ISSN 1512-1461

ТОПОЛОГИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

Дмитрий Курдгелаидзе
Грузинский Технический Университет, Институт Вычислительной Математики им. Мусхелишвили.
Адрес: ул. Костава 75, почтовое отделение 01

Аннотация
В физике имеется ряд процессов, в случае которых различие между левым и правым направлениями движения является существенным: интерференция электронов на двух щелях, наличие левых и правых изомеров билогических макромолекул, например, биологические белки содержат только левые изомеры, а сахара - только правые. Несмотря на все усилия физиков выяснить, каким образом природа обеспечивает такой подбор, им это пока не удалось. Поиски решения этого вопроса и привели нас к необходимости введения определения нового типа взаимодействия, которое мы называем Топологческим Взаимодействием. В данной работе предлагается созданный нами математический аппарат теории Топологческого Взаимодействия, небходимый для решения вышеуказанных проблем, и конкретно рассмотрены эти проблемы.

Введение

На сегодня в физике известны четыре типа сил взаимодействия между двумя частицами: электромагнитные, слабые силы (радиактивного распада), сильные (ядерного взаимодействия) и кварк-глуонное взаимодействие. В случае системы многих частиц, эти силы взаимодействия обеспечивают существование в природе большого разнообразия форм сил взаимодействия. Из этого большого разнообразия форм сил взаимодействия следует выделить одно очень специфическое взаимодействие, которое мы будем называть Топологическим Взаимодействием.

Рассмотрим систему из двух частиц (A,B) и функцию их состояния ψ (A, B). Известно, что если в ψ(A, B) поменять местами частицы A и B, т.е. рассмотреть функцию ψ(B,A), то, если частицы A и B имеют целые спины $s= n\,\hbar$ (n-целое число), то ψ(A, B) не будет меняться, и мы будем иметь $\psi(A, B) = \psi(B,A)$. Однако, если частицы A и B имеют полуцелые спины $s= \hbar\,(2n+1)/2$, то ψ(A, B) будет менять знак, и мы получим $\psi(A, B) =- \psi(B,A)$.

Как известно, этот вопрос можно рассмотреть и так: если частицу A обвести вокруг частицы B по окружности, т.е. по траектории группы вращения на полный круг, то, в случае, если обе частицы A и B имеют целый спин $s=n\,\hbar$ (n - целое число), то функция ψ(A, B) приобретет амплитуду exp2π, и будем иметь $\psi(A, B) =\exp 2\pi * \psi(A, B) = \psi(A, B)$. Однако, если частицы A и B имеют полуцелые спины $s= (2n+1)\,\hbar$, то ψ(A, B) приобретет амплитуду expπ и будем иметь $\psi'(A, B) = \exp\pi *\psi(A, B) = - \psi(A, B)$

Как видим, в данном случае мы имеем дело с движением частицы по траектории группы вращения и с представлением этой группы.

Однако, частицу A можно обвести вокруг частицы B на полный круг не тоько по окружности (т.е. по траектории группы вращения) , но и по четырехугольнику (по траектории

ISSN 1512-1461

группы сдвигов). Покажем, что эти два типа движения - движение по окружности и движение по четырехугольнику - являются независимыми типами движения.

В случае одной частицы A, если обвести ее вокруг точки **0** по полной окружности или по четырехугольнику, то, когда в центре круга не находится другая частица, можно радиус круга и также размеры четырехугольника устремить к нулю. Тогда в пределах эти две траектории - окружность (т.е. траектория группы вращения) и четырехугольник (траектория группы сдвигов) - будут совпадать, и мы не будем иметь два независимых движения.

Однако, когда имеется система из двух частиц (A,B), и частица B находится в центре круга, т.е. в центре круга имеется полюс, и если частицу A обвести вокруг частицы B по полной окружности или по четырехугольнику, то радиус круга и также размеры четырехугольника уже нельзя устремить к нулю. Соответственно, эти два типа движений - движениие по окружности (по траектории группы вращения) и движение по четырехугольнику (по траектории группы сдвигов) - являются независимыми движениями.

В случае двух частиц A и B существавание указанных двух типов независимых движений является одной из основных характеристик взаимодействия этих двух частиц.

Указанное отличие между двумя типами движения, как уже было сказано, выражается в том, что в случае первого типа движения функция состояния приобретает амплитуду в соответствии с представлением группы врашения, а во втором случае типа движения функция состояния будет приобретать амплитуду в соответствии с представлением группы сдвига. Это отличие в амплитудах в случае их приложения к физическим процессам приводит к радикально отличным результатам. В частности, токи в случае первого и второго типа движения преобразуются совершенно по-разному. Назовём их токами первого и второго типа. Обход как вокруг круга, так и вокруг четырехугольника можно осуществить как слева направо, по часовой стрелке (правый обход), так и справа налево, против часовой стрелки (левый обход). В случае тока первого типа отличие в направлении обхода на структуре тока не отражается, и токи первого типа не различают левый обход от правого обхода. В случае тока втоpвого типа отличие в направлении обхода отражается на структуре тока, и токи второго типа различают направление левого обхода от направления правого обхода. С точки зрения приложения это объстоятельство является существенным. Соответсвенно, в случае токов второго типа имеются левые токи и правые токи. Будем называть эти токи топологическими токами.

Данная работа посвящена изучению структуры и свойств топологических токов. Если ограничиться группой сдвигов в трехмерном пространстве, то амплитуды преобразования функции и, соответственно, токи запишутся в кватернионах.

В физике имеется ряд процессов, в случае которых отличие между левым и правым направлением движениея и левыми и правыми симметриями является сушественным. Например, в случае элементарных частиц - слабые взаимодействия, интерференция электронов на двух щелях. В случае билогических макромолекул - наличие левых и правых изомеров . Так, например, биологические белки содержат только левые изомеры билогических макромолекул, а биологические сахара - только правые изомеры билогических макромолекул. Несмотря на все усилия физиков выяснить, каким образом природа обеспечивает такой подбор, им это так и не удалось, и этот вопрос на сегодня остаётся открытым.

ISSN 1512-1461

Поиски решения этого вопроса и привел нас к необходимости введения нового пипа взаимодействия, которое мы, как уже было сказано, называем Топологческим Взаимодействием.

В данной работе создан математический аппарат теории Топологческого Взаимодействия, небходимый для решения вышеуказанных проблем. В частности, в качестве примера рассмотрены случаи интерференции электронов на двух щелях, проблема выбора симметрии билогических макромолекул и, частично, - проблема сверхпроводящих токов и другие.

Математические основы Топологического Взаимодействия

Глава 1. Топологическое преобразование.

$1. Фаза волновой функции состояния

П1. Трехмерное пространство - (3+1) (три пространственные и одна временная координата).

1. Определение свободной спинорной частицы.

Введем систему координат. Рассмотрим электрон в плоскости (xy) и функцию состояния электрона $\psi(xy)$. Если систему координат в плоскости z=0 повернуть на угол θ , то $\psi(xy)$ получает амплитуду $\psi(xy)'=\exp(i\sigma_z\theta/2)\psi(xy)$, где σ_z - оператор спина электрона, и при $\theta=2\pi$ получаем $\psi(xy)' =- \psi(xy)$. На этом основании заключаем, что электрон является спинорной частицей. Соответственно, для электрона пишется уравнение Дирака как уравнение свaбодного спинора с массой покоя $m_0 \neq 0$.

2.Одночастичная функция состояния Ф(А).

Одночастичная функция состояния **Ф(А)** является функцией состояния свободной частицы.

3.Двухчастичная функция состояния Ф(А,В).

Рассмотрим в трехмерном пространстве (XYZ) двухмерную плоскость (XУ) и в этой плоскости систему из двух частиц (А,В) с функцией состояния Ф(А,В). Поместим частицуА в точку (x_1y_1) и частицу В - в точку $(x_0\ y_0)$. Рассмотрим возможные случаи их отношений. Начнем перемещать частицу А по окружности вокруг частицы В на угол $\boldsymbol{\varphi}$. Если аргумент А функции Ф(А,В) перемещается по траектории, соответствующей группе вращения P_φ , то волновая функция Ф(А,В) преобразуется по представлению группы вращения - $S_\varphi Ф(A,B)$. Указаный круг можно обойти как по часовой стрелке (R-обход), так и против часовой стрелки (L- обход). Т.е. имеем $S_{\pm\varphi}Ф(A,B)$, - волновую функцию, преобразующуюся по представлению группы вращения, которую обозначим через $Ф(A,B)^\varphi$. Таким образом, имеем

$$Ф(A,B)^{\varphi'}= S_{\pm\varphi}Ф(A\ B)^\varphi. \qquad (1.1.1)$$

Вышеуказанную окружность, как траекторию обхода частицы А вокруг частицы В, можно заменить четырехугольником с направлением обхода по часовой стрелке (R-обход) или против часовой стрелки (L-обход). При этом учитывается ,что движения по разным направлениям в пространстве являются независимыми движениями. Когда А - аргумент функции Ф(А,В) перемещается по траектории, соответствующей группе сдвига $P_{\pm x}$, тогда волновая функция Ф(А,В) преобразуется по представлению группы сдвигов $S_{\pm x}(A)$. Волновую функцию, преобразующуюся по представлению группы сдвигов, обозначим через $Ф(A,B)^x$. Таким образом, имеем

ISSN 1512-1461

$$\Phi(A,B)^{x\,'} = S_{\pm x}\, \Phi(A,B)^{x} \qquad (1.1.2)$$

Если теперь вышеуказанный четырехугольник и круг будем сжимать в точку (x_0y_0), то в случае, когда в точке (x_0y_0) нет частицы, в пределе круг и четырехугольник будут совпадать. Однако, когда в точке (x_0 y_0) имеется частица, т.е. в точке (x_0y_0) имеется полюс, тогда переходить к пределу уже нельзя. В таком случае получаем

$$\Phi(A,B)^{\varphi\,'} \neq \Phi(A,B)^{x\,'} \qquad (1.1.3)$$

т.е. эти два движения являются независимыми.

Функция Ф(A,B) описывает состояние взаимодействующих частиц. Таким образом, имеются два типа таких состояний:

1) Когда частица при обходе особой точки по кругу реализует группу вращения. При этом волновая функция Ф(A,B) меняется по закону

$$\Phi(A,B)^{\varphi\,'} = S_{\pm\varphi}\, \Phi(A,B)^{\varphi} \qquad (1.1.4)$$

2) Когда частица при обходе особой точки по четырехугольнику реализует группу сдвигов.
При этом волновая функция Ф(A,B) меняется по закону

$$\Phi(A,B)^{x\,'} = S_{\pm x}\, \Phi(A,B)^{x} \qquad (1.1.5)$$

$ 2 Токи .

1. Токи в трехмерном пространстве- (3+1). ((3+1) - три пространственные и одна временная координата).

A). Токи в случае одночастичной функции - Ф(A).

В случае свободной частицы состояние задается волновой функцией Ф(A) , можно ввести сопряженную функцию $\Phi(A)^{+}$ и составить формулу

$$J_\mu{}^{a} = (\, \Phi(A)^{+} \Gamma_\mu \Phi(A)\,) \qquad (1.\,2.1)$$

где J_μ - Лоренц-вектор, Γ_μ - гиперкомплексные числа. $J_\mu{}^{a}$ называется током состояний Ф(A).

B) Токи в случае двухчастичной функции -Ф(A,B).

В случае системы из двух частиц, как уже было сказано, имеются состояния двух типов $\Phi(A,B)^{\varphi}$ и $\Phi(A,B)^{x}$. Соответственно, будем иметь токи двух типов

$$J_\mu{}^{\varphi} = (\, \Phi(A\,B)^{\varphi\,+}\, \Gamma_\mu \Phi(A\,B)^{\varphi}),$$

$$J_\mu{}^{x} = (\, \Phi(A\,B)^{x\,+}\, \Gamma_\mu \Phi(A\,B)^{x}) \qquad (1.\,2.2)$$

2. Токи в двухмерном пространстве- (2+1) ((2+1) - две пространственные и одна временная координата).

В двухмерном пространстве отсутствует вращение (момент инерции -трехмерный вектор) и имеются состояния только одного типа - $\Phi(A,B)^{x}$. Соответственно, имеется ток только одного типа.

ISSN 1512-1461

$3. Представления группы вращения и группиы сдвига

П1. Представление группы вращения.

Оператор преобразования группы вращения на угол φ вокруг оси 0z в плоскости xy **в случае Бозе-полей** имеет вид

$S_z = \exp(i\varphi)$, $S_{-z} = \exp(-i\varphi)$, $S_z S_{-z} = 1$

$\Phi(A\,B)' = S_z \Phi(A\,B) = \exp(+i\varphi)\,\Phi(A\,B)$

$(\Phi(A\,B))^+ = (\Phi(A\,B)^+ S_z^+) = (\Phi(A\,B)^+ \exp(-i\varphi))$ (1. 3.1)

В случае спиноров будем работать в представлении матриц [1]

$\{\gamma^\mu \gamma^\nu\} = 2 g^{\mu\nu}$, $g^{\mu\mu}(1.2.3.0) = (- ,- ,.- ,.+)$,

$\gamma^n = -\gamma_n$, $\gamma^4 = \gamma_4$,$(\gamma^n)^2 = -1$, ,$(\gamma^4)^2 = 1$, (1. 3.2)

При этом

$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = (dx^4)^2 - (dx^n)^2$, n=1,2,3 , $x^4 = ct$ (1. 3.3)

Эрмитовость матриц (обозначение +) определим в виде

$\gamma^{\mu+} = \gamma_\mu$, $\gamma^{n+} = \gamma_n = -\gamma^n$, $\gamma^{4+} = \gamma_4^+ = \gamma^4$ (1. 3.4)

Воспользуемся оператором собственного вращения

$I_3 = i(\gamma_1 \gamma_2 - \gamma_2 \gamma_1)/4 = i\gamma_1 \gamma_2/2 = \sigma_3/2$,

$\sigma_3 = i\gamma_1 \gamma_2$, $\sigma_3^+ = \sigma_3$, $\sigma_3^2 = 1$, $\gamma_n^2 = -1$, $\gamma_4^2 = 1$ (1. 3.5)

и для представления группы вращения на угол φ вокруг оси 0z в плоскости xy в случае спиноров имеем

$S_\varphi = \exp(\gamma_1\gamma_2 \varphi/2) = \cos(\varphi/2) + \gamma_1\gamma_2 \sin(\varphi/2)$,

$S_{-\varphi} = \exp(-\gamma_1 \gamma_2 \varphi/2) = \cos \varphi/2) - \gamma_1\gamma_2 \sin(\varphi/2)$

$S_\varphi S_{-\varphi} = \cos(\varphi/2)^2 + \sin(\varphi/2)^2 = 1$ (1. 3.6)

$\Phi(A\,B)' = S_\varphi \Phi(A\,B) = \exp(\gamma_1 \gamma_2 \varphi/2)\,\Phi(A\,B)$

$\Phi(A\,B)^{+\prime} = \Phi(A\,B)^+ S_{-\varphi} = \Phi(A\,B)^+ \exp(-\gamma_1 \gamma_2 \varphi/2)$ (1. 3.7)

При бесконечно малом повороте $\varphi/2 < 1$, имеем

$S_\varphi = (1 + \gamma_1 \gamma_2 \varphi/2)$

$\Phi(A\,B)' = (1 + \gamma_1 \gamma_2 \varphi/2)\,\Phi(A\,B)$

$\Phi(A\,B)^{+\prime} = \Phi(A\,B)^+ S_{-\varphi}) = \Phi(A\,B)^+ (1 - \gamma_1 \gamma_2 \varphi/2)$ (1. 3.8)

ISSN 1512-1461

В плоскости xy при вращении вокруг оси 0z на угол φ, как уже было сказано, (?)можно совершить вращение как по часовой стрелке (назовём его правым или R-вращением), так и против часовой стрелки (назовём его левым, или L- вращением). При этом направление вращения на структуре тока не отражается, и в случае группы вращения токи не отличают правое (R- вращение) от левого (L- вращения) .

П2 . Представление группы сдвига $\boldsymbol{\psi(x)\hat{}i\gamma^{\mu}\,\partial_{\mu}\,\psi(x)}$.

Представление группы сдвига по оси 0x имеет вид[2]

$x_{\mu}'=x_{\mu}+a_{\mu}$, $a_{\mu}=const.$ $\partial_{x'}=\partial_{x}$ (1. 3.9)

и при этом решение уравненияДирака или Клейна -Гордона

$\psi(x)=\exp(ik^{\mu}\,x_{\mu})u(s.\varepsilon)$

преобразуется в виде

$\psi'(x')=\exp(ik^{\mu}\,a_{\mu})\,\psi(x)$

Таким образом для Бозе-полей оератор преобразования S_x имеет вид

$S_x=\exp(i\,k^1x)$,. $S_{-x}=\exp(-i\,k^1x)$, $S_x\,S_{-x}=1$

$\Phi(A\,B)'=\exp(i\,k^1x)\,\Phi(A)$, $\Phi(A)^{+\prime}=\Phi(A)^{+}\exp(-i\,k^1x)$ (1. 3.14)

Следовательно, оператор преобразования сдвига в плоскости xy по осям 0x и 0y в случае Бозе-полей имеет вид

$S_{x\,y}=\exp(i\,k^1x_1+i\,k^2x_2)=\exp(i\,k^nx_n)$, $x_1=x$, $x_2=y$, $n=1,2$

$S_{-x\,-y}=\exp(-i\,k^1x_1-ik^2x_2)=\exp(-i\,k^nx_n)$., $S_x\,S_{-x}=1$

$\Phi(A\,B)'=\exp(i\,k^nx_n)\,\Phi(A)$. $\Phi(A)^{+\prime}=\Phi(A)^{+}\exp(-i\,k^nx_n)$. n=1.2. (1. 3.15)

В случае свободных спиноров воспользуемся соотношением [3]

$(u^{\wedge}\,\gamma^{\mu}\,u)=(p^{\mu}/mc)\,(u^{\wedge}u)$, $\gamma^{\mu}\rightarrow p^{\mu}/mc$ (1. 3.16)

При этом

$(\gamma^{\mu}\,p_{\mu}-mc)u=0$, $u^{\wedge}(\gamma^{\mu}\,p_{\mu}+mc)=0$

$u^{\wedge}=u^{+}\gamma^{0}$, $u^{\wedge}u=\varepsilon(p_0)$, $p^{\mu}=(\hbar/i)\,\partial^{\mu}$,

$p^{\mu}\exp(i\,k^{\mu}x_{\mu})=\hbar\,k^{\mu}\exp(i\,k^{\mu}x_{\mu})$, (1. 3.17)

Таким образом, в случае свободных спиноров имеем

$k^{\mu}\rightarrow p^{\mu}/\hbar\rightarrow\gamma^{\mu}(mc)/\hbar=\gamma^{\mu}k_0$. $k_0=(mc/\hbar)=1/\lambda_d$ (1. 3.18)

Соответственно, **для спинора оператор преобразования сдвига** в плоскости **xy** по **0x** и по **0y** можно задать в виде

ISSN 1512-1461

$S_x = \exp(\gamma^1 a_1)$, $S_{-x} = \exp(-\gamma^1 a_1)$, $S_x = \cos(a_1) + \gamma^1 \sin(a_1)$

$S_x S_{-x} = 1$, $S_x S_x = \exp(2\gamma^1 a_1)$, $(\gamma^1)^2 = -1$ (1. 3.19)

$\Phi(A)' = \exp(\gamma^1 a_1)\,\Phi(A)$ (1. 3.20)

$S_y = \exp(\gamma^2 a_2)$,. $S_{-y} = \exp(-\gamma^2 a_2)$, $S_y = \cos(a_1) + \gamma^2 \sin(a_1)$

$S_y S_{-y} = 1$, $S_y S_y = \exp(2\gamma^2 a_2)$, $(\gamma^2)^2 = -1$

$\Phi(A)' = \exp(\gamma^2 a_2)\,\Phi(A)$ (1. 3.21)

При этом

$a_1 = i(x_1/\lambda_d) = i a_1^0$, $a_2 = i(x_2/\lambda_d) = i a_2^0$, $x_1 = x$, $x_2 = y$

$(x_1 k_0) = (x_1/\lambda_d) = a_1^0$, $(x_2 k_0) = (x_2/\lambda_d) = a_2^0$, (1.3.22)

Можно указать, что если уравнение Дирака представить в виде

$$\gamma^\mu \Phi_\mu = \gamma^\mu \left(i\xi_{;\mu} - \frac{m}{4}\gamma_\mu \xi\right) = 0, \quad \overline{\Phi}_\mu \gamma^\mu = \left(i\,\overline{\xi}_{;\mu} + \frac{m}{4}\,\overline{\xi}\right)\gamma_\mu = 0 \quad , \qquad (1.3.23)$$

и рассмотреть частные решения системы уравнений (1.3.23) вида,

$$\Phi_1 = i\xi_{,1} - \frac{m}{4}\gamma_1 \xi = 0\,, \quad \Phi_2 = i\xi_{,2} - \frac{m}{4}\gamma_2 \xi = 0 \qquad (1.3.24)$$

то решения уравнении (1.3.24)

$\xi = \xi_0 \exp(-i(m/4)\,\gamma_1 x^1)$, $\xi = \xi_0 \exp(-i(m/4)\,\gamma_2 x^2)$, (1.3.25)

дают, в случае спиноров, операторы преобразования сдвига (1. 3.19)

$4. Представление группы сдвигов в случае спинора при R и L обходе вокруг особой точки.

П1. R и L сдвиги при обходе вокруг особой точки.

R и L сдвиги при обходе вокруг особой точки определим в соответствии с определениями R- и L-обхода вокруг особой точки.

Правый, R-сдвиг, определим как движение по часовой стрелке, т.е. как R- обход, и левый, L-сдвиг, как движение против часовой стрелки, т.е. как L- обход. Будем считать,что в начальный момент особая точка (частица **B)** имеет координаты (x=0,y=0) в правой системе координат и находится в центре четырехугольника, вдоль сторон которого происходит обход второй, **A** частицей. Четырехугольник имеет четыре вершины. Перенумеруем эти вершины следующим образом: вершина, лежащяя в первой четверти плоскости будет номером 1, во второй четверти плоскости - номером 2, в третьей четверти плоскости - номером 3, и в четвёртой четверти плоскости - номером 4 .

При этом, R-сдвиги (если движение начать с вершины *1)* происходят через вершины *1*→*4*→*3*→2→1, и L-сдвиги - через вершины *1*→*2*→*3*→4→1 Интервал $\mathbf{a}_{12}$ между первым и

ISSN 1512-1461

вторым узлами обозначим через **a_1**, интервал **a_{23}** между вторым и третьим узлами - через **a_2** . Тогда интервал **a_{34}** между третьим и четвёртым узлами будет **$a_3 = a_1$** и нтервал **a_{41}** между четвёртым и первым узлами будет **$a_4 = a_2$** Однако при обходе вокруг особой точки необходимо учесть направление обхода (знаки перед **a_1** и **a_2**)

Можно показать,что произведения двух разных сдвигов не коммутируют. Рассмотрим правый, R-обход, сдвиги на участке *3*→2→1. Имеем

$$S_{y\,x}{}^{R} = \exp(\gamma^2 a_2)\exp(\gamma^1 a_1) \qquad (1.4.1)$$

и левый, L-обход, - сдвиги на участке *3*→4→1. Имеем

$$S_{x\,y}{}^{L} = \exp(\gamma^1 a_1)\exp(\gamma^2 a_2), \qquad (1.\ 4.2)$$

При этом

$$S_{y\,x}{}^{R}\ S_{x\,y}{}^{L} = \exp(\gamma^2 a_2)\exp(\gamma^1 a_1)\exp(\gamma^1 a_1)\exp(\gamma^2 a_2) =$$

$$=\exp(2\gamma^2\ a_2)\cos 2\,a_1 + \gamma^1 \sin 2\,a_1 \quad ,$$

$$S_{x\,y}{}^{L}\ S_{y\,x}{}^{R} = \exp(\gamma^1 a_1)\exp(\gamma^2 a_2)\exp(\gamma^2 a_2)\exp(\gamma^1 a_1) =$$

$$=\exp(2\gamma^1 a_1)\cos 2\,a_2 + \gamma^2 \sin 2a_2 \quad , \qquad (1.\ 4.3)$$

Можно определить обратные преобразования

$$S_{y\,x}{}^{R} = \exp(\gamma^2 a_2)\exp(\gamma^1 a_1)\ . \quad (S_{y\,x}{}^{R})^{-1} = S^{L}{}_{-x\,-y}, = \exp(-\gamma^1 a_1)\exp(-\gamma^2 a_2)$$

$$\mathbf{S}^{\mathbf{R}}{}_{y\,x}\,\mathbf{S}^{L}{}_{-x\,-y} = \exp(\gamma^2 a_2)\exp(\gamma^1 a_1)\exp(-\gamma^1 a_1)\exp(-\gamma^2 a_2) = 1$$

$$(S^{L}{}_{x\,y})^{-1} = S^{R}{}_{-y\,-x}\ ,$$

$$S^{L}{}_{x\,y}\,S^{R}{}_{-y\,-x} = \exp(\gamma^1 a_1)\exp(\gamma^2 a_2)\exp(-\gamma^2 a_2)\exp(-\gamma^1 a_1) = 1 \qquad (1.\ 4.4)$$

П2, Обход особой точки по часовой стрелке (R-обход)

Для определенности в качестве начала обхода полюса выберем вершину под номером 1. Тогда R-обход происходит через вершины *1*→*4*→*3*→2→1 и задается оператором преобразования спинора (операция идет слева направо в правой системе координат)

$$S^{R} = S_{-y}S_{-x}S_y\,S_x = \exp(-\gamma^2 a_2)\exp(-\gamma^1 a_1)\exp(\gamma^2 a_2)\exp(\gamma^1\ a_1) \qquad (1.\ 4.5)$$

$$\Phi(A)_{R}\ ')= S^{R}\,\Phi(A)$$

Так как представление сдвига $\exp(\gamma^1 a_1)$и $\exp(\gamma^2 a_2)$ можно представить в виде

$$\exp(\gamma^1 a_1) = \cos a_1 + \gamma^1 \sin a_1 = \mathrm{ch} a_1{}^0 + i\,\gamma^1\,\mathrm{sh} a_1{}^0 = (A_1 + \gamma^1 B_1)$$

$$\exp(\gamma^2 a_2) = \cos a_2 + \gamma^2 \sin a_2 = \mathrm{ch} a_2{}^0 + i\,\gamma^2\,\mathrm{sh} a_2{}^0 = (A_2 + \gamma^1 B_2)$$

$$A_1 = \mathrm{ch} a_1{}^0,\ B_1 = i\,\mathrm{sh} a_1{}^0 = iB_{10}\ ,\ A_2 = \mathrm{ch} a_2{}^0,\ B_2 = i\,\mathrm{sh} a_2{}^0 = iB_{20} \qquad (1.\ 4.6)$$

то S^{R} при обходе в плоскости можно написать в общем случае в виде

ISSN 1512-1461

$$S^R = (A_2 - \gamma^2 B_2)(A_1 - \gamma^1 B_1)(A_2 + \gamma^2 B_2)(A_1 + \gamma^1 B_1) =$$

$$= \omega_0 - (-\gamma^1 A_1 B_2 + \gamma^2 A_2 B_1) 2 B_1 B_2 - \gamma^1 \gamma^2 \omega_2 \qquad (1.4.7)$$

$$\omega_0 = (A_1^2 A_2^2 - B_1^2 B_2^2) + (A_1^2 B_2^2 + B_1^2 A_2^2). \; \omega_2 = 2 A_1 A_2 B_1 B_2, \qquad (1.4.8)$$

При условии изотропности пространства в окрестностях особой точки можно принять

$a_1 = a_2 = a = i\, a^0$, $a^0 = (x_0 k_0) = (x_0/\lambda_d)$, x_0 –длина сдвига

$$A_1 = A_2 = A = ch a^0, \; B_1 = B_2 = B = i\, sh a^0 = i\, B_0, \; A^+ = A, \; B^+ = -B, \qquad (1.4.9)$$

имеем

$$\omega_0 = A^4 - B^4 + 2A^2 B^2, \qquad \omega_1 = 2\, AB^3, \quad \omega_2 = 2A^2 B^2$$

$$\omega_0^+ = A^4 - B^4 + 2A^2 B^2, \quad \omega_1^+ = -2\, AB^3, \; \omega_2^+ = 2A^2 B^2 \qquad (1.4.10)$$

$\omega_0^+ = \omega_0$, $\omega_1^+ = -\omega_1$, $\omega_2^+ = \omega_2$ (ω^+ в данном случае - комплексное сопряжение)

В этом случае топологическое преобразование содержить только один параметр

$a = i\, a^0 = i\,(x_0 k_0) = i\,(x_0/\lambda_d)$.

$$S^R = S_{-y} S_{-x} S_y S_x = \exp(-\gamma^2 a) \exp(-\gamma^1 a) \exp(\gamma^2 a) \exp(\gamma^1 a)$$

В случае изотропности пространства вокруг особой точки получаем

$$S^R = \omega_0 - [(-\gamma^1 + \gamma^2)\, \omega_1 + \gamma^1 \gamma^2 \omega_2] = \omega_0 - \Omega$$

$$\Omega = [(-\gamma^1 + \gamma^2)\, \omega_1 + \gamma^1 \gamma^2 \omega_2] \qquad (1.4.11)$$

При этом

$$S^{R+} = \omega_0 - [(-\gamma^1 + \gamma^2)\, \omega_1] - \gamma^1 \gamma^2 \omega_2] = \omega_0 - \Omega^+$$

$$\Omega^+ = [(-\gamma^1 + \gamma^2)\, \omega_1 - \gamma^1 \gamma^2 \omega_2\,] \qquad (1.4.12)$$

$$S^{:R} S^{R+} = (\omega_0 - \Omega)(\omega_0 - \Omega^+) = (\omega_0^2 - 2\omega_1^2 + \omega_2^2) + 2\omega_1(\omega_0 - \omega_2)\gamma^1 - 2\omega_1(\omega_0 + \omega_2)\gamma^2$$

$$\Phi(A)_R{}') = S^R \Phi(A) =$$

$$= \exp(-\gamma_2 a_2) \exp(-\gamma_1 a_1) \exp(\gamma_2 a_2) \exp(\gamma_1 a_1) \Phi(A) \qquad (1.4.13)$$

П3. Обход особой точки против часовой стрелки (L- обход)

Для определенности в качестве начала обхода полюса выберем вершину под номером 1. Тогда L-обход происходит черз вершины $1 \to 4 \to 3 \to 2 \to 1$ и задается оператором преобразования спинора (операция идет справа налево в правой системе координат)

$$S^L = S_{-x} S_{-y} S_x S_y = \exp(-\gamma^1 a_1) \exp(-\gamma^2 a_2) \exp(\gamma^1 a_1) \exp(\gamma^2 a_2),$$

$$\Phi(A)_L{}' = S^L \Phi(A) \qquad (1.4.14)$$

или в общем виде

ISSN 1512-1461

$S^L = (A_1- \gamma^1 B_1)(A_2- \gamma^2 B_2)(A_1+ \gamma^1 B_1)(A_2+ \gamma^2 B_2) =$

$= \omega_0 +(- \gamma^1 A_1 B_2+ \gamma^2 A_2 B_1)2 B_1 B_2 +\gamma^1 \gamma^2 \omega_2$ (1. 4.15)

$\omega_0 = (A_1^2 A_2^2- B_1^2 B_2^2)+ (A_1^2 B_2^2+ B_1^2 A_2^2)$, $\omega_2= 2A_1 A_2 B_1 B_2$ (1. 4.16)

При условии изотропности пространства в окрестностях особой точки можно принять

$a_1= a_2= a =i a^0$, $a^0=(x_0 k_0) = (x_0/ \lambda_d)$, x_0 –длина сдвига

$A_1= A_2 = A = cha^0$, $B_1= B_2= B= i sha^0= i B_0$, $A^+= A$, $B^+=- B$, (1. 4.17)

$\omega_0 = A^4 – B^4 + 2A^2 B^2$, $\omega_1=2 AB^3$, $\omega_2= 2A^2B^2$

$\omega_0^+ = A^4 – B^4 + 2A^2 B^2$, $\omega_1^+= -2 AB^3$, $\omega_2^+= 2A^2B^2$

$\omega_0^+ = \omega_0$, $\omega_1^+=- \omega_1$, $\omega_2^+= \omega_2$ (1. 4.18)

(ω^+ в данном случае - комплексное сопряжение)

Как и в случае R-обхода и, в этом случае, будем предполагать, что пространство вокруг особой точки изотпрпно, и получаем

$S^L = \omega_0 + [(- \gamma^1 + \gamma^2) \omega_1 +\gamma^1 \gamma^2 \omega_2] = \omega_0+ \Omega$

$\Omega=[(- \gamma^1 + \gamma^2) \omega_1+\gamma^1 \gamma^2 \omega_2]$ (1. 4.19)

При этом

$S^{L+} = \omega_0 + [(- \gamma^1 + \gamma^2) \omega_1-\gamma^1 \gamma^2 \omega_2]= \omega_0+ \Omega^+$

$\Omega^+=[(- \gamma^1 + \gamma^2) \omega_1 - \gamma^1 \gamma^2 \omega_2]$ (1. 4.20)

$S^L S^{L+}= (\omega_0+ \Omega)(\omega_0+ \Omega^+)=$

$=(\omega_0^2-2\omega_1^2+ \omega_2^2)- 2\omega_1(\omega_0 + \omega_2) \gamma^1+2\omega_1(\omega_0 - \omega_2) \gamma^2$ (1. 4.21)

(S^+ в данном случае - эрмитовое сопряжение)

С тензорной точки зрения S^R и S^L - числовые функции, и при представлении S^R и S^L через γ^1 и γ^2 предполагается,что $\gamma^1\equiv n_1\gamma^1$, $\gamma^2\equiv n_2\gamma^2$, где n_1, n_2 - единичные векторы (орты) вдоль координатных осей x_1, x_2 .

Кроме того, движение одного спинора A вдоль четырехугольника без воздействия внешней силы невозможно. Однако, можно считать, что вдоль x,y, -x,-y, движутся четыре разных свободных спинора и, ввиду неотличимости частиц, со стороны спинора B это воспринимается как движение одной частицы.

При этом, если потребовать

$S^L S^R = \exp(- \gamma^1 a_1) \exp(-\gamma^2 a_2) \exp(\gamma^1 a_1) \exp(\gamma^2 a_2)\exp(- \gamma^2 a_2)*$

$*\exp(-\gamma^1 a_1)\exp(\gamma^2 a_2) \exp(\gamma^1 a_1)= 1$ (1. 4.22)

ISSN 1512-1461

$S^L S^R = (\omega_0 + \Omega)(\omega_0 - \Omega) = \omega_0^2 - \Omega^2 = \omega_0^2 + (2\omega_1^2 + \omega_2^2) = 1$ (1. 4.23)

где учтено, что

$\Omega^2 = [(-\gamma^1 + \gamma^2)\omega_1 + \gamma^1\gamma^2\omega_2]^2 = -(2\omega_1^2 + \omega_2^2)$,

то возникает условие на параметр сдвига в виде

$\omega_0^2 + (2\omega_1^2 + \omega_2^2) = 1$

и так как имем

$\omega_0 = A^4 - B^4 + 2A^2B^2$, $\omega_1 = 2AB^3$, $\omega_2 = 2A^2B^2$ (1. 4.24)

то получаем условие вида

$(A^4 - B^4 + 2A^2B^2)^2 + 8A^2B^6 + 4A^4B^4 = 1$

При этом получаем

$S^R = (S^L)^{-1}$. $S^L = (S^R)^{-1}$, $S^R S^L = 1$ (1. 4.25)

Представим операторы преобразования S^R и S^L как кватернионы

$S^R = \rho_0 - (\gamma^1\rho_1 + \gamma^2\rho_2 + \gamma^1\gamma^2\rho_3)$, $S^{R+} = \rho_0 - (\gamma^1\rho_1 + \gamma^2\rho_2 - \gamma^1\gamma^2\rho_3)$, (1. 4.26)

$S^L = \rho_0 + (\gamma^1\rho_1 + \gamma^2\rho_2 + \gamma^1\gamma^2\rho_3)$, $S^{L+} = \rho_0 + (\gamma^1\rho_1 + \gamma^2\rho_2 - \gamma^1\gamma^2\rho_3)$, (1. 4.27)

$\rho_0 = (A^4 - B^4 + 2A^2B^2)$, $\rho_1 = -2AB^3$, $\rho_2 = 2AB^3$, $\rho_3 = 2A^2B^2$

$A_1 = A_1 = A = cha^0$, $B_1 = B_2 = B = i\, sha_0$, (1. 4.28)

Или в виде

$\rho_0 = 1 - 2\, sha_0^4$, $\rho_1 = i\, sh2a_0\, sha_0^2$, $\rho_2 = \rho_1^* = -\rho_1$, $\rho_3 = -(1/2)\, sh2a_0^2$

$a_1 = a_2 = i\, a_0$, $a_0 = (x_0 k_0) = (x_0/\lambda_d)$,

x_0 –длина сдвига., $k_0 = 2\pi(mc/h)$, $\lambda_d = 1/2\pi(mc/h)$. (1. 4.29)

С тензорной точки зрения S^R - числовая функция. В этом смысле при представлении S^R через γ^1 и γ^2 предполагается, что $\gamma^1 \equiv n_1\gamma^1$, $\gamma^2 \equiv n_2\gamma^2$, где n_1, n_2 единичные векторы (орты) вдоль координатных осей x_1, x_2

При помощи параметризации

$\rho_3 = \sin\varphi_3$,. $\rho_2 = \sin\varphi_2$, , $\rho_1 = \sin\varphi_1$, $\theta = \rho_0 - (1-\rho_1^2)^{1/2} - (1-\rho_2^2)^{1/2} - (1-\rho_3^2)^{1/2}$ (1. 4.30)

S^L и S^R можно записать в виде

$S^L = \theta + \exp(\gamma^1\varphi_1) + \exp(\gamma^2\varphi_2) + \exp(\gamma^1\gamma^2\varphi_3)$

$S^R = \theta + \exp(-\gamma^1\varphi_1) + \exp(-\gamma^2\varphi_2) + \exp(-\gamma^1\gamma^2\varphi_3)$ (1. 4.31)

ISSN 1512-1461

$5. Спиноры в формализме гиперкомплексного числа[4]

Величины γ^{μ} в рассматриваемом нами формализме удобнее рассмотреть как гиперкомплексные числа. При этом16-иэлементная алгебра Дирака $\{1.\ \gamma^1, \gamma^2,\ \gamma^3\ , \gamma^4\ \}$имеет 8-иэлементную подалгебру бикватерниона, например$\{1,\ \gamma^1,\ \gamma^2,\ \gamma^3\ \}$, которую можно выделить при помощи проекционного оператора.

$D_4{}^{\varepsilon} = (1/2)(1+\varepsilon\,\gamma^4),\ (\gamma^4)^2=1,\ \varepsilon=\pm 1$ (1.5.1)

При этом из бикватерниона $\{1, \gamma^1, \gamma^2, \gamma^3\}$, кватернион, например $\{1., \gamma^1, \gamma^3\}$, можно выделить при помощи проекционного оператора

$D_{12}{}^{s} = (1/2)(1+ s i\,\gamma^1\gamma^2),\ (i\gamma^1\gamma^2)^2=1,\ s=\pm 1,\ (\gamma^1)^2 = (\gamma^2)^2 = (\gamma^3)^2 = -1.$ (1.5.2)

В этом случае спиноры Ψ, $\Psi^{+'}$, $\Psi^{\wedge}$ необходимо рассмотреть также в формализме гиперкомплексного числа.Теперь спинор через эти проекционные операторы можно записать, например, в виде

$\Psi = (\psi_0 + \gamma^1\,\psi_1 + \gamma^3\,\psi_2 + \gamma^1\gamma^3\,\psi_3)\, D_4{}^{\varepsilon}\, D^{s}{}_{12}$ (1.5.3)

Из уравнений

$D_4{}^{+}D_{12}{}^{+}\Psi = \psi_0(++)\, D_4{}^{+}D_{12}{}^{+},\quad D_4{}^{-}D_{12}{}^{-}\Psi = \gamma^1\psi^1(--)\, D_4{}^{-}D_{12}{}^{-}$

$D_4{}^{-}D_{12}{}^{+}\Psi = \gamma^3\psi_2(-+)\, D_4{}^{-}D_{12}{}^{+},\ D_4{}^{+}D_{12}{}^{-}\Psi = \gamma^1\gamma^3\psi_3(+-)\, D_4{}^{+}D_{12}{}^{-}$ (1.5.4)

следует,что спинор (П.2.3) следует записать в виде

$\Psi = [\psi_0(++) + \gamma^1\psi_1(--) + \gamma^3\psi_2(-+) + \gamma^1\gamma^3\psi_3(+-)]D_4{}^{\varepsilon}\, D^{s}{}_{12}$ (1.5.5)

Сопряженное решение имеет вид

$\Psi^{\wedge} = \Psi^{+} i\,\gamma^4 = D_4{}^{+}D^{s}{}_{12}[\psi_0{}^{\wedge}(++) + \psi_1{}^{\wedge}(--)\gamma^1 + \psi_2{}^{\wedge}(-+)\gamma^3 + \psi_3{}^{\wedge}(+-)\gamma^1\gamma^3]$ (П.2.7)

$\psi_0{}^{\wedge}(++) = \psi_0(++)^{+}\, i\,\gamma^4,,,,,\ \psi_3{}^{\wedge}(+-) = \psi_3(+-)^{+}\, i\,\gamma^4$

Рассмотрим вектор тока $J^{\mu} = (\Psi^{\wedge}\,\gamma^{\mu}\,\Psi)$

В результате вычисления получаем

$J^0 = (\Psi^{\wedge} I\,\Psi) = (-\psi_0{}^{\wedge}\psi_0 + \psi_1{}^{\wedge}\psi_1 + \psi_2{}^{\wedge}\psi_2 + \psi_3{}^{\wedge}\psi_3)\, D_4{}^{\varepsilon}\, D^{s}{}_{12}$

$J^1 = (\Psi^{\wedge}\gamma^1\,\Psi) = (-\psi_0{}^{\wedge}\psi_1 + \psi_1{}^{\wedge}\psi_0 + \psi_3{}^{\wedge}\psi_2 - \psi_2{}^{\wedge}\psi_3)\, D_4{}^{\varepsilon}\, D^{s}{}_{12}$

$J^2 = (\Psi^{\wedge}\gamma^2\,\Psi) = (i(-\psi_0{}^{\wedge}\psi_1 + \psi_1{}^{\wedge}\psi_0 + \psi_3{}^{\wedge}\psi_2 - \psi_2{}^{\wedge}\psi_3)\, D_4{}^{\varepsilon}\, D^{s}{}_{12}$

$J^3 = (\Psi^{\wedge}\gamma^3\,\Psi) = (-\psi_0{}^{\wedge}\psi_2 + \psi_1{}^{\wedge}\psi_3 - \psi_3{}^{\wedge}\psi_1 + \psi_2{}^{\wedge}\psi_0)\, D_4{}^{\varepsilon}\, D^{s}{}_{12}$

$J^4 = (\Psi^{\wedge}\gamma^4\,\Psi) = (\psi_0{}^{\wedge}\psi_0 - \psi_1{}^{\wedge}\psi_1 - \psi_2{}^{\wedge}\psi_2 + \psi_3{}^{\wedge}\psi_3)\, D_4{}^{\varepsilon}\, D^{s}{}_{12}$ (1.5.8)

Аналогично можно вычислить и другие токи (впредь множитель

ISSN 1512-1461

$D_4^{\varepsilon}\, D^s_{12}$ не будем выписывать)

$J^{12} =(\Psi\hat{}\ \gamma^1\, \gamma^2\, \Psi) =(-i\,)(\, \psi_0\hat{}\ \psi_0 -\psi_1\hat{}\ \psi_1 +\psi_2\hat{}\ \psi_1\ -\psi_3\hat{}\psi_3)$

$J^{13}\ =(\Psi\hat{}\ \gamma^1\, \gamma^3\Psi)= (-i\,)(\, -\psi_0\hat{}\ \psi_3 -\psi_1\hat{}\ \psi_2 +\psi_2\hat{}\ \psi_1\ +\psi_3\hat{}\psi_0)$

$J^{23}\ =(\Psi\hat{}\ \gamma^2\, \gamma^3\, \Psi)= (i\,)(\, \psi_0\hat{}\ \psi_1 +\psi_1\hat{}\ \psi_0 +\psi_2\hat{}\ \psi_3\ +\psi_3\hat{}\psi_3)$

$J^{14}\ =(\Psi\hat{}\ \gamma^1\, \gamma^4\, \Psi)= (\psi_0\hat{}\ \psi_0 -\psi_1\hat{}\ \psi_1 -\psi_2\hat{}\ \psi_2\ +\psi_3\hat{}\psi_3)$

$J^{24}\ =(\Psi\hat{}\ \gamma^2\, \gamma^4\, \Psi)= (-i\,)(\, -\psi_0\hat{}\ \psi_1 +\psi_1\hat{}\ \psi_0 +\psi_2\hat{}\ \psi_3\ -\psi_3\hat{}\psi_0)$

$J^{34}\ =(\Psi\hat{}\ \gamma^3\, \gamma^4\, \Psi)= (\, \psi_0\hat{}\ \psi_2+\psi_1\hat{}\ \psi_3 +\psi_2\hat{}\ \psi_0\ +\psi_3\hat{}\psi_1)$

$J^5 =(\Psi\hat{}\ \gamma^5\, \Psi)= (-i\,)(\psi_0\hat{}\ \psi_2 -\psi_1\hat{}\ \psi_3 -\psi_3\hat{}\ \psi_1\ +\psi_2\hat{}\psi_0)$

$J^{15}\ =(\Psi\hat{}\ \gamma^1\, \gamma^5\Psi)= (-i\,)(\, +\psi_0\hat{}\ \psi_3 +\psi_1\hat{}\ \psi_2 +\psi_2\hat{}\ \psi_1\ +\psi_3\hat{}\psi_0)$

$J^{25} =(\Psi\hat{}\ \gamma^2\, \gamma^5\, \Psi)= (-i\,)(\, -\psi_0\hat{}\ \psi_3 +\psi_1\hat{}\ \psi_2 -\psi_2\hat{}\ \psi_1\ +\psi_3\hat{}\psi_0)$

$J^{35} = (\Psi\hat{}\ \gamma^3\, \gamma^5\Psi)= (-i\,)(\, -\psi_0\hat{}\ \psi_0 -\psi_1\hat{}\ \psi_1 +\psi_2\hat{}\ \psi_2\ +\psi_3\hat{}\psi_3)$

$J^{45} = (\Psi\hat{}\ \gamma^4\, \gamma^5\, \Psi)= (i\,)(\psi_0\hat{}\ \psi_2 -\psi_1\hat{}\ \psi_3 +\psi_2\hat{}\ \psi_0\ -\psi_3\hat{}\psi_1)$ (1.5.9)

$6 .Топологические токи.

Токи как Лоренц-тензоры имеют стандартный вид

$J^0 = (\Psi\hat{}I\Psi),\ J^{\mu} =(\Psi\hat{}\gamma^{\mu}\, \Psi),\ J^{\mu\nu} =(\Psi\hat{}\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}\, \Psi),$ (1.6.1)

Однако токи, полученные из этих токов в результате топологического преобразования, будут иметь другой вид. Токи, полученные из токов (1.6.1)(?), в результате топологического преобразования, назовём топологическими токами и обозначим в виде

$J^0_R\ ,\quad J^{\mu}_R\ ,\quad J^{\mu\nu}_R$ и $J^0_L\ ,\quad J^{\mu}_L\ ,\quad J^{\mu\nu}_L$ (1.6.2)

Вид топологическимих токов зависит от того, преобразуются они через R- преобразования (обход по часовой стрелке) или через L- преобразования (обход против часовой стрелки). Соответственно, назовём их R- или L-топологическимии токами.

П1. R-топологические токи

При топологическом R-преобразовании на исходные функции состояния Ψ , Ψ^+ и $\Psi\hat{}= \Psi^+\, i\, \gamma_4$ будет действовать S^R -оператор топологического R- преобразования. В результате получаем

$\Psi' = S^R\, \Psi,\quad \Psi^{+'} = \Psi^+\, S^{R+},\quad \Psi\hat{}' = \Psi^+ S^{R+}\gamma_4 = \Psi^+\gamma_4\, S^{L} = \Psi\hat{}S^{L},$ (1.6.3)

где учтено,что

$S^{R+}\, \gamma_4 = \{\, \omega_0 - [\, (-\, \gamma^1 + \gamma^2\,)\, \omega_1 - \gamma^1\, \gamma^2\, \omega_2]\}\, \gamma_4 =$

ISSN 1512-1461

$= \gamma_4\{\omega_0 +[(- \gamma^1 + \gamma^2) \omega_1 +\gamma^1 \gamma^2 \omega_2]\}= \gamma_4 S^L$ (1.6.4)

$\gamma_4 S^{R+} \gamma_4= S^L,\ S^{R+} \gamma_4= \gamma_4 S^L,\ \gamma_4 S^R \gamma_4= S^{L+},\quad S^R \gamma_4= \gamma_4 S^{L+},$ (1.6..5)

При этом, векторные токи после топологического R-преобразования запишутся в виде

$J^{\mu'}=(\Psi\^{}S^L\gamma^\mu S^R\Psi)=(\Psi\^{}\gamma^\mu{}_R\Psi)= J^\mu{}_R$, $J_\mu=(\Psi\^{}S^L\gamma_\mu S^R\Psi)=(\Psi\^{}\gamma_\mu{}^R\Psi)=J_\mu{}^R$, (1.6.7)

где введены обозначения

$S^L\gamma^\mu S^R= \gamma^\mu{}_R$, $S^L\gamma_\mu S^R= \gamma_\mu{}^R$, $S^{R+}\gamma^{\mu+}S^{L+} = \gamma^\mu{}_R{}^+$, $S^{R+}\gamma_\mu{}^+S^{L+} =\gamma_\mu{}^{R+}$,

$S^{R+}\gamma^{n+}S^{L+} = S^{R+}\gamma_4\gamma^n \gamma_4S^{L+}= \gamma^{n+}{}_R$, $\gamma_4 S^{R+} \gamma_4= S^L$ (1.6.8)

Таким образом, топологическое R-преобразование векторных токов сводится к топологическому R-преобразованию гиперкомплексных чисел Дирака $\{\gamma^\mu\}$. Токи $J^\mu{}_R$ будем называть R-топологическими токами, $\gamma^\mu{}_R$ - топологическими R-векторами .

Аналогично, топологическое R-преобразование тензорных токов сводится к топологическому R-преобразованию гиперкомплексных чисел Дирака$\{\gamma^\mu \gamma^\nu\}$. Токи $J^{\mu\nu}{}_R$ будем называть R-топологическими токами, $\{\gamma^\mu \gamma^\nu\}_R$ – топологическими R-тензорами.

П2. L-топологические токи

При топологическом L-преобразовании на исходные функции состояния Ψ , Ψ^+ и $\Psi\^{}= \Psi^+$ будет действовать S^L-оператор преобразования . В результате получаем

$\Psi'= S^L\ \Psi,\ \ \Psi^{+'}= \Psi^+ S^{L+}, \Psi\^{}'= \Psi^+ S^{L+} \gamma_4 = \Psi^+ \gamma_4 S^R = \Psi\^{} S^R$, (1.6.9)

$(\Psi\^{} S^R\ \gamma^\mu S^L \Psi)= (\Psi\^{} \gamma^\mu{}_L \Psi)= J^\mu{}_L .(\Psi\^{} S^R\ \gamma_\mu S^L \Psi)= (\Psi\^{} \gamma_\mu{}^L \Psi)= J_\mu{}^L$

$S^R\ \gamma^\mu S^L = \gamma^\mu{}_L$, $S^R \gamma_\mu S^L = \gamma_\mu{}^L$ (1.6.10)

Таким образом, топологическое L-преобразование векторных токов сводится к топологическому L-преобразованию гиперкомплексных чисел Дирака$\{\gamma^\mu\}$. Токи $J^\mu{}_L$ будем называть L-топологическими токами, $\gamma^\mu{}_L$ - топологическими L-векторами.

Аналогично, топологическое L-преобразование тензорных токов сводится к топологическому L-преобразованию гиперкомплексных чисел Дирака $\{\gamma^\mu\gamma^\nu\}\mu\neq\nu$ Токи $J^{\mu\nu}{}_L$ будем называть топологическими L-тензорными токами, $\{\gamma^\mu \gamma^\nu\}_L$.

$7. Топологическое R-преобразование γ^μ векторов и $(\gamma^\mu\gamma^\nu)$ тензоров

П1 Топологические R-векторы $\gamma^\mu{}_R$

Как уже было сказано, топологическое преобразование векторов γ^μ имеет вид

$\gamma_\mu{}^R. = S^L\gamma_\mu S^R$

При этом алгебра $\gamma_\mu{}^R$ гиперкомплексных чисел совпадает с алгеброй γ_μ величин

ISSN 1512-1461

$\gamma_\mu^R\,\gamma_\nu^R+\gamma_\nu^R\gamma_\mu^R= S^L\,\gamma_\mu S^R\,S^L\,\gamma_\nu S^R + S^L\,\gamma_\nu S^R\,S^L\gamma_\mu S^R=S^L(\gamma_\mu\gamma_\nu+\gamma_\nu\,\gamma_\mu)\,S^R=2g_{\mu,\nu}$, (1.7.1)

Таким образом, топологическое R-преобразование вектора $\gamma_\mu\rightarrow\gamma_\mu^R$, при условии, что $g_{\mu,\nu}$ числовая функция, алгебру γ_μ-величин не меняет. Вид γ_μ^R величин можно установить прямым вычислением, например,

$$\gamma^1{}_R=S^L\,\gamma^1 S^R=(\rho_0-\gamma^1\rho_1-\gamma^2\rho_2-\gamma^1\gamma^2\,\rho_3)\gamma^1(\rho_0+\gamma^1\rho_1+\gamma^2\rho_2+\gamma^1\gamma^2\rho_3) \qquad (1.7.2)$$

После перемножения получаем

$$\gamma^1{}_R=\gamma^1(\rho_0{}^2-\rho_3{}^2)+\gamma^2\,2(\rho_1{}^2-\rho_0\rho_3)+\gamma^1\,\gamma^2\,2\rho_1\,(\rho_3+\rho_0\,) \qquad (1.7.3)$$

Аналогично находим

$$\gamma^2{}_R\,`=\gamma^2(\rho_0{}^2-\rho_3{}^2)+\gamma^1\,2(\rho_1{}^2+\rho_0\rho_3)+\gamma^1\,\gamma^2\,2\rho_1(\rho_3-\rho_0)$$

$$\gamma^3{}_R=\gamma^3(\rho_0{}^2+\rho_3{}^2-2\,\rho_1\,)+\gamma^3\,\gamma^1\,2\rho_1\,(\rho_3+\rho_0\,)+\gamma^3\,\gamma^2\,2\rho_1(\rho_3-\rho_0)$$

$$\gamma^4{}_R=\gamma^4(\rho_0{}^2+\rho_3{}^2-2\,\rho_1\,)+\gamma^4\,\gamma^1\,2\rho_1\,(\rho_3+\rho_0\,)+\gamma^4\gamma^2\,2\rho_1(\rho_3-\rho_0)$$

$$`=\{(\rho_0{}^2+\rho_3{}^2-2\,\rho_1\,)-\gamma^1\,2\rho_1\,(\rho_3+\rho_0\,)-\gamma^2\,2\rho_1(\rho_3-\rho_0)\}\,\gamma^4$$

$$\gamma^5{}_R=\gamma^5(\rho_0{}^2+\rho_3{}^2-2\,\rho_1\,)+\gamma^5\,\gamma^1\,2\rho_1\,(\rho_3+\rho_0\,)+\gamma^5\gamma^2\,2\rho_1(\rho_3-\rho_0)$$

$$`=\{(\rho_0{}^2+\rho_3{}^2-2\,\rho_1\,)-\gamma^1\,2\rho_1\,(\rho_3+\rho_0\,)-\gamma^2\,2\rho_1(\rho_3-\rho_0)\}\,\gamma^5 \qquad (1.7.4)$$

Вводя обозначения

$$\alpha=(\rho_0{}^2-\rho_3{}^2),\qquad \beta_1=2(\rho_1{}^2+\rho_0\rho_3)\,,\qquad \beta_2=2(\rho_1{}^2-\rho_0\rho_3)$$

$$d=(\rho_0{}^2+\rho_3{}^2-2\,\rho_1{}^2\,),\ c_1=2\rho_1\,(\rho_3+\rho_0\,),\quad c_2=2\rho_1\,(\rho_3-\rho_0\,), \qquad (1.7.\,5)$$

Теперь $\gamma^\mu{}_R$ можно записать в виде

$$\gamma^1{}_R=\gamma^1\,\alpha+\gamma^2\,\beta_2+\gamma^1\,\gamma^2\,c_1,\qquad \gamma^2{}_R=\gamma^2\,\alpha+\gamma^1\,\beta_1+\gamma^1\,\gamma^2\,c_2$$

$$\gamma^3{}_R=\gamma^3\,d+\gamma^3\,\gamma^1\,c_1+\gamma^3\,\gamma^2\,c_2=\{\,d-\gamma^1\,c_1-\gamma^2\,c_2\}\,\gamma^3$$

$$\gamma^4{}_R=\gamma^4\,d+\gamma^4\,\gamma^1\,c_1+\gamma^4\gamma^2\,c_2=\{\,d-\gamma^1\,c_1-\gamma^2\,c_2\}\,\gamma^4$$

$$\gamma^5{}_R=\gamma^5 d+\gamma^5\,\gamma^1 c_1+\gamma^5\gamma^2\,c_2\,`=\{d-\gamma^1 c_1-\gamma^2\,c_2\}\,\gamma^5 \qquad (1.7.6)$$

При этом имеем

1) $\rho_0=ch\,{}^4a^0-sh\,{}^4a^0-2ch\,{}^2a^0\,sh\,{}^2a^0=(1+sh\,{}^2a^0)^2-sh\,{}^4a^0-2(1+sh\,{}^2a^0)^2\,sh\,{}^2a^0=1-2\,sh\,{}^4a^0$

$\rho_0=(1-2\,sh\,{}^4a^0.)$, $\rho_0{}^2=(1-2\,sh\,{}^4a^0.)^2$,

2) $\rho_3=-2ch\,{}^2a^0\,sh\,{}^2a^0=-2(1+sh\,{}^2a^0)^2\,sh\,{}^2a^0=-2(sh\,{}^2a^0+sh\,{}^4a^0)$

$\rho_3=-2(sh\,{}^2a^0+sh\,{}^4a^0)$, $\rho_3{}^2=4\,(sh\,{}^2a^0+sh\,{}^4a^0)^2$,

3) $\rho_1=i2ch\,a^0\,sh\,{}^3a^0$,$\rho_1{}^2=-4ch^2a^0\,sh^6a^0=-4(1+sh^2a^0)\,sh\,{}^6a^0=-4(sh\,{}^6a^0+sh\,{}^8a^0)$

4)$(\rho_0{}^2+\rho_3{}^2)=(1-2sh^4a^0.)^2+4(sh^2a^0+sh\,{}^4a^0)^2=[1+8(sh\,{}^8a^0+sh\,{}^6a^0)]$

ISSN 1512-1461

5) $[(\rho_0{}^2+\rho_3{}^2)^2+2\rho_1{}^2]=[1+8(\mathrm{sh}\,{}^8a^0+\mathrm{sh}\,{}^6a^0)]-8(\mathrm{sh}\,{}^8a^0+\mathrm{sh}\,{}^6a^0)=1$

Можно проверить, что выполняются соотношения

$(\gamma^i{}_R)^2=-1,\ i=1,2,3,5\,.\quad (\gamma^4{}_R)^2=+1\,,$ (1.7.7)

$\alpha^2+\beta_2{}^2+c_1{}^2=\alpha^2+\beta_1{}^2+c_2{}^2=d^2+c_1{}^2+c_2{}^2=[(\rho_0{}^2+\rho_3{}^2)+2\rho_1{}^2]^2=1,$ (1.7.8)

П2. Топологические R-тензоры $(\gamma^\mu\gamma^\nu)^R{}_{\mu\neq\nu}$.

Как уже было сказано, топологическое R-преобразование тензоров $(\gamma^\mu\gamma^\nu)$, $\mu\neq\nu$ имеет вид

$(\gamma^\mu\gamma^\nu)_R{}'=S^L\gamma^\mu\gamma^\nu S^R=S^L\gamma^\mu S^R S^L\gamma^\nu S^R=\gamma^\mu{}_R\,\gamma^\nu{}_R$ (1.7.9)

В результате вычисления для псевдовектора и тензора$(\gamma^\mu\gamma^5)_R$ получаем

$(\gamma^1\gamma^5)_R=\gamma^5(c_2-\gamma^1\alpha+\gamma^2\beta_1)=\gamma^5q_1,\quad (\gamma^2\gamma^5)_R=\gamma^5(c_1+\gamma^1\beta_2-\gamma^2\alpha)=\gamma^5q_2$

$(\gamma^3\gamma^5)_R=(\rho_0{}^2+\rho_1{}^2+\rho_2{}^2+\rho_3{}^2)\gamma^3\gamma^5,\quad (\gamma^4\gamma^5)_R=(\rho_0{}^2+\rho_1{}^2+\rho_2{}^2+\rho_3{}^2)\gamma^4\gamma^5,$ (1.7.10)

и для тензора $(\gamma^\mu\gamma^\nu)^R{}_{\mu\neq\nu}$.

$(\gamma^1\gamma^2)_R=\gamma^1c_2+\gamma^2c_1+\gamma^1\gamma^2d,\qquad (\gamma^1\gamma^3)_R=\gamma^3(c_2-\gamma^1\alpha+\gamma^2\beta_1)=\gamma^3q_1$

$(\gamma^2\gamma^3)_R=\gamma^3(c_1+\gamma^1\beta_2-\gamma^2\alpha)=\gamma^3q_2,\qquad (\gamma^1\gamma^4)_R=\gamma^4(c_2-\gamma^1\alpha+\gamma^2\beta_1)=\gamma^4q_1$

$(\gamma^2\gamma^4)_R=\gamma^4(c_1+\gamma^1\beta_2-\gamma^2\alpha)=\gamma^4q_2,\qquad (\gamma^3\gamma^4)_R=(\rho_0{}^2+\rho_1{}^2+\rho_2{}^2+\rho_3{}^2)\gamma^3\gamma^4,$ (1.7.11)

$q_1=(c_2-\gamma^1\alpha+\gamma^2\beta_1).\quad q_2=c_1+\gamma^1\beta_2-\gamma^2\alpha)$

$8. Топологическое R-преобразование токов J^μ и $J^{\mu\nu}$.

Переходя от топологического R-преобразования гиперкомплексных величин $\{\gamma^\mu\}$и $\{\gamma^\mu\gamma^\nu\}$к топологическим R-преобразованиям токов

$J^0=(\Psi\hat{}I\Psi),\ J^\mu=(\Psi\hat{}\gamma^\mu\Psi),\ J^{\mu5}=(\Psi\hat{}\gamma^\mu\gamma^5\Psi),\ J^{\mu\nu}=(\Psi\hat{}\gamma^\mu\gamma^\nu\Psi),$ (1.8.1)

получаем топологические токи $J^\mu{}_R$, $J^5{}_R$, $J^{\mu5}{}_R$ и $J^{\mu\nu}{}_R$

$J^1{}_R=J^1\alpha+J^2\beta_2+J^{12}c_1,\qquad J^2{}_R=J^2\alpha+J^1\beta_1+J^{12}c_2$

$J^3{}_R=J^3d+J^{31}c_1+J^{32}c_2\,,\qquad J^4{}_R=J^4d+J^{41}c_1+J^{42}c_2,$ (1.8.2)

$J^5{}_R=J^5d+J^{51}c_1+J^{52}c_2\,,$

$(J^{15})_R=J^5c_2-J^{51}\alpha+J^{52}\beta_1,\quad (J^{25})_R=J^5c_1+J^{51}\beta_2-J^{52}\alpha,$

$(J^{35})_R=I\,J^{35},\ (J^{45})_R=I\,J^{45},\quad I=(\rho_0{}^2+\rho_1{}^2+\rho_2{}^2+\rho_3{}^2)$ (1.8.3)

$(J^{12})_R=J^1c_2+J^2c_1+J^{12}d,\qquad (J^{13})_R=J^3c_2-J^{31}\alpha+J^{32}\beta_1$

ISSN 1512-1461

$(J^{23})_R = J^3 c_1 + J^{31}\beta_2 - J^{32}\alpha$, $\quad (J^{14})_R = J^4 c_2 - J^{41}\alpha + J^{42}\beta_1$

$(J^{24})_R = J^4 c_1 + J^{41}\beta_2 - J^{42}\alpha$, $\quad (J^{34})_R = I J^{34}$ (1.8.4)

Так как

$\gamma_n = -\gamma^n$., $\gamma_4 = \gamma^4$, $\gamma_n{}^R = -\gamma^n{}_R$., $\gamma_4{}^R = \gamma^4{}_R$, (1.8.5)

то для контрвариантных компонент $J^\mu{}_R$, $J^{\mu\nu}{}_R$ токов получаем

$J_{n\,R} = (\Psi\hat{}\ S_0{}^L \gamma_n S_0{}^R \Psi) = -(\Psi\hat{}\ S_0{}^L \gamma^n S_0{}^R \Psi) = -J^n{}_R$

$J_{4\,R} = (\Psi\hat{}\ S_0{}^L \gamma_4 S_0{}^R \Psi) = (\Psi\hat{}\ S_0{}^L \gamma^4 S_0{}^R \Psi) = J^4{}_R$ (1.8.6)

Аналогично, имеем для эрмитово сопряженных токов

$J^{\mu+} = J_\mu$, $J^{n+} = -J^+{}_n = J_n$, $J^{4+} = J^+{}_4 = J_4$, (1.8.7)

Так как топологическое преобразование алгебру γ^μ величин не меняет, то соотношения(1. 3.2) и (1.7.1) сохраняются и для $J_\mu{}^R$, $J^\mu{}_R$ токов.

\$9.Топологическое L-преобразование тензоров γ^μ и $(\gamma^\mu\gamma^\nu)$

П1. Топологические L-векторы $\gamma^\mu{}_L$

Как уже было сказано, топологическое L-преобразование векторов γ^μ имеет вид

$S^R \gamma_\mu S^L = \gamma_\mu{}^L$. (1.9.1)

Алгебра $\gamma_\mu{}^L$ гиперкомплексных чисел совпадает с алгеброй γ_μ величин

$\gamma_\mu{}^L \gamma_\nu{}^L + \gamma_\nu{}^L \gamma_\mu{}^L = S^R(\gamma_\mu\gamma_\nu + \gamma_\nu\gamma_\mu) S^L = 2g_{\mu\nu}$ (1.9.2)

Т.е. топологическое L-преобразование вектора γ_μ алгебру γ_μ величин не меняет.

Вид $\gamma_\mu{}^L$ величин можно установить прямым вычислением. Например, для $\gamma^1{}_L$ имеем

$\gamma^1{}_L = S^R\gamma^1 S^L = (\rho_0 + \gamma^1\rho_1 + \gamma^2\rho_2 + \gamma^1\gamma^2\rho_3)\,\gamma^1(\rho_0 - \gamma^1\rho_1 - \gamma^2\rho_2 - \gamma^1\gamma^2\rho_3)$

После перемножения получаем

$\gamma^1{}_L = \gamma^1(\rho_0{}^2 - \rho_3{}^2) + \gamma^2\, 2(\rho_1{}^2 - \rho_0\rho_3) + \gamma^1\gamma^2 2\rho_1(\rho_3 + \rho_0)$ (1.9.3)

Аналогично находим

$\gamma^1{}_L = \gamma^1(\rho_0{}^2 - \rho_3{}^2) + \gamma^2\, 2(\rho_1{}^2 + \rho_0\rho_3) + \gamma^1\gamma^2\, 2\rho_1(-\rho_3 + \rho_0)$

$\gamma^2{}_L` = \gamma^2(\rho_0{}^2 - \rho_3{}^2) + \gamma^1\, 2(\rho_1{}^2 - \rho_0\rho_3) + \gamma^1\gamma^2\, 2\rho_1(\rho_3 + \rho_0)$

$\gamma^3{}_L = \gamma^3(\rho_0{}^2 + \rho_3{}^2 - 2\rho_1) - \gamma^3\gamma^1\, 2\rho_1(-\rho_3 + \rho_0) - \gamma^3\gamma^2\, 2\rho_1(\rho_3 + \rho_0)$

$\gamma^4{}_L = \gamma^4(\rho_0{}^2 + \rho_3{}^2 - 2\rho_1) - \gamma^4\gamma^1\, 2\rho_1(-\rho_3 + \rho_0) - \gamma^4\gamma^2\, 2\rho_1(\rho_3 + \rho_0)$

ISSN 1512-1461

$` = \{(\rho_0{}^2+\rho_3{}^2 -2\rho_1)+\gamma^1 2\rho_1(-\rho_3+\rho_0)+\gamma^2 2\rho_1(\rho_3+\rho_0)\}\gamma^4$

$\gamma^5{}_L = \gamma^5(\rho_0{}^2+\rho_3{}^2 -2\rho_1)+\gamma^5\gamma^1 2\rho_1(-\rho_3+\rho_0)+\gamma^5\gamma^2 2\rho_1(\rho_3+\rho_0)$

$` = \{(\rho_0{}^2+\rho_3{}^2 -2\rho_1)-\gamma^1 2\rho_1(-\rho_3+\rho_0)+\gamma^2 2\rho_1(\rho_3+\rho_0)\}\gamma^5$ (1.9.4)

Или в виде

$\gamma^1{}_L = \gamma^1\alpha+\gamma^2\beta_1+\gamma^1\gamma^2 c_2,\quad \gamma^2{}_L = \gamma^2\alpha+\gamma^1\beta_2+\gamma^1\gamma^2 c_1$

$\gamma^3{}_L = \gamma^3 d+\gamma^3\gamma^1 c_2-\gamma^3\gamma^2 c_1 = \{d-\gamma^1 c_2+\gamma^2 c_1\}\gamma^3$

$\gamma^4{}_L = \gamma^4 d+\gamma^4\gamma^1 c_2-\gamma^4\gamma^2 c_1 = \{d-\gamma^1 c_2+\gamma^2 c_1\}\gamma^4$

$\gamma^5{}_L = \gamma^5 d+\gamma^5\gamma^1 c_2-\gamma^5\gamma^2 c_1 ` = \{d-\gamma^1 c_2+\gamma^2 c_1\}\gamma^5$ (1.9.5)

П2. Топологические L-тензоры $(\gamma^\mu\gamma^\nu)_{\mu\neq\nu}$.

Как уже было сказано, топологическое L-преобразование тензоров $(\gamma^\mu\gamma^\nu)$, $\mu\neq\nu$ имеет вид

$(\gamma^\mu\gamma^\nu)_L{}' = S^R\gamma^\mu\gamma^\nu S^L = S^R\gamma^\mu S^L S^R\gamma^\nu S^L = \gamma^\mu{}_L\gamma^\nu{}_L$ (1.9.6)

В результате вычисления получаем

$(\gamma^1\gamma^2)_L = \gamma^1 2\rho_1(\rho_3+\rho_0)+\gamma^2 2\rho_1(\rho_3-\rho_0)+\gamma^1\gamma^2(\rho_0{}^2+\rho_3{}^2 -2\rho_1)$

$(\gamma^1\gamma^3)_L = -\gamma^3 2\rho_1(\rho_3+\rho_0)+\gamma^1\gamma^3(-\rho_3{}^2+\rho_0{}^2)+\gamma^3\gamma^2 2(-\rho_1{}^2+\rho_0\rho_3)$

$(\gamma^1\gamma^4)_L = -\gamma^4 2\rho_1(\rho_3+\rho_0)+\gamma^1\gamma^4(-\rho_3{}^2+\rho_0{}^2)+\gamma^2\gamma^4 2(-\rho_1{}^2+\rho_0\rho_3)$

$(\gamma^1\gamma^5)_L = -\gamma^5 2\rho_1(\rho_3+\rho_0)+\gamma^1\gamma^5(-\rho_3{}^2+\rho_0{}^2)+\gamma^2\gamma^5 2(-\rho_1{}^2+\rho_0\rho_3)$

$(\gamma^2\gamma^3)_L = \gamma^3 2\rho_1(\rho_3-\rho_0)-\gamma^1\gamma^3 2(\rho_1{}^2+\rho_0\rho_3)+\gamma^2\gamma^3(-\rho_3{}^2+\rho_0{}^2)$

$(\gamma^2\gamma^4)_L = \gamma^4 2\rho_1(\rho_3-\rho_0)-\gamma^1\gamma^4 2(\rho_1{}^2+\rho_0\rho_3)-\gamma^2\gamma^4(-\rho_3{}^2+\rho_0{}^2)$

$(\gamma^2\gamma^5)_L = \gamma^5 2\rho_1(\rho_3-\rho_0)-\gamma^1\gamma^5\gamma^1 2(\rho_1{}^2+\rho_0\rho_3)-\gamma^2\gamma^5(-\rho_3{}^2+\rho_0{}^2)$

$(\gamma^3\gamma^4)_L = (\rho_0{}^2+\rho_1{}^2+\rho_2{}^2+\rho_3{}^2)\gamma^3\gamma^4$. $(\gamma^3\gamma^5)_L = (\rho_0{}^2+\rho_1{}^2+\rho_2{}^2+\rho_3{}^2)\gamma^3\gamma^5$

$(\gamma^4\gamma^5)_L = (\rho_0{}^2+\rho_1{}^2++\rho_2{}^2+\rho_3{}^2)\gamma^4\gamma^5$ (1.9.7)

Или в виде

$(\gamma^1\gamma^5)_L = \gamma^5(-c_1-\gamma^1\alpha+\gamma^2\beta_2),\quad (\gamma^2\gamma^5)_L = \gamma^5(c_2+\gamma^1\beta_1-\gamma^2\alpha)$

$(\gamma^3\gamma^5)_L = (\rho_0{}^2+\rho_1{}^2+\rho_2{}^2+\rho_3{}^2)\gamma^3\gamma^5$, $(\gamma^4\gamma^5)_L = (\rho_0{}^2+\rho_1{}^2+\rho_2{}^2+\rho_3{}^2)\gamma^4\gamma^5$, (1.9.8)

$(\gamma^1\gamma^2)_L = \underline{\gamma^1 c_1}+\gamma^2 c_2+\gamma^1\gamma^2 d,\qquad (\gamma^1\gamma^3)_L = \gamma^3(-c_1-\gamma^1\alpha+\gamma^2\beta_2) = \gamma^3 q_3,$

ISSN 1512-1461

$(\gamma^1\gamma^4)_L=\gamma^4(-c_1-\gamma^1\alpha+\gamma^2\beta_2)=\gamma^4 q_3,$ $\quad(\gamma^2\gamma^3)_L=\gamma^3(c_2+\gamma^1\beta_1-\gamma^2\alpha)=\gamma^3 q_4,$

$(\gamma^2\gamma^4)=\gamma^4(c_2+\gamma^1\beta_1-\gamma^2\alpha)=\gamma^4 q_4,$ $\quad(\gamma^3\gamma^4)_L=(\rho_0{}^2+\rho_1{}^2+\rho_2{}^2+\rho_3{}^2)\gamma^3\gamma^4$, (1.9.9)

$q_3=(-c_1-\gamma^1\alpha+\gamma^2\beta_2).,\ q_4=(c_2+\gamma^1\beta_1-\gamma^2\alpha)$ (1.9.10)

$10. Топологическое L-преобразование токов J^μ и $J^{\mu\nu}$

П1. Топологические L-токи $J^\mu{}_R$, $J^{\mu\nu}{}_R$

Переходя от гиперкомплексных чисел Дирака $\{\gamma^\mu\gamma^\nu\}$к токам$\{J^{\mu\nu}\}$получаем, например, для $J^\mu{}_L$

$J^1{}_L=J^1\alpha+J^2\beta_1+J^{12}c_2,\quad J^2{}_L{}^{`}=J^2\alpha+J^1\beta_2+J^{12}c_1$

$J^3{}_L=J^3 d+J^{31}c_2-J^{32}c_1,\quad J^4{}_L=J^4 d+J^{41}c_2-J^{42}c_1$ (1.10.1)

П2. Топологические L-токи $J_\mu{}^L$, $J_{\mu\nu}{}^L$

Рассмотрим контрвариантные компоненты $J^\mu{}_L$, $J^{\mu\nu}{}_L$ токов.

Так как имеем $\gamma_n=-\gamma^n$, $\gamma_4=\gamma^4$, то для контрвариантных компонент $J^\mu{}_L$, $J^{\mu\nu}{}_L$ токов получаем

$J_n{}^L=-J^n{}_L$, $J_4{}^L=J^4{}_L$, $J_n{}^L=-J^n{}_L$, $J_4{}^L=J^4{}_L$ (1.10.2)

Аналогично имеем и для эрмитово сопряженных токов - J^+

$J^{\mu+}=J_\mu$, $J^{n+}=-J^+{}_n=J_n$, $J^{4+}=J^+{}_4=J_4$, (1.10.3)

$11. Топологически симметричные и несимметричные векторы $(\gamma^\mu{}_T)^s$, $(\gamma^\mu{}_T)^{as}$ и тензоры $(\Delta_T{}^{\mu\nu})^s$, $(\Delta_T{}^{\mu\nu})^{as}$

Выражения R-токов и L-токов или R-тензоров и L-тензоров не являются идентичными. Соответственно, разность R-токов и L-токов или разность R-тензоров и L-тензоров отличается от нуля. Введем обозначения

$(\gamma^\mu{}_T)_s=(1/2)(\gamma^\mu{}_L+\gamma^\mu{}_R),$ $\quad(\gamma^\mu{}_T)^{as}=(\gamma^\mu{}_L-\gamma^\mu{}_R)$ (1.11.1)

$(\Delta_T{}^{\mu\nu})_s=(1/2)(\gamma^\mu{}_L\gamma^\nu{}_L+\gamma^\mu{}_R\gamma^\nu{}_R),$ $\quad(\Delta_T{}^{\mu\nu})^{as}=(\gamma^\mu{}_L\gamma^\nu{}_L-\gamma^\mu{}_R\gamma^\nu{}_R)$ (1.11.2)

Назовём $(\gamma^\mu{}_T)^s$ и $(\gamma^\mu{}_T)^{as}$ топологически симметричным и несимметричным (антисимметричным) векторами, $(\Delta_T{}^{\mu\nu})^s$ и $(\Delta_T{}^{\mu\nu})^{as}$ –топологически симметричным и несимметричным тензорами. Появление в системе топологически несимметричного вектора $(\gamma^\mu{}_T)^{as}$ и тензора $\Delta_T{}^{\mu\nu}$ можно рассмотреть как указание на существование в системе топологического несимметричного взаимодействия.

П1. Топологически симметричные векторы $(\gamma^\mu{}_T)_s$

$\gamma^1{}_{TS}=\alpha\gamma^1+(1/2)(\beta_1+\beta_2)\gamma^2+(1/2)(c_1+c_2)\gamma^1\gamma^2$

ISSN 1512-1461

$\gamma^{2}{}_{TS}= \alpha\, \gamma^2 +(1/2)(\beta_1+ \beta_2)\, \gamma^1 +(1/2)(c_1+ c_2)\, \gamma^1 \gamma^2$

$\gamma^{3}{}_{TS}= d\, \gamma^3 +(1/2)(\beta_1+ \beta_2)\, \gamma^3\gamma^1 +(1/2)(- c_1+ c_2)\, \gamma^3 \gamma^2$

$\gamma^{4}{}_{TS}= d\, \gamma^4 +(1/2)(c_1+ c_2)\, \gamma^4\gamma^1 +(1/2)(-c_1+ c_2)\, \gamma^4 \gamma^2$ (1.11.3)

П2.Топологически симметричные псевдовектры $(\gamma^{\mu} \gamma^{5})_T{}^{s}$

$(\gamma^5)_T{}^{s}= d\, \gamma^5 -(1/2)(c_1+ c_2)\, \gamma^1\gamma^5 +(1/2)(c_1- c_2)\, \gamma^2 \gamma^5$

$(\gamma^1 \gamma^5)_T{}^{s}= [(1/2) (-c_1+ c_2)\, \gamma^5 + \alpha\, \gamma^1\gamma^5 -(1/2)(\beta_1+ \beta_2)\, \gamma^2 \gamma^5]$

$(\gamma^2 \gamma^5)_T{}^{s}= (1/2)(c_1+ c_2)\, \gamma^5-(1/2)(\beta_1+ \beta_2)\, \gamma^1\gamma^5+ \alpha\gamma^2\gamma^5]$

$(\gamma^3 \gamma^5)_T{}^{s}=I(\gamma^3 \gamma^5)$, $(\gamma^4 \gamma^5)_T{}^{s}=I(\gamma^4 \gamma^5)$ (1.11.4)

П3. Топологически симметричные тензоры $(\Delta_T{}^{\mu\nu})^{s}$

$(\Delta_T{}^{12})^s = (\gamma^1 \gamma^2)_S=(1/2)(c_1+ c_2) (\gamma^1+ \gamma^2)+ d\, \gamma^1 \gamma^2$

$(\Delta_T{}^{13})^s =(\gamma^1\gamma^3)_S= (1/2)(-c_1+c_2)\gamma^3- \alpha\, \gamma^3\gamma^1+(1/2)(\beta_1+ \beta_2)\gamma^3\gamma^2$

$(\Delta_T{}^{14})^s =(\gamma^1\gamma^4)_S=(1/2)(-c_1+c_2)\gamma^4- \alpha\, \gamma^4\gamma^1+ (1/2)(\beta_1+ \beta_2)\gamma^3\gamma^2$

$(\Delta_T{}^{15})^s =(\gamma^1\gamma^5)_S=(1/2)(-c_1+c_2)\gamma^5- \alpha\, \gamma^5\gamma^1+(1/2)(\beta_1+ \beta_2)\gamma^5\gamma^2$

$(\Delta_T{}^{23})^s= (\gamma^2\gamma^3)_S=(1/2)(c_1+c_2)\gamma^3+(1/2)(\beta_1+\beta_2)\gamma^3\gamma^1+\alpha\, \gamma^3\gamma^2$ (1.11.5)

$(\Delta_T{}^{24})^s =(\gamma^2\gamma^4)_S=(1/2)(c_1+c_2)\gamma^4+(1/2)(\beta_1+\beta_2)\gamma^4\gamma^1- \alpha\, \gamma^3\gamma^2$

$(\Delta_T{}^{25})^s = (\gamma^2\gamma^5)_S=(1/2)(c_1+c_2)\gamma^5+(1/2)(\beta_1+\beta_2)\gamma^5\gamma^1- \alpha\, \gamma^5\gamma^2$

П4. Топологически несимметричные векторы $(\gamma^{\mu}{}_T)^{as}$

$(\gamma^1{}_T)^{as} = [(\beta_1- \beta_2)+(c_2 - c_1)\, \gamma^1]\, \gamma^2$, $(\gamma^2{}_T)^{as} = [-(\beta_1- \beta_2)+(c_2 - c_1)\gamma^2]\, \gamma^1$

$(\gamma^3{}_T)^{as} = [(c_1-c_2)\, \gamma^1+(c_1+c_2)\gamma^2]\, \gamma^3$, $(\gamma^4{}_T)^{as} = [(c_1-c_2)\, \gamma^1+(c_1+c_2)\gamma^2]\, \gamma^4$

$(\gamma^5{}_T)^{as} = 0 +(-c_1+c_2)\, \gamma^1 \gamma^5+(c_1+c_2)\gamma^2 \gamma^5$, $(\gamma^1 \gamma^5)_T{}^{as} =(c_1+c_2)\gamma^5 +0 +(-\beta_1+ \beta_2)\gamma^2 \gamma^5$

$(\gamma^2 \gamma^5)_T{}^{as}= (c_1-c_2)\gamma^5 +(\beta_1- \beta_2)\gamma^1 \gamma^5+0$, $(\gamma^3 \gamma^5)_T{}^{as}=0)$. $(\gamma^4 \gamma^5)_T{}^{as}=0$, (1.11.6)

П5.Топологически несимметричные тензоры $\Delta_T{}^{\mu\nu}$

$(\Delta_T{}^{\mu\nu})^{as} =(\gamma^{\mu}{}_L\gamma^{\nu}{}_L -\gamma^{\mu}{}_R\gamma^{\nu}{}_R)$,

$(\Delta_T{}^{12})^{as} =((c_1-c_2)(\gamma^1- \gamma^2)$, $(\Delta_T{}^{13})^{as} = [- (c_1+c_2)+(\beta_1- \beta_2)\, \gamma^2]\, \gamma^3$,

$(\Delta_T{}^{14})^{as} = [-(c_1+c_2)+(\beta_1- \beta_2)\, \gamma^2]\gamma^4$, $(\Delta_T{}^{15})^{as} = [-(c_1+c_2)+(\beta_1- \beta_2)\, \gamma^2]\, \gamma^5$,

$(\Delta_T{}^{23})^{as} = [(c_2-c_1)+(\beta_2- \beta_1)\, \gamma^1]\, \gamma^3$, $(\Delta_T{}^{24})^{as} = [(c_2-c_1)+(\beta_2- \beta_1)\, \gamma^1]\, \gamma^4$,

$(\Delta_T{}^{25})^{as} = [(c_2-c_1)+(\beta_2-\beta_1)\gamma^1]\gamma^{5,}$, $(\Delta_T{}^{34})^{as}= 0$, $(\Delta_T{}^{35})^{as} = 0$, $(\Delta_T{}^{45})^{as} = 0$,(1.11.7)

ISSN 1512-1461

$(\beta_1-\beta_2)=4\rho_0\rho_3,$, $(c_2-c_1)=-4\rho_1\rho_0$, $(c_2+c_1)=4\rho_1\rho_3$,

$\alpha=(\rho_0^2-\rho_3^2)$, $\beta_1=2(\rho_1^2+\rho_0\rho_3)$, $\beta_2=2(\rho_1^2-\rho_0\rho_3)$

$d=(\rho_0^2+\rho_3^2-2\rho_1)$, $c_1=2\rho_1(\rho_3+\rho_0)$, $c_2=2\rho_1(\rho_3-\rho_0)$, (1.11.8)

$12.Топологически симметричные и несимметричные векторные и тензорные токи

Переходя от гиперкомплексных чисел Дирака $\{\gamma^\mu\}$ и $\{\gamma^\mu\gamma^\nu\}$ к токам $\{J^\mu\}$ и $\{J^{\mu\nu}\}$, получаем их конкретный вид.

П1.Топологически симметричные векторные токи $J^\mu{}_S$

$J^\mu{}_S=(1/2)(J^\mu{}_R+J^\mu{}_L)$

$J^1{}_S=\alpha J^1+(1/2)(\beta_1+\beta_2)J^2+(1/2)(c_1+c_2)J^{12}$

$J^2{}_S=\alpha J^2+(1/2)(\beta_1+\beta_2)J^1+(1/2)(c_1+c_2)J^{12}$

$J^3{}_S=d\,J^3+(1/2)(\beta_1+\beta_2)J^{31}+(1/2)(-c_1+c_2)J^{32}$

$J^4{}_S=d\,J^4+(1/2)(c_1+c_2)J^{41}+(1/2)(-c_1+c_2)J^{42}$ (1.12.1)

П2. Топологически симметричные псевдоскалярные токи $J_T{}^5{}_S$ и псевдовекторные токи $(J^{\mu5})_{T\,S}$

$(J^5)_T{}^S=d\,\gamma^5-(1/2)(c_1+c_2)\gamma^1\gamma^5+(1/2)(c_1-c_2)\gamma^2\gamma^5$

$(J^{15})_T{}^s=[(1/2)(-c_1+c_2)J^5+\alpha J^{15}-(1/2)(\beta_1+\beta_2)J^{25}]$

$(J^{25})_T{}^s=(1/2)(c_1+c_2)J^5-(1/2)(\beta_1+\beta_2)J^{15}+\alpha J^{25}]$

$(J^{35})_T{}^s=I(J^{35})$, $(J^{45})_T{}^s=I(J^{45})$ (1.12.2)

П3. Топологически симметричные тензорные токи $J^{\mu\nu}{}_S$

$(J^{12})_S=(1/2)(c_1+c_2)(J^1+J^2)+d\,J^{12}$

$(J^{13})_S=(1/2)(-c_1+c_2)J^3-\alpha J^{31}+(1/2)(\beta_1+\beta_2)J^{32}$

$(J^{14})_S=(1/2)(-c_1+c_2)J^4-\alpha J^{41}+)+(1/2)(\beta_1+\beta_2)J^{32}$

$(J^{15})_S=(1/2)(-c_1+c_2)J^5-\alpha J^{51}+)+(1/2)(\beta_1+\beta_2)J^{52}$

$(J^{23})_S=(1/2)(c_1+c_2)J^3+(1/2)(\beta_1+\beta_2)J^{31}+\alpha J^{32}$

$(J^{24})_S=(1/2)(c_1+c_2)J^4+(1/2)(\beta_1+\beta_2)J^{41}+)-\alpha J^{32}$

$(J^{25})_S=(1/2)(c_1+c_2)J^5+(1/2)(\beta_1+\beta_2)J^{51}+)-\alpha J^{52}$ (1.12.3)

П4. Топологически несимметричные векторные токи $(J_T{}^\mu)^{a\,s}$

ISSN 1512-1461

$(J_T^{1})^{as}=[(\beta_1-\beta_2)J^2+(c_2-c_1)J^{12}]$, $(J_T^{\ 2})^{as}=[-(\beta_1-\beta_2)J^1+(c_2-c_1)J^{21}]$

$(J_T^{3})^{as}=[(c_1-c_2)J^{13}+(c_1+c_2)J^{23}]$, $(J_T^{4})^{as}=[(c_1-c_2)J^{14}+(c_1+c_2)J^{24}]$, (1.12.4)

П5. Топологически несимметричные псевдовекторные токи $(J^5{}_T)^{as}$ и $(J^{\mu 5}{}_T)^{as}$

$(J_T^{\ 5})^{as}=[(c_1-c_2)\gamma^{15}+(c_1+c_2)\gamma^{25}]$, $(J^{\ 5}{}_T)^{as}=(c_1-c_2)J^{15}+(c_1+c_2)J^{25}$

$(J^{\ 15})_T^{\ as}=(c_1+c_2)J^{\ 5}+(-\beta_1+\beta_2)J^{2\ 5}$, $(J^{2\ 5})_T^{\ as}=(c_1-c_2)J^{\ 5}+(\beta_1-\beta_2)J^{15}$

$(J^{\ 35})_T^{\ as}=0$. $(J^{\ 4\ 5})_T^{\ as}=0$ (1.12.5)

П6. Топологически несимметричные тензорные токи $(J^{\mu\nu})_T^{\ as}$

$(J^{\ 12})_T^{\ as}=(c_1-c_2)(J^{\ 1}-J^{\ 2})$, $(J^{\ 13})_T^{\ as}=[-(c_1+c_2)J^3+(\beta_1-\beta_2)J^{\ 23}]$

$(J^{\ 14})_T^{\ as}=[-(c_1+c_2)J^4+(\beta_1-\beta_2)J^{\ 24}]$, $(J^{\ 15})_T^{\ as}=[-(c_1+c_2)J^5+(\beta_1-\beta_2)J^{\ 25}]$

$(J^{23})_T^{\ as}=[(c_2-c_1)J^3+(\beta_2-\beta_1)J^{13}]$, $(J^{24})_T^{\ as}=[(c_2-c_1)J^4+(\beta_2-\beta_1)J^{14}]$

$(J^{25})_T^{\ as}=[(c_2-c_1)J^5+(\beta_2-\beta_1)J^{15}]$, $(J^{34})_T^{\ as}=\Delta_T(J^{35})=\Delta_T(J^{45})=0$,

Приложение топологического взаимодействия в физике

В качестве кокретных примеров приложения топологического взаимодействия в физике рассмотрим интерференцию электронов на двух щелях, явление сверхпроводимости, ассимметрию живых макромолекул и безразмерные константы топологического преобразования.

Глава 6. Приложение топологического взаимодействия в физике.

\$1. Интерференция электронов на двух щелях.[6]

В трехмерном пространстве (XYZ) вокруг точки "0" построим сферу радиуса R Проведем через точку 0 горизонтальную плоскость Z=0 (лежащую в плоскости листа бумаги) и на ней, с центром в точке "0" построим ортогональную систему координат (X0Y). Один из диаметров круга совместим с осью Y (с направлением "снизу" "вверх"), второй - с осью X (с направлением "слева" "направо"). Точки пересечения Y с поверхностью сферы обозначим: нижнюю точку через A и верхнюю через B. Точки пересечения X с поверхностью сферы слева через F_2 , справа через F_1 . На оси X проведем горизонтальную плоскость Y =0, ортогональную к плоскости (X0Z). Непрерывный источник электронов поместим в точке A, в качестве экрана рассмотрим плоскость Y в точке B. В качестве перегородки для электронов будем считать плоскость Y =0 . В перегородке Y =0 в точках F_2 и F_1 сделаем щели. Направление (0 F_1) будет положительным направлением по оси X, аналогично направление (0 B) будет положительным направлением по оси Y. В качестве точки наблюдения в плоскости Y= B рассмотрим точку(x_1 R). При этом F_2 и F_1 будут иметь координаты (-R, 0) и (R, 0) соответственно. Электроны, излученные источником в точке A с координатами (0,-R) при своем движении до экрана будут проходить щели F_1 и F соответственно. Фазы S^R и S^L электронов при достижении экрана будут существенно зависеть от характера их

ISSN 1512-1461

взаимодействия со стенками перегородки в щели. Для того,чтобы снять эту неопределенность, примем, что принцип Гюйгенса- Френеля из оптики справедлив и в случае электронов. В этом случае щели F_1 и F_2 можно рассмотреть как когерентные источники излучения электронов.Тогда в выбранной точке на экране следует сложить токи только от источников F_1 и F_2. Обозначим их как $J^n_{(1)}$ и $J^n_{(2)}$, n=1,2. Обозначим проекции F_1 и F_2 на экране через F^+_1 и F^+_2 с координатами (R,R) и (-R R) соответственно. Теперь исходной точкой, где задаются волновые функции электрона и начинается движение электрона в сторону точки наблюдения, на экране будут $F_1(R,0)$ и $F_2(-R,0)$ соответственно. Если точка наблюдения на экране лежит между F^+_1 и F^+_2 ,то токи электронов от первой щели $F_1(R,0)$ в сторону точки наблюдения будут левыми (против часовой стрелки), L-токами.Токи электронов от второй щели $F_2(-R,0)$ будут правыми (по часовой стрелке), R-токами.

Электрон от точки $F_1(R,0)$ до точки наблюдения (x_1 R) проходит по оси 0y расстояние R и приобретёт фазу $(i\gamma^2 R)/\lambda_d)$, по оси 0x - расстояние R,- x_1 и приобретёт фазу $-(i\gamma^1 (R,-x_1)/\lambda_d)$. От $F_2(-R,0)$ электрон до точки наблюдения (x_1 R) проходит по оси 0y растояние R и приобретёт фазу $(i\gamma^2 R)/\lambda_d)$; по оси 0x растояние (R+ x_1) и приобретёт фазу $(i\gamma^1(R+x_1)/\lambda_d)$.Таким образом, для операторов преобразования $S^L_{(1)} = S^L$ и $S^R_{(2)} = S^R$ получаем

$$S^L=\exp(i\gamma^2 R/\lambda_d)\exp((i\gamma^1(x_1-R)/\lambda_d)),\ \ S^{L*}=\exp(-i\gamma^1(x_1-R)/\lambda_d)\exp(-i\gamma^2 R/\lambda_d),\ (6.1.1)$$

$$S^R{}_{)}= \exp(i\gamma^2 R/\lambda_d)\exp(i\gamma^1(x_1+R)/\lambda_d),\ \ S^{R\,*}=\exp(-i\gamma^1(x_1+R)/\lambda_d)\exp(-i\gamma^2 R/\lambda_d),\ (6.1.3)$$

При этом имеем

$$\Psi_{(1)}{'}= S_{(1)}\Psi, \quad \Psi_{(1)}{^\wedge}{'}=\Psi^+ S_{(1)}{}^+\gamma_4= \Psi^+\gamma_4 S_{(1)}{}^* =\Psi^\wedge S_{(1)}{}^*$$

$$\Psi_{(2)}{'}= S_{(2)} \Psi, \quad \Psi_{(2)}{^\wedge}{'}= \Psi^+S_{(2)}{}^+\gamma_4 =\Psi^+\gamma_4 S_{(2)}{}^* = \Psi^\wedge S_{(2)}{}^*$$

$$S_{(1)}{}^*= \gamma_4 S_{(1)}{}^+\gamma_4 ,\ \ S_{(2)}{}^*= \gamma_4 S_{(2)}{}^+\gamma_4 \qquad (6.1.5)$$

Токи от первой - $F_1(R,0)$ - щели

$$J^n{}_{(1)}=(\Psi^\wedge S_{(1)}{}^*\gamma^n S_{(1)} \Psi)= (\Psi^\wedge\gamma^n{}_{(1)}\Psi), \quad \gamma^n{}_{(1)} = S_{(1)}{}^*\gamma^n S_{(1} = \gamma^n \Omega_{(1)}{}^n \qquad (6.1.6)$$

Ток от второй - $F_2(-R,0)$ - щели

$$J^n{}_{(2)} =(\Psi^\wedge S_{(2)}{}^*\gamma^n S_{(2)}\Psi)= (\Psi^\wedge\gamma^n{}_{(2)}\Psi), \quad \gamma^n{}_{(2)} = S_{(2)}{}^*\gamma^n S_{(2)} = \gamma^n \Omega_{(2)}{}^n \qquad (6.1.7)$$

где $J_{(1)}= J^L$ и $J_{(2)}= J^R$ токи от F_1 и F_2 щелей соответственно. В случае $\gamma^1{}_{(1)\,)}= \gamma^1{}_L$ имеем:

$$\gamma^1{}_L=\exp(-i\gamma^1(x_1-R)/\lambda_d)\exp(-i\gamma^2 R/\lambda_d)\, \gamma^1\exp(i\gamma^2 R)/\lambda_d)\exp(i\gamma^1(x_1-R)/\lambda_d)=\gamma^1\Omega_{(1)}{}^1,\ (6.1.8)$$

$$\Omega_{(1)}{}^1= \Omega_L{}^1= \exp(-i\gamma^1(x_1-R)/\lambda_d)\exp(i\gamma^2 R/\lambda_d)\ \exp(i\gamma^2 R)/\lambda_d)\exp(i\gamma^1(x_1-R)/\lambda_d),\ \ (6.1.9)$$

В токе, например, в $J^n{}_{(1)}=(\Psi^\wedge S_{(1)}{}^*\gamma^n S_{(1)} \Psi)$, действие оператора $S_{(1)}$ ~~на~~ спинор Ψ сводится к действию γ^n, γ^4 величин на Ψ . Последнее, со своей стороны, сводится к учету уже используемых нами соотношений

$$\gamma^n/ \lambda_d\to k^n, \quad c\ \gamma^4/ \lambda_d\to k^4 \qquad (6.1.10)$$

В результате получаем

$$\Omega_{(1)}{}^1 = \Omega_L{}^1= \exp (- i\ 2k^2 R) \qquad (6.1.11)$$

ISSN 1512-1461

Аналогичо, в случае $\gamma^1{}_{(2)} = \gamma_R{}^1$ имеем

$\gamma^1{}_R = \exp(-i\gamma^1(x_1+R)/\lambda_d)\exp(-i\gamma^2 R/\lambda_d)\gamma^1\exp(i\gamma^2 R/\lambda_d)\exp(i\gamma^1(x_1+R)/\lambda_d)=\gamma^1\Omega_{(2)}{}^1$, (6.1.12)

$\Omega_{(2)}{}^1=\Omega_R{}^1=\exp(-i\gamma^1(x_1+R)/\lambda_d)\exp(i\gamma^2 R/\lambda_d)\ \exp(i\gamma^2 R/\lambda_d)\exp(i\gamma^1(x_1+R)/\lambda_d)$, (6.1.13)

После учета соотношений

$\gamma^n/\lambda_d\to k^n$, с $\gamma^4/\lambda_d\to k^4$

получаем

$\Omega_{(2)}{}^1= \Omega_R{}^1 = \exp\ (i2k^2R\ )$ (6.1.14)

Аналогично имеем и в случае $\gamma^2{}_{(1)} = \gamma^2{}_L$

$\gamma^2{}_L=\exp(-i\gamma^1(x_1-R)/\lambda_d)\exp[-i\gamma^2R/\lambda_d]\ \gamma^2\ \exp(i\gamma^2R)/\lambda_d)\exp(i\gamma^1(x_1-R)\ /\lambda_d)=\gamma^2\ \Omega_{(1)}{}^2$

$\Omega_{(1)}{}^2=\Omega_L{}^2=\exp(i\gamma^1(x_1-R)/\lambda_d)\exp[-i\gamma^2R/\lambda_d]\ \exp(i\gamma^2R)/\lambda_d)\exp(i\gamma^1(x_1-R)\ /\lambda_d)$, (6.1.16)

После учета соотношений

$\gamma^2/\lambda_d\to k^n$, с $\gamma^4/\lambda_d\to k^4$

получаем

$\Omega_{(1)}{}^2= \Omega_L{}^2= \exp2i[\ k^1\ (x_1-R))]$ (6.1.17)

В случае $\gamma^2{}_{(2)}= \gamma^2{}_R$,

$\gamma^2{}_{(2} = \exp(-i\gamma^1(x_1+R)/\lambda_d)\exp(-i\gamma^2R/\lambda_d)\gamma^2\exp(i\gamma^2R/\lambda_d)\exp(i\gamma^1(x_1+R)/\lambda_d)= \gamma^2\ \Omega_{(2)}{}^2$

$\Omega_{(2)}{}^2=\Omega_R{}^2=\exp(i\gamma^1(x_1+R)/\lambda_d)\exp(-i\gamma^2R/\lambda_d)\exp(i\gamma^2R/\lambda_d)\exp(i\gamma^1(x_1+R)/\lambda_d)$, (6.1.19)

После учета соотношений

$\gamma^n/\lambda_d\to k^n$, с $\gamma^4/\lambda_d\to k^4$

получаем

$\Omega_{(2)}{}^2= \Omega_R{}^2 = \exp2i(\ k^1(x_1+R))$ (6.1.20)

Таким образом, имеем

$\Omega_{(1)}{}^1 = \Omega_L{}^1= \exp2\ i\ (\ -k^2R)$, $\quad \Omega_{(1)}{}^2= \Omega_L{}^2= \exp2i[\ +k^1\ (x_1-R))]$

$\Omega_{(2)}{}^1= \Omega_R{}^1 = \exp\ i2(\ +k^2R\ )$, $\quad \Omega_{(2)}{}^2= \Omega_R{}^2 = \exp2i(\ +k^1(x_1+R))$

Теперь для $J_{(1)}= J_L(J_L{}^x= J^1{}_L,\ J_L{}^y= J^2{}_L)$ можно написать

$J^1{}_L = (\Psi^\wedge\gamma^1{}_{(1)}\Psi= \Omega_L{}^1 J_{L0}{}^1$, $\quad J^2{}_L = (\Psi^\wedge\gamma^2{}_{(1)}\Psi= \Omega_L{}^2 J_{L0}{}^2$, (6.1.24)

$(J_L)^2=(J^1{}_L)^2+(J^2{}_L)^2=\Omega_L{}^{1*}\ \Omega_L{}^1(J_{L0}{}^1)^2+\Omega_L{}^{2*}\Omega_L{}^2(J_{L0}{}^2)=$

$=(\ J_{L0}{}^1)^2+(\ J_{L0}{}^2\ )^2$

ISSN 1512-1461

Аналогично имеем и для $J_{(2)} = J_R$, $J_R\ (J_R{}^x = J^1{}_R,\ J_L{}^y = J^2{}_R)$

$J^1{}_{(2)} = J^1{}_R = (\Psi^\wedge\gamma^1{}_{(2)}\Psi = \Omega_R{}^1 J_{R0}{}^1$, $J^2{}_{(2)} = J^2{}_R = (\Psi^\wedge\gamma^2{}_{(21)}\Psi = \Omega_R{}^2 J_{R0}{}^2$,(6.1.25)

$(J_R)^2 = (J^1{}_R)^2 + (J^2{}_R)^2 = \Omega_R{}^{1*}\Omega_R{}^1 (J_{R0}{}^1)^2 + \Omega_R{}^{2*}\Omega_R{}^2 (J_{R0}{}^2)^2 = (J_{R0}{}^1)^2 + (J_{R0}{}^2)^2$

Где $J_L = (J_{L0}{}^1, J_{L0}{}^2)$ и $J_R = (J_{R0}{}^1, J_{R0}{}^2)$ - токи в точке наблюдения. При этом J_L -ток от первой щели, J_R - ток от второй щели.

Если интерференцию электронов сравнить с интерференцией света, то, в случае с интерференцией электронов, аналогом электрического вектора света выступает сила тока и аналогом интенсивности света - квадрат силы тока - как интенсивность электронного потока. Соответственно, детектор в случае электронов должен зафиксировать как длину вектора тока, так и его направление.

Таким образом, для компонент суммарной силы тока в точке наблюдения на экране -(J^x, J^y) имеем

$J^x = J^x{}_L + J^x{}_R = [\Omega_{(1)}{}^1 (J_{L0}{}^1) + \Omega_{(2)}{}^1 (J_{R0}{}^1)]$, $J^y = J^y{}_L + J^y{}_R = [\Omega_{(1)}{}^2 (J_{L0}{}^2) + \Omega_{(2)}{}^2 J_{R0}{}^2)]$

$J^x{}_L = J_L \cos\varphi_L$. $J^y{}_L = J_L \sin\varphi_L$, $J^x{}_R = J_R \cos\varphi_R$, $J^y{}_R = J_R \sin\varphi_R$, (6.1.26)

где φ_L и φ_R - углы, которые составляют с осью (0x) вектора на точку наблюдения от $F_1(R,0)$ и $F_2(-R,0)$ соответственно.

Для интенсивности электронного потока в точке наблюдения на экране получаем

$$|J|^2 = J^{x\,2} + J^{y\,2} = [\Omega_{(1)}{}^1 (J_{L0}{}^1) + \Omega_{(2)}{}^1 (J_{R0}{}^1)]^2 + [\Omega_{(1)}{}^2 (J_{L0}{}^2) + \Omega_{(2)}{}^2 (J_{R0}{}^2)]^2 =$$

$$= (J_L)^2 + (J_R)^2 + (J_{L0}{}^1 J_{R0}{}^1 + J_{L0}{}^2 J_{R0}{}^2) \cos(4k^2R) \qquad (6.1.27)$$

Учитывая (6.1.26), находим

$$|J|^2 = (J_L)^2 + (J_R)^2 + 2J_L J_R \cos(\varphi_L - \varphi_R) \cos(4k^2R) \qquad (6.1.28)$$

$3. Сверхпроводимость.

В системе Ферми-частиц с топологическим R и L взаимодействием можно связать такое специфическое явление как сверхпроводимость.

А) Сверхпроводимость.

В $1 главы 1, при рассмотрении движения электрона в пространстве (2+1)(две пространственные и одна временная координата), было показано, что в двухмерном пространстве траекторией электрона могут быть только прямые линии. Что касается спина электрона, то, поскольку спин электрона не может лежать в плоскости траектории электрона, то два электрона с противоположными спинами могут спариваться и перемещаться по прямой линии как одна безспиновая частица, т.е. электроны в этом случае ведут себя как сверхпроводящие электроны пространства (3+1)(три пространственные и одна временная координата).

ISSN 1512-1461

Рассмотрим слоистый диэлектрик в пространстве (3+1). Если в диэлектрике связи, расположенные вдоль слоев, значительно сильнее, чем связи между слоями, то при снижении температуры диэлектрика, при определенном значении $T=T_к$, связи между слоями вырубаются, а в плоскости слоев эти связи остаются.Соответственно, отдельные слои превращаются в плоскости типа двухмерной плоскости (2+1). В результате при приложении слабого электрического поля вдоль слоев электроны в них, по аналогии с двухмерной плоскостью (2+1), будут спариваться и перемещаться вдоль слоя по прямой линии без столкновеиий, т.е.возникает сверхпроводимость электронов. В пространстве (3+1), при таком движении электронов, энергия системы будет минимальна. Таким образом, в пространстве (3+1) возникновение сверхпроводимости электронов связывается с топологией пространства среды и соответствующего взаимодействия.

B) Симметричные топологические токи $\Delta_т (J^\rho)^s$ в сверхпроводящем кольце .

Рассмотрим сверхпроводящее кольцо, по которому течет сверхпроводящий ток. Движение по кольцу является движением по траектории группы вращения. Топологическое взаимодействие является локальным взаимодействием. Следовательно, топологические токи - локальные токи. Объединение сверхпроводящих топологических локальных токов может произойти, в частности, и таким образом, что в результате возникает движение по кольцу. (Т.е. круг заменяется многоугольником) Однако, токи , соответствующие группе вращения, являются симметричными. Соответственно, в данном случае, несимметричная часть топологического тока должна отсутствовать. Рассмотрим условие отсутствия несимметричной части топологического тока.

Как уже было сказано, токи, полученные в результате топологического преобразования, отличают левый обход от правого обхода. Это значит,что, если эти токи циркулируют в четырехугольнике, то циркулирующие по часовой стрелке т.н. токи $J^\rho{}_R$ и токи $J^\rho{}_L$, циркулирующие против часовой стрелки, отличаются. Для радиальных симметричной и нессиметричной части тока $J_T{}^\rho$ имеем соответственно

$$(J_T{}^\rho)_0{}^s = [(J^1{}_T)_s{}^2 + (J^2{}_T)_s{}^2]^{1/2},\ \ (J_T{}^\rho)_0{}^{as} = [(J^1{}_T)_{as}{}^2 + (J^2{}_T)_{as}{}^2]^{1/2} \qquad (6.3.1)$$

где

$$(J^n{}_T)^s = (1/2)(J^n{}_R + J^n{}_L).\ \ n=1.2.$$

$$(J_T{}^1)_S = \alpha J^1 + (1/2)(\beta_1 + \beta_2) J^2 + (1/2)(c_1 + c_2) J^{12}$$

$$(J_T{}^2)_S = \alpha J^2 + (1/2)(\beta_1 + \beta_2) J^1 + (1/2)(c_1 + c_2) J^{12} \qquad (6.3.2)$$

$$(J^n{}_T)^{as} = (J^n{}_R - J^n{}_L),\ n=1.2.$$

$$(J^1{}_T)^{as} = [(\beta_1 - \beta_2) J^2 + (c_2 - c_1) J^{12}],\ \ (J^2{}_T)^{as} = [-(\beta_1 - \beta_2) J^1 + (c_2 - c_1) J^{21}], \qquad (6.3.3)$$

$$\alpha = (\rho_0{}^2 - \rho_3{}^2), \qquad \beta_1 = 2(\rho_1{}^2 + \rho_0\rho_3), \qquad \beta_2 = 2(\rho_1{}^2 - \rho_0\rho_3)$$

$$d = (\rho_0{}^2 + \rho_3{}^2 - 2\rho_1{}^2),\ c_1 = 2\rho_1(\rho_3 + \rho_0),\ \ c_2 = 2\rho(\rho_3 - \rho_0), \qquad (6.3.1)$$

ISSN 1512-1461

Условие отсутствия несимметричной части топологического тока (6.3.3)

$(J^1{}_T)^{as}=0, \quad (J^2{}_T)^{as}=0,$ (6.3.4)

имеет решение в виде

$\beta_1=\beta_2$, $c_1=c_1$, $\rho_0=1\text{-}2sha_0^4=0$. $sha_0=0.84$., $a_0=0{,}77$

$a_0=(x_0\, k_0)=(x/\lambda_d,)$, x_0 –длина сдвига., $k_0=2п(mc/h)$, $\lambda_d^{-1}=2п(mc/h)$.

$x_0=0{,}77\,\lambda_d=\lambda_d/1{,}298=2\pi\,\lambda_d/8$, $a_0=(x_0\, k_0)=0{,}77=n\,\pi\approx\pi/4$ (6.3.5)

Соответственно, в данном случае, для параметров топологического взаимодействим получаем

$\rho_0=0$, $\rho_3=-0.045$, $\rho_3^2=0{,}002$, $\rho_1=0{,}21$, $\rho_1^2=-0{,}044$, $d=\rho_3^2-2\,\rho_1^2=0{,}133$

$\alpha=-\rho_3^2=-0{,}002$ $\beta_1=\beta_2=2\rho_1^2=-0{,}088$, $c_1=c_2=2\rho_1\rho_3=-i\,4{,}2*10^{-4}$ (6.3.6)

C). Несимметричные топологические токи $(J^\mu{}_T)^{as}$ в сверхпроводящем кольце

Рассмотрим сверхп роводящее кольцо, по которому течет сверхпроводящий ток. Если кольцо сжимать в точку, то, поскольку в центре свехпроводящего кольца отсутствует полюс, опять получаем сверхпроводящую среду. В этом случае ток в кольце реализует движение по траектории группы вращения. Назовем такое кольцо кольцом N1. Рассмотрим теперь сверхпроводящее колцо N2, в центре которого по направлению нормали к плоскости кольца проходит не-проводник (или не-сверхпроводник). Если кольцо N2 начать сжимать, то, поскольку теперь в центре кольца имеется полюс, то сжать кольцо в точку уже нельзя. В таком случае токи в кольце N2 будут отличаться от токов кольца N1. Это отличие выразится в том, что требование $(J^n{}_T)^{as}=0$, n=1,2 теперь будет отсутствовать, и токи в кольце N2 будут содержать как симметричную $(J_T{}^\rho)_0{}^s$, так и несимметричную $(J_T{}^\rho)_0{}^{as}$ части топологического тока. Соответсвенно, токи кольца N1 не отличают левые и правые токи, а токи кольца N2 отличают левые токи от правых токов. Этот эффект можно проверить экспеиментально.

$4. Асимметрия живых макромолекул

П1. Живые макромолекулы[6]

Макромолекулы живой природы - ассиметричные структуры. Живые аминокисоты имеют L-симметрию (вращают плоскость поляризации света против часовой стрелки) Живые сахары имеют R-симметрию (плоскость поляризации света вращают по часовой стрелке). В процессе получения аминокисот или сахаров путем химической реакции возникает т.н. рацемат, т.е.система, в которой обе симметрии R и L представлены в равной интенсивности. Однако природа смогла каким-то образом из указанного рацемата выделить нужную ассиметрию,в частности, биологические аминокисоты с L-симметрией, сахара с R-симметрией. Мы предполагаем,что за возникновение живых макромолекул – т.е. за способность выделить нужную ассиметрию из рацемата - ответственным является топологическое взаимодействие.

Живая макромолекула - линейная цепочка, образованная благодаря ковалентной (сильной) связи. Энергия связи вдоль макромолекулы в этом случае порядка 3 эв. Взаимодействие с окружающей средой реализуется, в основном, ионами со слабой связью (водородные связи с энергией порядка 0,1 эв). Так как энергия связи вдоль цепочки на два порядка силнее, чем энергия связи со средой, можно принять,что такая цепочка, в определенном приближении,

ISSN 1512-1461

реализует одномерное пространство. Тогда в такой цепочке работает только группа сдвига и имеются токи только второго рода. Соответственно, электрон может перемещаться вдоль линии без столкновения в паре с другим электроном с противоположным направлением спина.Система электронов может двигаться как цепочка попарно связанных электронов.Такм образом, топологические токи будут носить характер сверхпроводящих токов. При таком движении электронов в макромолекуле энергия системы (макромолекулы) будет минимальна.При этом в аминокислоте циркулируют J^L токи, в сахарах - J^R токи. Природа асимметрии этих токов предопределена характером распределения электрических и магнитных моментов внутри линейной цепочки.

П2.Топологические взаимодействия как произведения топологического тензора тока и тензора напряжения электромагнитого поля.

Если топологическое взаимодействие в живой макромолекуле рассмотреть как произведение топологического тензора тока и тензора напряжения электромагнитого поля, то гамильтониан рассматриваемой системы может быть двух типов: А) Как произведение топологического вектора тока на потенциал электромагнитого поля и В) Как произведение топологического тензора тока и тензора напряжения электромагнитого поля D_{nm}.

А) Топологические взаимодействия как произведения топологического вектора тока$(J^n{}_T)^{as}$ и потенциала A_n, n=1,2,3, электромагнитого поля

Так как гамильтониан взаимодействия процесса в данном случае должен быть ассиметричным, то, если его представить, как произведение топологического вектора тока на потенциал электромагнитого поля A_n , n=1,2,3, то топологический вектор тока должен быть вектором асимметричного тока.

$(J^n{}_T)^{as} = (J^n{}_L - J^n{}_R)$, n=1.2.3

$(J^1{}_T)^{as} =[(\beta_1- \beta_2) J^2+(c_2—c_1) J^{12}]$, $(J^2{}_T)^{as} = [-(\beta_1- \beta_2) J^1+(c_2—c_1) J^{21}]$

$(J^3{}_T)^{as} = [(c_1-c_2) J^{13}+(c_1+c_2) J^{23}]$ (6.4.1)

Соответствующий гамильтониан топологического взаимодействия будет

$H_1=(J^n{}_T)^{as} A_n = (J^n{}_L - J^n{}_R) A_n$, n=1.2.3 (6.4.2)

При этом, когда $H_1>0$, возникают L-изомеры (например, аминокислоты)

когда $H_1<0$, возникают R-изомеры (например, сахара)

В) Топологические взаимодействия как произведения топологического тензора тока и тензора напряжения электромагнитого поля D_{nm}.

Если гамильтониан топологического взаимодействия процесса представлен как произведение топологического тензора тока на тензор электромагнитого поля D_{nm} , то топологический тензор тока должны быть асимметричным

$\Delta_T(J^{nm})^{as}= (J^{nm}{}_R- J^{nm}{}_L)$, n.,m= 1,2.3

$\Delta_T (J^{12})^{as} = (c_1—c_2)(J^1- J^2)$, $\Delta_T (J^{13})^{as} = [\underline{- (c_1+c_2) J^3} +(\beta_1- \beta_2) J^{23}]$

ISSN 1512-1461

$\Delta_T (J^{23})^{a\,s} = [(c_2\text{-}c_1) J^3 +(\beta_2\text{-} \beta_1) J^{13}]$ (6.4.3)

Соответствующий гамильтониан топологического взаимодействия будет

$H_2= \Delta_T(J^{nm})^{a\,s} D_{nm}=(J^{nm}{}_R\text{-} J^{nm}{}_L) D_{nm}$, n=1.2.3 (6.4.4)

При этом

когда $H_2>0$, возникают R-изомеры (например, сахара)

когда $H_2<0$ возникают L-изомеры (например, аминокислоты)

$5. Безразмерные константы взаимодействия и топологического преобразования

П1. Безразмерные константы взаимодействия

В формализме топологического взаимодействия полюс рассматривается как частица-спинор. Рассмотрим указанную частицу-спинор согласно нелинейной спинорной теории эллементарных частиц Иваненко–Гейзенберга с нелинейным лагранжианом [7]

$L= (1/2)\{ \partial_\mu\psi(x)^\wedge i\gamma^\mu \psi(x) - \psi(x)^\wedge i\gamma^\mu \partial_\mu \psi(x) – l^2(\psi(x)^\wedge\psi(x))^2\}=$

$=(1/2)\{ (\psi(x)^\wedge D) \psi(x) - \psi(x)^\wedge(D \psi(x))+ l^2(\psi(x)^\wedge\psi(x))\}$, (6.5.1)

При этом для уравнения поля получаем

$(D \psi(x)) = (i\gamma^\mu \partial_\mu + l^2(\psi(x)^\wedge\psi(x))) \psi(x) =0$, $\partial_\mu\psi(\sigma) =-ik_\mu \psi(\sigma)$

$(\psi(x)^\wedge D) = (\partial_\mu i\gamma^\mu - l^2(\psi(^x)^\wedge\psi(x))) =0$, $\psi(x)^\wedge =\psi(x)^+ i\gamma^4$ (6.5.2)

Решениия будем искать в виде

$\psi(x)=a(s, \varepsilon) \exp(i\sigma)$, $\psi(x)^\wedge=a(s, \varepsilon)^\wedge \exp(-i\sigma)$,

$\sigma=k_\mu x^\mu =\omega t - k x$, $\partial_\mu\psi(\sigma) =ik_\mu \psi(\sigma)$, $\partial_\mu\psi(\sigma)^\wedge =-ik_\mu\psi(\sigma)^\wedge$ (6.5.3)

и находим

$(\gamma^\mu k_\mu - l^2(a^\wedge a)) a =0$, $k_\mu k^\mu = \omega^2 - k^2= \tilde{k}_0{}^2$, $\tilde{k}_0= l^2(a^\wedge a)$, $c=\hbar=1$, (6.5.4)

Для тензора энергии ипульса нелинейного поля получаем

$T^{44} =(1/2)\{\partial_4\psi(x)^\wedge i\gamma^4\psi(x)\text{-}\psi(x)^\wedge i\gamma^4\partial_4\psi(x)–l^2(\psi(x)^\wedge\psi(x))^2 \delta^{44}\}$

И в случае полученных решений для энергии находим

$E=\int T^{44}dv=\{ \omega\text{-}(1/2)l^2(a^\wedge a)^2 /(a^\wedge\gamma^4a)\}(a^\wedge\gamma^4a)\}L^3$ (6.5.5)

Амрлитуды $a^\wedge$, a будем нормировать согласно соотношения[3]

$(a^\wedge \gamma^\mu a)= (k^\mu / \tilde{k}_0) (a^\wedge a)$, $(a^\wedge a)= (a^\wedge \gamma^4a) (\tilde{k}_0/ k^4)$, (6.5.7)

С другой стороны, согласно(6.5.4) и (6.5.5)имеем

ISSN 1512-1461

$(a\hat{}\ a)=\tilde{k}_0\, l^{-2}$, $(a\hat{}\ \gamma^4 a)L^3=N$, $\omega= Nl^2 L^{-3}$ (6.5.8)

где N - числа частиц. Тогда из (6.5.7) и (6.5.8) следует

$E= \omega\ \{ 1-(1/2)\ (\tilde{k}_0/ \omega)^2\}N=(1/2)\ \omega\{1+(k / \omega)^2\}N$, (6.5.10)

В случае одной частицы (N =1)имеем

$E_1= (1/2)\ \omega_1\{1+(k / \omega_1)^2\}$, $\omega_1= l^2 L^{-3}$ (6.5.11)

При k=0, получаем

$E_1= (1/2)\ \omega_1= (1/2)(l^2/ L^3)\{1+(1/2)\ k^2\ (L^3/ l^2)^2 \}$, (6.5.12)

Так как при N =1 имеем

$E_1^2= k^2 + k_0^2$, $\omega_1^2 = k^2 + \tilde{k}_0^2$ (6.5.13)

то при k=0 находим

$E_1^0=k_0=(1/2)\ \omega_1$, $\omega_1^0= \tilde{k}_0$ (6.5.14)

И, окончательно, получаем

$k_0=(1/2)\ \tilde{k}_0$, $\tilde{k}_0= l^2 L^{-3}$ (6.5.15)

Для энергии, заключенной в объеме основной ячеики периодичности

$L^3 =(2\pi/ \omega)^3$ (6.5.16)

при

$N=1, k=0$, $L_0^3 =(2\pi /\tilde{k}_0)^3$ (6.5.17)

находим

$(L_0 \tilde{k}_0) = 2\pi$, $(L_0 k_0) = \pi$, (6.5.17’)

и также

$(\tilde{k}_0\, l) =(2\pi)^{3/2}$, $(k_0\, l) = 2^{1/2} \pi^{3/2} \approx 7{,}84$ (6.5.18)

Параметр $(k_0\, l)$ является безразмерной константой нелинейного взаимодействия. В модели нелинейной теории элементарных частиц, в случае протона или нейтрона, $(k^p{}_0\, l) \approx 7{,}84$ можно сопоставить с безразмерной константой сильного взаимодействия

$\alpha_g =(k^p{}_0\, l) \approx 7{,}84$. (6.5.19)

Аналогично, с безразмерной константой электромагнитного взаимодействия $\alpha_e\approx 1/140\approx 0.72.10^{-2}$ можно сопоставить безразмерную константу нелинейного взаимодействия

$\alpha_e= (k^e{}_0\, l) \approx 10^{-3}\ (k^p{}_0\, l) \approx 0{,}7810^{-2}$ (6.5.20)

П2 Безразмерная константа топологического взаимодействия $a_0= (k_0 L_0)$

ISSN 1512-1461

Как было показано, согласно (6.5.17’), длина основной ячейки в случае нелинейного полюса определяется соотношением

$(L_0 k_0) = \pi$, (6.5.17′)

Как видим, (6.5.17′) совпадает с безразмерной константой топологического взаимодействия $a_0 = (k_0 L_0)$ и получаем

$a_0 = (k_0 L_0) = L_0/\lambda_d = \pi$ (6.5.21)

В (6.3.2) из условия отсутствия асимметричного тока для a_0 было получено значение

$a_0 = (k_0 L_0) = \pi/4$ (6.3.2)

Однако, как было показано, требование$(J^n{}_T)^{as}=0$, n=1,2, не всегда необходимо и, соответственно, значение $a_0 = (k_0 L_0) = \pi/4$ можно считать частным случаем.

В данной работе был рассмотрен случай движения только в плоскости, когда математческий аппарат дается в кватернионах. При рассмотрении ассиметричных процессов необходимо также учесть т. н. дискретные преобразования и свойства топологических токов относительно этих преобразований. В случае движения в трехмерном или в четырехмерном пространствах (полное топологическое преобразование) математический аппарат значительно усложняется, становится слишком гомоздким.

Литература

1. Н. Н. Боголюбов, Д.В. Ширков "Введение в теорию квантовых полей", Изд.Наука, Москва, 1973,
2. Ю.В Новожилов "Введене в теорию эллементарных частиц.", Наука,Москва, 1972, ст.29,79.
3. С. Швебер "Введение в релятивистскую квантовую теорию поля", ИИЛ, Москва, 1963, ст.93
4. А. Зоомерфельд "Строение атомов и спектры", 1956, т 2 ГИТТЛ, Москва, ст.203
5. Р. Фейнман, Р.Лейтон, М.Сендс "Фейнмановские Лекции по Физике,т.3-4",Изд. Мир, Москва, 1997, ст.207, $4-$6
6. Д. Куррдгелаидзе "Жизнь с точки зреня физика и место жизни во Вселенной",Изд. Респ. типогр.. Улан –уде.2003,
7. Д.Курдгелаидзе " К нелинейной теории эллементарных частиц", ЖТЭФ, 1960 т 38, ст. 462

Article received: 2012-10-03