ISSN 1512-1232

УДК 62-50

ОБ ОДНОЙ КОНСТРУКЦИИ КОНЕЧНОГО АВТОМАТА В СТАЦИОНАРНОЙ СЛУЧАЙНОЙ СРЕДЕ С ТРЕМЯ КЛАССАМИ РЕАКЦИЙ

Хведелидзе Тариел

Тбилисский Государственный Университет им. Ив.Джавахишвили
tariel.Khvedelidze@tsu.ge

Аннотация

Предлагается конструкция конечного автомата и рассматривается его функционирование в стационарной случайной среде в предположении, что все возможные реакций среды воспринимаются автоматом, как относящиеся к одному из трех классов: классу благоприятных реакций (выигрыш), классу неблагоприятных реакций (проигрыш) и классу нейтральных реакций (безразличие). На основе метода производящих функций доказывается сходимость статистических характеристик поведения последовательности конечных автоматов к соответствующим характеристикам поведения бесконечного (со счетным числом состояний) автомата той же структуры. В терминах этих характеристик, в соответствии с поведением предельного автомата, дается полная классификация возможного асимптотического поведения конечного автомата в стационарной случайной среде с тремя классами реакций.

Ключевые слова: *конечный автомат, бесконечный автомат, состояние автомата, действие автомата, поведение автомата, стационарнаяслучайная среда, целесообразность, асимптотическая оптимальность.*

Введение

Начало изучения вопросов поведения конечных автоматов в случайных средах связано с М. Л. Цетлиным [1]. Развиваемый подход в его работах и других авторов был основан на изучении финальных (при времени $t\rightarrow\infty$) вероятностей цепей Маркова, описывающих поведение конечных автоматов в случайных средах. Считалось, что последовательность конечных автоматов является асимптотически (по емкости памяти n) оптимальной в случайной среде, если математическое ожидание выигрыша за один такт функционирования в стационарном режиме стремится при неограниченном возрастании числа состояний к максимально возможному значению. В результате такого подхода оказалось, что поведение индивидуальных автоматов было изучено недостаточно полно и строго и то лишь для случая стационарных случайных сред с двумя классами реакций (бинарные стационарные случайные среды), при этом, в частности, отсутствовала полная классификация возможного асимптотического поведения автоматов в стационарных случайных средах. Такой анализ оказался возможным благодаря исследованию поведения бесконечных (со счетным числом состояний) стохастических автоматов, определению

сходимости (в разумном смысле) последовательностей конечных автоматов к соответствующим им бесконечным автоматам. При этом следует отметить, что идея широкого использования фактов и методов теории случайных блужданий для анализа возможного поведения бесконечных автоматов в бинарных стационарных случайных средах, развивающая классический подход В.Феллера изучения задачи о разорении игрока [2] , принадлежит В.С. Королюку [3].

ISSN 1512-1232

Случайные блуждания и асимптотический анализ поведения автоматов в стационарных случайных средах с тремя классами реакций составляют содержание работ [4,5]. Так, в работе [4], используя теориюслучайных блужданий, производится анализ возможного асимптотического поведения последовательностей конечных автоматов, а в [5] получено явное выражение производящей функции вероятностей смены действия для конечного автомата Роббинса—Кринского и определено его асимптотическое поведение.

Иной подход к исследованию задачи о поведении конечных автоматов в случайных средах со многими реакциями был разработан в работах Е.И.Пальцева [6] и С.Д.Эйдельмана, А.И.Плетнева [7]. Так, в работе [6] анализируются различные случаи поведения конечных автоматов в стационарных случайных средах при трех типах реакций среды в предположении, что на каждое из действий автомата среда реагирует либо поощрением, либо наказанием, либо безразличием. При этом показано, что целесообразность различных форм поведения конечных автоматов зависит от структуры среды. Выведены условия, при которых выбор данной формы поведения наиболее целесообразен. Однако классификация возможного асимптотического поведения конечных автоматов в работе отсутствует. Этот пробел частично восполняется в работе [7], в которой рассматривается поведение специального класса многовыходовых автоматов в стационарных случайных средах со многими реакциями.

Следует подчеркнуть, что в задаче о поведении автоматов в случайных средах особый интерес представляют такие автоматы, которые обладают целесообразным поведением и не имеют, так сказать, "априорной целесообразности" поведения: при одинаковой последовательности входных сигналов, поступающих при использовании разных действий, автомат должен вести себя одинаково. Поэтому в задаче о поведении автоматов в случайных средах важным этапом является построение такой конструкций симметричного автомата, которая обладало максимальной целесообразностью в простейших случаях, а затем изучить поведение автоматов в средах более сложных.

В настоящей работе предлагается еще одна конструкция одновходового и одновыходового симметричного конечного автомата и исследуется его асимптотическое поведение в стационарной случайной среде в предположении, что все возможные реакций среды воспринимаются автоматом как относящиеся к одному из трех классов – класса благоприятных реакций (выигрыш, поощрение), класса неблагоприятных реакций (проигрыш, наказание) и класса нейтральных реакций (безразличие).

Функционирование конечного автомата в стационарной случайной среде

Рассматривая классическую схему поведения автомата в стационарной случайной среде [1], будем полагать, что среда при взаимодействии с автоматом формирует входную

переменную s автомата, которая, в отличие от [1] , может принимать три значения: $s=+1$(нештраф, выигрыш), $s=-1$ (штраф, проигрыш) и $s=0$ (безразличие). Автомат выполняет некоторый конечный набор действий (одно действие в данный момент времени), на каждое из которых среда реагирует либо выигрышем, либо проигрышем, либо безразличием. Без ограничения общности будем полагать, что выходная переменная f автомата, называемая действием, принимает две значения - f_1 и f_2. При этом, если автомат производит действие $f_\alpha(\alpha=1,2)$, то среда $C=C(a_1,r_1;a_2,r_2)$, в которой функционирует автомат, формирует на входе автомата значение $s=+1$ с вероятностью $q_\alpha=\frac{1-r_\alpha+a_\alpha}{2}$, значение $s=-1$ с вероятностью $p_\alpha=\frac{1-r_\alpha-a_\alpha}{2}$ и значение $s=0$ с вероятностью $r_\alpha=1-p_\alpha-q_\alpha(\alpha=1,2)$. Здесь величина $a_\alpha=q_\alpha-p_\alpha$ ($|a_\alpha|<1-r_\alpha$) имеет смысл математического ожидания выигрыша за действие f_α в среде $C(a_1,r_1;a_2,r_2)$.

Пусть конечный автомат $W_{2n,2}$с $L^{(n)}$=$L_1^{(n)}\cup L_2^{(n)}=\{\pm1,\pm2,\dots,\pm j,\dots,\pm n\}$ внутренними состояниями и с двумя $F_2=\{f_1,f_2\}$ действиями функционирует в стационарной случайной

ISSN 1512-1232
среде $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$. Автомат в состояниях с номерами $x = \{-n, \dots, -j, \dots, -2, -1\}$ совершает первое действие, а в состояниях с номерами $x = \{1, 2, \dots, j, \dots, n\}$ - второе.

Для определенности будем считать, что, $a_1 > a_2$, т.е. действие автомата f_1 со средним выигрышем a_1 в среде $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$ является оптимальным.

Тактика поведения конечного автомата $W_{2n,2}$(переходы между состояниями) определим следующим образом: при сигнале $s = +1$(выигрыш) состояния $x = i$ и $x = -i$ соответственно переходят в состоянию $x = j$ и $x = -j$при $i = 1, 2, \dots, j-1$, а при$i = j, j+1, \dots, n-1$ в состоянию $x = i+1$и $x = i-1$ соответственно; при сигнале $s = -1$ (проигрыш) состояния $x = i$ и $x = -i (i = 2, \dots, n)$переходят в состоянию $x = i-1$ и $x = -i+1$ соответственно; состояние $x = 1$ переходит в состоянию $x = -1$, а состояние $x = -1$ - в состоянию $x = 1$; при сигнале $s = 0$ все состояния $x = i$ $(i = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm n)$ переходят в себя. При сигнале $s = +1$ (выигрыш) автомат в состояниях $|x| = n$ имеет петли, что исключает возможность существования периодических состояний.

Таким образом, конечный автомат $W_{2n,2}$является одновходовым и одновыходовым [8]: в каждом действии входным и выходным состоянием является состояние $|x| = 1$.

Для анализа поведения автомата в случайной среде существенным является нахождение таких статистических характеристик, которыми являются вероятности $\sigma_{x,\alpha}^{(n)}$ изменить (когда - либо) действие f_αи математические ожидания случайного времени $\tau_{x,\alpha}^{(n)}$ до смены действия f_α при старте из состояния $x \in L_\alpha^{(n)}$. Эти статистические характеристики определяются формулами:

$$\sigma_{x,\alpha}^{(n)} = \sum_{d=0}^{\infty} u_{x,d}^{(n)}, \quad \tau_{x,\alpha}^{(n)} = \sum_{d=0}^{\infty} d u_{x,d}^{(n)}, \quad x \in L_\alpha^{(n)},$$

где $u_{x,d}^{(n)}$ вероятность того, что конечный автомат $W_{2n,2}$ (n —число состояний автомата) в момент времени d впервые сменит действие f_α, стартуя из состояния $x \in L_\alpha^{(n)}$.

Аналогично обозначаются вероятности $u_{x,d}$ для бесконечного (со счетным числом состояний) автомата W_2, с помощью которых статистические характеристики вычисляются по формулам:

$$\sigma_{x,\alpha} = \sum_{d=0}^{\infty} u_{x,d}, \quad \tau_{x,\alpha} = \sum_{d=0}^{\infty} d u_{x,d}, \quad x \in L_\alpha.$$

В дальнейшем в основном будем рассматривать поведение автомата в области, отмеченной некоторым действием до смены и индекс α для сокращения записей опускать.

Пусть конечный автомат $W_{2n,2}$стартует из любого состояния $x \in \{1, 2, \dots, j, \dots, n\}$. Учитывая тактику поведения автомата, относительно вероятностей $u_{x,d}^{(n)}$ будем иметь:

$$u_{x,d+1}^{(n)} = p u_{x-1,d}^{(n)} + q u_{j,d}^{(n)} + r u_{x,d}^{(n)}, \quad x = 1, 2, \dots, j-1, \tag{1}$$

$$u_{x,d+1}^{(n)} = p u_{x-1,d}^{(n)} + q u_{x+1,d}^{(n)} + r u_{x,d}^{(n)}, \quad x = j, j+1, \dots, n, \tag{2}$$

$$d = 0, 1, 2, \dots$$

ISSN 1512-1232

и вытекающие из вероятностного смысла $u_{x,d}^{(n)}$, граничные условия

$$u_{0,0}^{(n)} = 1,\ u_{x,0}^{(n)} = 0 \quad \forall\, x \in \{1,2,\dots,j,\dots,n\},\quad u_{n,d}^{(n)} = u_{n+1,d}^{(n)}. \tag{3}$$

Умножая (1) -(3) на z^{d+1} и суммируя по всем $d = 0,1,2,\dots$ относительно производящей функции вероятностей смены действия

$$U_x^{(n)}(z) = \sum_{d=0}^{\infty} u_{x,d}^{(n)} z^d, \tag{4}$$

получим граничную задачу

$$U_x^{(z)}(z) = \frac{pz}{1-rz} U_{x-1}^{(n)}(z) + \frac{qz}{1-rz} U_j^{(n)}(z),\quad x = 1,2,\dots,j-1, \tag{5}$$

$$U_x^{(z)}(z) = \frac{pz}{1-rz} U_{x-1}^{(n)}(z) + \frac{qz}{1-rz} U_{x+1}^{(n)}(z),\quad x = j, j+1,\dots,n, \tag{6}$$

$$U_0^{(n)}(z) = 1,\ U_n^{(n)}(z) = U_{n+1}^{(n)}(z). \tag{7}$$

Решением задачи (5) - (7) является:

$$U_x^{(n)}(z) = \left(\frac{pz}{1-rz}\right)^x + \frac{qz}{1-rz-pz}\left[1 - \left(\frac{pz}{1-rz}\right)^x\right] U_j^{(n)}(z),\quad x = 1,2,\dots,j-1, \tag{8}$$

$$U_x^{(n)}(z) = \frac{A_x(z)}{\lambda_2^n(z)(1-\lambda_2(z))}\frac{A(z)}{B(z)},\quad x = j, j+1,\dots,n, \tag{9}$$

где

$$A(z) = (1-rz)(1-rz-pz)\lambda_2^n(z)(1-\lambda_2(z))\left(\frac{pz}{1-rz}\right)^j,$$

$$B(z) = (1-rz)(1-rz-pz) - qpz^2\left[1 - \left(\frac{pz}{1-rz}\right)^j\right]A_j(z) - \\ - qz(1-rz-pz)A_{j+1}(z),$$

$$A_x(z) = \lambda_1^x(z)\lambda_2^n(z)\big(1-\lambda_2(z)\big) - \lambda_1^n(z)\lambda_2^x(z)(1-\lambda_1(z)).$$

а $\lambda_i(z),\ i = 1,2$ корни характеристического уравнения

$$qz\lambda^2(z) - (1-rz)\lambda(z) + pz = 0 \tag{10}$$

такие, что при $|z| < 1$ $|\lambda_1(z)| < 1,\ |\lambda_2(z)| > 1.$

Заметим, что через производящие функции вероятностей смены действия (4) вычисляются $\sigma_x^{(n)}$ и $\tau_x^{(n)}$ по формулам

$$\sigma_x^{(n)} = U_x^{(n)}(1)\,,\quad \tau_x^{(n)} = \frac{dU_x^{(n)}(z)}{dz}\Big|_{z=1}.$$

Для нахождения величины $\tau_1^{(n)}$ умножим (1) – (3) на $d+1$ и суммируем по всем $d = 0,1,2,\dots$ В результате получим следующую граничную задачу:

$$\tau_x^{(n)} = \frac{p}{q+p}\tau_{x-1}^{(n)} + \frac{q}{q+p}\tau_j^{(n)} + \frac{1}{q+p}\,, x = 1,2,\dots,j-1\,, \tag{11}$$

ISSN 1512-1232

$$\tau_x^{(n)} = \frac{p}{q+p}\tau_{x-1}^{(n)} + \frac{q}{q+p}\tau_{x+1}^{(n)} + \frac{1}{q+p}\ , x = j, j+1, \dots, n\ , \qquad (12)$$

$$\tau_0^{(n)} = 0\ , \qquad \tau_n^{(n)} = \tau_{n+1}^{(n)}\ . \qquad (13)$$

Из (11) – (13) получим, что при $q \neq p$

$$\tau_1^{(n)} = \frac{\left(\frac{q}{p}\right)^{n-j+2} - 1}{q-p}\left(\frac{q+p}{p}\right)^{j-2}, \qquad j = 2,3, \dots, n, \qquad (14)$$

а при $q = p$

$$\tau_1^{(n)} = \frac{2^{j-1}(n-j+2)}{q+p}, \qquad j = 2,3, \dots, n. \qquad (15)$$

Поведение бесконечного автомата в стационарной случайной среде

Рассмотрим теперь бесконечный (со счетным числом состояний) автомат W_2 с $L = L_1 \cup L_2 = \{\pm 1, \pm 2, \dots, \pm j, \dots, \pm n, \dots\}$ внутренними состояниями и с двумя $F_2 = \{f_1, f_2\}$ действиями. Пусть бесконечный автомат W_2 функционирует в стационарной случайной среде $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$. Автомат в состояниях с номерами $x = \{\dots, -n, \dots, -j, \dots -2, -1\}$ совершает первое действие, а в состояниях с номерами $x = \{1, 2, \dots j, \dots, n, \dots\}$ - второе.

Тактика поведения бесконечного автомата (переходы между состояниями) W_2 такой же, как у конечного автомата $W_{2n,2}$: при сигнале $s = +1$ (выигрыш) состояния $x = i$ и $x = -i$ соответственно переходят в состоянию $x = j$ и $x = -j$ при $i = 1, 2, \dots, j-1$, а при $i = j, j+1, \dots$ в состоянию $x = j+1$ и $x = -j-1$ соответственно; при сигнале $s = -1$ (проигрыш) состояния $x = i$ и $x = -i (i = 2, 3, \dots)$ переходят в состоянию $x = i - 1$ и $x = -i + 1$ соответственно; состояние $x = 1$ переходит в состоянию $x = -1$, а состояние $x = -1$ - в состоянию $x = 1$; при сигнале $s = 0$ все состояния $x = i (i = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots)$ переходят в себя.

Обозначим через $u_{x,d}$ вероятность того, что бесконечный автомат W_2 в момент времени d впервые сменит действие f_α , стартуя из состояния $x \in L_\alpha$.

При изучении поведения конечных автоматов в стационарной случайной среде существенную роль играет число состояний n (емкость памяти автомата). Оказывается, что поведение конечных автоматов при увеличении числа состояний n существенно отличается от поведения автоматов с небольшим числом состояний. Это делает необходимым введение понятия асимптотического (при числе состояний $n \to \infty$) поведения последовательностей конечных автоматов $W_{2n,2}$. Важным является доказательство сходимости (при $n \to \infty$) статистических характеристик поведения конечных автоматов $W_{2n,2}$ к соответствующим статистическим характеристикам бесконечного автомата W_2 той же структуры.

В терминах набора характеристик $\sigma_{x,\alpha}, \tau_{x,\alpha}$ поведение бесконечного автомата в случайной среде классифицируется следующим образом.

Определение 1. Следуя [3], будем говорить, что бесконечный автомат W_2, функционирующий в стационарной случайной среде $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$, является:

при $\sigma_{1,1} < 1, \quad \sigma_{1,2} = 1$ – оптимальным;

при $\sigma_{1,1} < 1, \quad \sigma_{1,2} = 1 \tau_{1,2} < \infty$ – строго оптимальным;

при $\sigma_{1,1} < 1, \sigma_{1,2} = 1, \tau_{1,1} = \infty, \tau_{1,2} < \infty$ – квази оптимальным;

при $\sigma_{1,\alpha} < 1, \quad \alpha = 1,2$ – втягивающимся;

ISSN 1512-1232

при $\sigma_{1,\alpha} = 1, \ \tau_{1,\alpha} < \infty \alpha = 1,2$ – выталкивающимся;
при $\sigma_{1,1} = 1, \ \sigma_{1,2} < 1$ – анти оптимальным;
при $\sigma_{1,\alpha} = 1, \ \alpha = 1,2, \ \tau_{1,2} = \infty$ – анти квази оптимальным,
при $\sigma_{1,\alpha} = 1, \tau_{1,\alpha} = \infty, \ \alpha = 1,2$ –безразличным.

Определение 2. Следуя [3], будем говорить, что последовательность конечных автоматов $\{W_{2n,2}\}_{n=1}^{\infty}$, функционирующих в стационарной случайной среде $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$, имеет своим пределом бесконечный автомат

$W_2 = \lim_{n\to\infty} W_{2n,2}$,

если

$$\lim_{n\to\infty} u_{x,d}^{(n)} = u_{x,d} . \tag{16}$$

Доказательство существования этого предела основано на установлении сходимости при $n \to \infty$ производящей функции $U_x^{(n)}(z)$ вероятностей смены действия для конечного автомата $W_{2n,2}$ к соответствующей производящей функции $U_x(z)$ для предельного автомата W_2. Следствием существования предела (16) является полная классификация асимптотического (при $n \to \infty$) поведения последовательности конечных автоматов $W_{2n,2}$.

Определение 3. Следуя [3], будем говорить, что последовательность конечных автоматов $\{W_{2n,2}\}_{n=1}^{\infty}$, функционирующих в стационарной случайной среде $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$, является асимптотически оптимальной (строго оптимальной), если предельный бесконечный автомат W_2 оптимален (строго оптимален). Аналогично определяются асимптотически квази оптимальные, асимптотически втягивающиеся, асимптотически выталкивающиеся, асимптотически анти оптимальные, асимптотически анти квази оптимальные последовательности конечных автоматов $\{W_{2n,2}\}_{n=1}^{\infty}$, если соответствующим свойством обладает предельный бесконечный автомат W_2 .

Таким образом, асимптотическое поведение конечного автомата классифицируется в соответствии с поведением предельного автомата.

Пусть бесконечный автомат W_2 стартует из любого состояния $x > 0$ области L. Учитывая тактику поведения автомата, относительно вероятностей $u_{x,d}$ будем иметь разностное уравнение

$$u_{x,d+1} = pu_{x-1,d} + qu_{j,d} + ru_{x,d}, \ x = 1,2,\dots,j-1, \tag{17}$$

$$u_{x,d+1} = pu_{x-1,d} + qu_{x+1,d} + ru_{x,d}, \ x = j, j+1, \dots \tag{18}$$

$$d = 0,1,2,\dots$$

и вытекающие из вероятностного смысла $u_{x,d}$ граничные условия

$$u_{0,0} = 1, u_{x,0} = 0 \quad \forall x > 0. \tag{19}$$

Умножая (17)-(19) на z^{d+1} и суммируя по всем $d = 0,1,2,\dots,$ убеждаемся, что производящая функция вероятности смены действия

$$U_x(z) = \sum_{d=0}^{\infty} u_{x,d} z^d$$

является решением следующей граничной задачи:

$$U_x(z) = \frac{pz}{1-rz} U_{x-1}(z) + \frac{qz}{1-rz} U_j(z) \text{ , } x = 1,2,\dots,j-1, \tag{20}$$

$$U_x(z) = \frac{pz}{1-rz} U_{x-1}(z) + \frac{qz}{1-rz} U_{x+1}(z) \text{ , } x = j, j+1, \dots \tag{21}$$

ISSN 1512-1232

$$U_0(z) = 1. \qquad (22)$$

Через $U_x(z)$ вычисляютсяσ_xи τ_x (конечно, при соблюдении соответствующих условий) по формулам

$$\sigma_x = U_x(1), \quad \tau_x = \frac{dU_x(z)}{dz}|_{z=1}.$$

Из вероятностного смысла величины $u_{x,d}$ непосредственно следует, что для $|z| < 1$ и $\forall x > 0$

$$|U_x(z)| < 1. \qquad (23)$$

Из (20),(21) с учетом (22) и (23) получим, что

$$U_x(z) = (\frac{pz}{1-rz})^x + \frac{qz}{1-rz-pz}\left[1 - \left(\frac{pz}{1-rz}\right)^x\right]\lambda_1^j(z)G(z), \quad x = 1,2,\dots,j-1,$$

$$U_x(z) = \lambda_1^j(z)G(z), \quad x = j, j+1, \dots,$$

где

$$G(z) = \frac{1}{\lambda_1^j(z)} \frac{(1-rz)(1-rz-pz)(\frac{pz}{1-rz})^j}{(1-rz)(1-rz-pz) - qpz^2[1-(\frac{pz}{1-rz})^{j-1}] - qz(1-rz-pz)\lambda_1(z)}.$$

Так как $\lambda_1(1) = 1$ при $p \geq q$ и $\lambda_1(1) = \frac{p}{q}$при $p < q$, то при $p \geq q\sigma_1 = U_1(1) = 1,$ а при $p < q\sigma_1 = U_1(1) < 1$.

При $p \leq q$ автомат с положительной вероятностью не покинет область L, поэтому естественно (формально) положит $\tau_1 = +\infty$. В случае же $p > q$

$$\tau_1 = \frac{dU_1(z)}{dz}|_{z=1} = \frac{1}{p-q}\left(\frac{q+p}{p}\right)^{j-2}.$$

Сопоставление полученных результатов с определением 1 приводит к справедливости следующего утверждения.

Теорема1. Бесконечный автомат W_2в стационарной случайной среде $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$ является:

при $p_1 < q_1, p_2 \geq q_2$ – оптимальным;
при $p_1 < q_1, p_2 > q_2$ – строго оптимальным;
при $p_1 = q_1, p_2 > q_2$ – квази оптимальным;
при $p_\alpha < q_\alpha$ $(\alpha = 1,2)$ – втягивающимся;
при $p_\alpha > q_\alpha$ $(\alpha = 1,2)$ – выталкивающимся.

Заключение

Напомним, что асимптотическое поведение последовательностей конечных автоматов определяется поведением соответствующего предельного автомата (см. определения 2 и 3).

Переходя к пределу в (8) при $n \to \infty$ и учитывая свойство корней $\lambda_i(z)$ $(i = 1,2)$ характеристического уравнения (10) , получим

$$\lim_{n\to\infty} U_x^{(n)}(z) = \lambda_1^x(z) = U_x(z),$$

ISSN 1512-1232

что доказывает следующую теорему.

Теорема 2. Последовательность конечных автоматов $\{W_{2n,2}\}_{n=1}^{\infty}$ сходится к бесконечному автомату W_2.

Асимптотическое (при $n \to \infty$) поведение среднего времени $\tau_{1,\alpha}^{(n)}$ до смены действия f_α $(\alpha = 1,2)$ конечного автомата $W_{2n,2}$ полностью описывает следующая теорема.

Теорема 3. Для конечных автоматов $W_{2n,2}$: при $p > q$ $\lim\limits_{n\to\infty} \tau_1^n = \tau_1 < \infty;$ при $p < q$ $\lim\limits_{n\to\infty} \tau_1^n = \mathrm{O}(\mathrm{e}^{\beta}), \beta > 0;$ при $p = q$ $\lim\limits_{n\to\infty} \tau_1^n = \mathrm{O}(n).$

Таким образом, асимптотическое поведение последовательностей конечных автоматов $W_{2n,2}$ полностью описывается теоремой1.

При $r_\alpha = 0, \alpha = 1,2$ среда C является стационарной случайной средой с бинарными реакциями $C(a_1; a_2)$ и при $j = 2$автомат $W_{2n,2}$является автоматом Кринского $D_{2n,2}$, а при$j = n$– автоматом с линейной тактикой М. Л. Цетлина $L_{2n,2}$[1].

В заключений отметим, что полученные результаты несложно распространит на случай k действий автомата.

Цитированная литература

1. Цетлин М.Л . Исследование по теории автоматов и моделированию биологических систем. М , Наука , 1969.

2. Феллер В . Введение в теорию вероятностей и его приложения . т .1. М . Мир, 1967.

3. Королюк В.С . Плетнев А. И . Эйдельман С .Д . Автоматы . Блуждания . Игры .Успехи математических наук. т .43, вып 1(259) , 1988.

4. Хведелидзе Т. Д., Церцвадзе Г.Н. Случайные блуждания ианализ поведения автоматов в случайных средах с тремя классами реакций. ТрудыТГУ. т. 308, ст. 135-155,1991.

5. Церцвадзе Г.Н., Хведелидзе Т. Д. Метод производящих функции в задаче поведения автоматов в стационарной случайной среде.Труды ТГУ. т. 330, ст. 75-78,1998.

6. Пальцев Е.И. Поведение конечных автоматов при трех типах реакции стационарной случайной среды. Проблемы передачи информации. т.XI, вып. 3, ст. 61-69, 1975.

7. Плетнев А. И., Эидельман С. Д. Адаптивные свойства автоматов с регулярной тактикой. Автоматика и вычислительная теника,N 5, ст.61-68, 1981.

8. Срагович В. Г. Теория адаптивных систем . М . Наука, 1976.

Статья получена: 2012-01-25