ ბ) არა გ) მიჭირს პასუხის გაცემა



გამოკითხული პედაგოგების უმრავლესობა თვლის, რომ პარამეტრის შემცველი განტოლებებისა და უტოლობების სწავლება საჭიროა და რომ ამ თემასთან დაკავშირებით არ არის სავარჯიშოების საკმარისი რაოდენობა. რაც ჩვენი აზრით მოსალოდნელი იყო.

კითხვებზე: რომელ კლასში იწყებთ პარამეტრის შემცველი განტოლებების სწავლებას? და რომელ კლასში იწყებთ პარამეტრის შემცველი უტოლობების სწავლებას? მიღებული შედეგები გვაფიქრებინებს, რომ მიუხედავად იმისა, რომ არსებულ ძირითად სახელმძღვანელოებში პარამეტრის შემცველი ამოცანები მწირად, მაგრამ მაინც არის მოცემული, მათ ამოხსნას სკოლაში ძალიან ცოტა დრო ეთმობა, შესაბამისად ზედმეტია საუბარი მათ სიღრმისეულ სწავლებაზე.

პარამეტრის შემცველი ამოცანები მათემატიკის სასკოლო კურსის ერთ-ერთ რთულ ნაწილს წარმოადგენს. ითვლება, რომ ეს მასალა იმ კლასებისთვისაა განკუთვნილი, სადაც მათემატიკა გაღრმავებულად ისწავლება. ეს ბოლო კითხვაზე გაკეთებულ რამოდენიმე კომენტარშიც იყო მითითებული. თუმცა ერთიან ეროვნულ გამოცდებზე ყველა აბიტურიენტი თანაბარ პირობებშია ჩაყენებული.

შეუძლებელია პარამეტრის შემცველი ამოცანებისათვის ერთიანი გასაღების, ალგორითმის მორგება. მათი ამოხსნის მეთოდები ნაკლებადაა გამუქებული დამხმარე სახელმძღვანელოებშიც.

პედაგოგებმა რომელთაც სურთ მოსწავლეებს ასწავლონ ამა თუ იმ სიძლიერის პარამეტრის შემცველი ამოცანების ამოხსნა, სწორად უნდა შეარჩიონ სავარჯიშოები ძრითად და დამხმარე სახელმძღვანელოებში. ამისათვის კი ისინი თავად უნდა იყვნენ კარგად მომზადებულები.

პარამეტრის შემცველი განტოლებებისა და უტოლობების ამოხსნა, განტოლებებისა და უტოლობების ამოხსნის სწავლების „გვირგვინია“. ეს ის ინდიკატორია, რომელიც შესანიშნავად ამოწმებს მოსწავლეთა მათემატიკურ აზროვნებას.

გამოყენებული ლიტერატურა:

1. 2011წლის ერთიანი ეროვნული გამოცდების მათემატიკის ტესტი.
2. გ.გოგიშვილი, თ.ვეფხვაძე, ი.მებონია, ლ.ქურჩიშვილი. ალგებრა VII კლასი. თბილისი გამომცემლობა „ინტელექტი“. 2003წელი.
3. გ. გოგიშვილი, თ.ვეფხვაძე, ი.მებონია, ლ.ქურჩიშვილი. ალგებრა IX კლასი. თბილისი გამომცემლობა „ინტელექტი“. 2005 წელი.

Article received: 2011-12-26