ISSN 1512-1461

УДК 53

КОНСТРУКТИВНАЯ ТЕОРИЯ ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ И МЕТРИЧЕСКИЕ СПИНОРЫ

Дмитрий Курдгелаидзе
Грузинский Технический Университет, Институт Вычислительной Математики им.Мусхелишвили.
Адрес: ул. Костава 75, почтовое отделение 01

Аннотация

Для построения геометрии геометру нужно задавать координатное пространство-время. При этом существует только философское определение пространства-времени, которое в физике мало продуктивно. Вводится определение пространства-времени с позиции физики - т.н. конструктивное определение пространства-времени. В частности, в ОТО - как отображение множества материальных точек на числовом множестве. Однако такое отображение имеет определенные недостатки. Более продуктивным является отображение множества материальных точек на алгебраической системе спиноров. Для этого вводятся специальные - ***метрические*** *- спиноры как решения нелинейной системы Вакуумных спинорных уравнений, являющейся частным решением уравнения Дирака.*

1. Конструктивная теория пространства-времени

П1. Пространство. Общая Теория Относительности (ОТО).

Общая теория относительности (ОТО), как известно, наряду с ее большими успехами, содержит и принципиальные трудности. В первую очередь, это относится к отсутствию интегральных законов сохранения в искривленном пространстве Римана. Проблемы ОТО можно разделить на два типа проблем: к первому типу проблем относятся вопросы динамики материальных тел (или материальных сред), ко второму типу проблем относятся вопросы законов сохранения в искривленном пространстве. Первый тип проблем в ОТО решается с успехом, и в первой половине 20-го века усилия специалистов были направлены на решение этих вопросов. В течение всей второй половины 20-го века усилия специалистов ушли на безуспешные попытки сформулировать законы сохранения в искривленном пространстве. Однако преодолеть эти трудности, указанные еще Гилбертом, так и не удалось.

Причина указанных трудностей, по нашему мнению, лежит в несовершенстве геометрического аппарата ОТО. В частности, основные понятия этого аппарата, с точки зрения физики, определены недостаточно четко.

Геометрия Эвклида, как известно, возникла как наука об измерении размеров и форм материальных объектов. Однако в процессе формирования современной геометрии произошло обобщение, абстрагирование понятий Эвклидовой геометрии. В результате геометрия оторвалась от реальных материальных объектов, и, с точки зрения физики, такие основные понятия как материальность объекта геометрии и необходимость реальных физических измерений в полной мере не нашли своего отражения в основах современной геометрии.

П2.Основные понятия конструктивной теории пространства-времени

Понятия: Материя, Пространство и Время - три основных понятия в естествознании. Сушествуют философские определения этих понятий. Материя – эта все то, что нас окружает, и существующее без нас. Пространство и Время - формы существования Материи. Однако философские определения этих понятий для физики мало продуктивны. Мы введем определения этих понятий с позиции физики и будем называть такие определения конструктивными определениями. Однако, философское определение пространства-времени, сдержит два существенных утверждения: (1) , что пространство-

ISSN 1512-1461

время неотделимо от материи, и (2), что пространство-время нематериально. Эти свойства пространства-времени должны сохраняться и в конструктивном определении пространстранства-времени**.**

Конструктивное определение понятиия Материи остается прежним – это все то, что нас окружает и существующее без нас.Однако в физике основной характеристикой материи является ее энергия, или, согласно Эйнштейну, эквивалентная ей масса материальной среды.При этом имеется масса материальной среды двух типов: т.н. масса покоя, являющаяся массой покоящейся среды, и масса, обусловленная движением, – масса движущейся среды. Массой покоя обладает только корпускулярная материя. Не-корпускулярная материя - это т.н. поле, - поля массой покоя не обладают. При этом, масса покоя является центральным понятием в процессе измерения и, соответственно, - при введнии понятия пространства-времени.

Конструктивное определение понятиия пространства–времени. В этом случае время определим как количество выбранного приодического процесса. При определении пространства будем исходить из геометрии. Геометрия, как уже было сказано, возникла как наука об измерениях длины, площади и объемов реальных материальных объектов. Однако, при дальнейшем развитии геометрии, она оторвалась от конкретных, реальных, материальных тел-объектов, произошло обобщение, абстрагирование геометрии. Большая заслуга в этом ринадлежит Риману. В частности, Риман говорит:

" Общеизвестно, что геометрия предполагает задание заранее как понятия пространства, так и первых основных понятий, которые нужны для выполнения пространственных построений."[1]

При этом, обязанностью геометра, согласно Риману, является формулирование гипотез, на основе которых геометр строит свою геометрию.

Таким образом, геометры(математики) в лице Римана категорически отмежовываются от участия в формировании понятия пространства, и требуют задания им понятия пространства кем-то извне. Но кто должен формировать понятие пространства и обеспечить им геометра? - Остается физик .

П3. Как формируются пространства Римановой геометрии

Для физика существует только один путь формирования реального пространства. Физик сначала должен перенумеровать все корпускулярные материальные тела во Вселенной - рассматривая их как материальные точки. Потом выделить одно из корпускулярных материальных тел как начало системы отсчета, разместить на нем систему координат, и далее соединить векторами с началом системы отсчета все корпускулярные материальные тела, рассматривая их, как уже было сказано, как материальные точки. Далее, вводят метрики – путем измерения расстояния между двумя точками, т.е. длинну вектора . Каждой материальной точке сопоставляется тройка чисел (в случае трех измерений), как ее координаты в данной системе отсчета. В результате множество материальных тел - как множество материальных точек - теперь отображается на числовое множество. Полученное числовое множество и образует множество точек координатного пространства, которое и предоставляется геометру как трехмерное координатное пространство. Однако, так как числовое множество существует без относительности (?) материальных тел и материальных точек, то при отображении множества материальных точек на числовом множестве теряется информация о происхождении точек координатного пространства от материальных тел. Таким образом, полученное координатное пространство не материально и не связано с материей. Такое пространство точно реализует используемое в физике пространство Римановой геометрии.

Однако, построенное указанным методом координатное пространство, хотя оно и соответствует используемому в физике Римановому пространству, тем не менее, только частично удовлетворяет философскому определению пространства - в том смысле, что оно не материально.

ISSN 1512-1461

Для того,чтобы в конструктивной теории пространства-времни построить пространство, соответствующее философскому определению пространства, необходимо множество материальных точек в вышеприведенной методике построения пространства отобразить не на числовое множество, а на такую алгебраическую систему, в случае которой при отображении не будет теряться материальность точек. Такой алгебраической системой , в частности, является алгебраическая система спиноров. Сами спиноры не материальные объекты, они являются средством описания материальных объектов и без этих объектов не существуют. В этом смысле, при отображении множества материальных точек на спинорной алгебраической стстеме возникает множество координат, образующих конструктивное пространство со свойствами, соответствующими философскому определению пространства.

2. Спинорная теория пространства-времени.

П1. Материальность объектов геометрии в физическом координатном пространстве.

Формирование геометрии обычно начинается с отображения объектов геометрии, в частности, множества материальных тел, на числовое множество. Таким путем, как уже было сказано, получаем определенное многообразие точек, на которое и натягивается сначала афинная геометрия, а потом, если это возможно, и геометрия Римана. При таком отображении множества материальных тел в многообразии точек, геометрия отрывается от конкретных материальных тел и становится абстрактной, независящей от природы объектов, образующих само пространство. Однако, когда речь идет о построении ОТО как науки о пространстве-времени реального материального мира и гравитационного поля, то нам нужна не абстрактная геометрия, а геометрия реального материального мира, геометрия реального физического пространства.

Для сохранения материальности объектов, образующих пространство и после их отображения, необходимо отображать исходное множество материальных тел на такую алгебраическую систему, в случае которой материальность объектов в процессе их отображения не будет утеряна. В качестве такой алгебраической системы можно использовать систему четырехкомпонентных спиноров.[2]

Как известно, четырехкомпонентные спиноры определены только для фермионов с массой покоя. В случае фермионов без массы покоя четырехкомпонентные спиноры распадаются на две независимые пары двухкомпонентных спиноров Паули. Если задано множество материальных тел - $\{ m \}$, то с каждой (m^a) - той корпускулой из этого множества сопоставляется пара четырехкомпонентных спиноров $(\xi^a, \bar{\xi}^a)$, где ξ^a- спинор, $\bar{\xi}^a$ - сопряженный спинор. Алгебра спиноров при этом считается заданной. Таким образом, пара спиноров $(\xi^a, \bar{\xi}^a)$ определяет (задает) координаты (m^a)-той частицы из множества $\{ m \}$, и совокупность таких точек $(\xi^a, \bar{\xi}^a)$ образует спинорное пространство $\{ \xi^a, \bar{\xi}^a \}$.

Переход от спинорного пространства $\{ \xi^a, \bar{\xi}^a \}$ к обычному координатному пространству $\{x^\mu\}$, $\mu=1,2,..n$ происходит путем установления связи между координатами спинорного пространства $\{ \xi^a, \bar{\xi}^a \}$ и координатами обычного координатного пространства $\{x^\mu\}$, $\mu=1,2,..n$. Для установления такой связи исходными являются их трансформационные свойства относительно заданных преобразований.

Впредь будем предполагать, что координатное пространство $\{x^\mu\}$, $\mu=1, 2, 3, 4$. является пространством Минковского с группой движения группы Лоренца, и спинорами $\xi^a, \bar{\xi}^a$ в качестве её фундаментальных представлений. Задача при этом состоит в том, чтобы найти

ISSN 1512-1461

подходящую форму спинорных конструкций, которые можно сопоставить с координатами $\{x^{\mu}\}$, μ=1,2,3,4 .

П2. Размерность физического пространства.

Свойства физического пространства являют собой проявления свойств материи. Соответственно, размерность физического пространства равна числу тех свойств материи, которые могут быть представлены в виде геометрических свойств. Среди этих свойств имеется свойство трехмерной протяженности материи, материальных тел, а также свойство изменения протяженности с течением временем. В развиваемой нами спинорной теории пространства-времени основным, исходным является спинорное пространство четырех компонентных спиноров. Координатное пространство Минковского при этом возникает как векторное пространство, индуцированное спинорным пространством (как регулярное представление). Пространство-временные координаты в данном случае, как уже было сказано, представляют собой обозначения определенной билинейной формы спиноров, форм, которые занимают особое место в спинорном пространстве. Размерность спинорного пространства, рассматриваемая нами, равна четырем - в соответствии с числом компонентов спиноров. Однако, если спиноры снабдить еще и другим групповым индексом, например, индексом унитарной группы, то, естественно, расширяется и размерность спинорного пространства. Что же касается размерности индуцированного координатного пространства, то,как уже было сказано, в рассматриваемом нами случае она равна четырем, однако в общем случае зависит от числа компонентов спиноров и способа перехода от основного спинорного пространства (фундаментального представления) к индуцированному координатному пространству (регулярному представлению) и возможности физической интерпретации дополнительных координат.

П3.Преобразование системы отсчета и системы координат в спинорном пространстве.

В ОТО, как известно, отсутствует математический метод или признак, при помощи которого можно отличить преобразование системы отсчета от преобразования системы координат. Физически эти два вида преобразований существенно отличаются друг от друга. Преобразование системы отсчета представляет собой переход от одной системы материальных тел к другой системе материальных тел. При этом систему координат (координатную сетку) от первой системы материальных тел на другую можно переносить, в частности, и без изменения. В случае преобразования системы координат, наоборот, происходит переход от одной координатной сетки к другой координатной сетке, без изменения системы материальных тел, на которые натянуты эти координатные сетки.

Указанные выше трудности, существующие в ОТО, можно преодолеть в спинорной теории пространства-времени. В спинорной теории пространства- времени можно указать те математические методы и признаки, по которым эти два, совершено разные по физическому содержанию преобразования можно отличить друг от друга.

Спинорное пространство, как уже было сказано, представляет собой множество точек со спинорными координатами ($\xi^{a}, \bar{\xi}^{a}$) для каждой "а"- той точки. Спиноры на данном этапе определены как величины, которые при преобразовании $\zeta \to \zeta'$, $\bar{\xi} \to \bar{\xi}^{!}$ сохраняют форму $\bar{\xi}\xi = \bar{\xi}^{!}\xi^{!}$. В частности, при линейном преобразовании $\zeta' = S\zeta$. $\bar{\xi}^{!} = \bar{\xi}^{!}\, S^{-1}$ имеем $\bar{S} = S^{-1}$, $S^{-1}S=1$, где S и S^{-1} - матрицы.

Структура спинорного пространства будет рассмотрена позже, здесь же рассмотрим допустимые в этом пространстве преобразования спиноров:

А) Преобразование спиноров вида

$$\xi^{a} \xrightarrow{A} \xi^{a!}, \qquad \bar{\xi}^{a} \xrightarrow{A} \bar{\xi}^{a\,,}, \tag{2.1.}$$

ISSN 1512-1461

при котором билинейные формы ($\bar{\xi}^a\Omega\xi^a$), задающие свойства материальных тел, меняются

$$(\bar{\xi}^a\Omega\xi^a) \xrightarrow{A} (\bar{\xi}^{a!}\Omega\xi^{a!}) \neq (\bar{\xi}^a\Omega\xi^a), \qquad (2.2)$$

здесь Ω - заданные матрицы или гиперкомплексные числа.Назовем такие преобразования спиноров преобразованием типа - "А" .

В) Калибровочные преобразования спиноров

$$\xi^a \xrightarrow{B} \ell^{iQ}\xi^a, \quad \bar{\xi}^a \overset{B}{\mapsto} \bar{\xi}^a\ell^{-iQ}, \qquad (2.3)$$

при которых указанные билинейные формы ($\bar{\xi}^a\Omega\xi^a$) не меняются, т.е.

$$[\Omega, Q] = 0. \qquad (2.4)$$

Здесь Ω и Q - заданные матрицы или гиперкомплексные числа.
Назовем такие преобразования спиноров преобразованием типа - "В".

Преобразование (2.1) - (2.2), т.е. преобразование типа - "А", будем называть законом преобразования спиноров при преобразовании системы отсчета. Аналогично, калибровочное преобразование (2.3) -(2.4), т.е. преобразование типа - "В" будем называть законом преобразования спиноров при преобразовании системы координат (координатной сетки).
После того, как на базе спинорного пространства индуцируется, возникает обычное координатное пространство Минковского, устанавливается связь между координатами точки в пространстве Минковского и ее спинорными координатами в спинорном пространстве.

Преобразование спиноров типа - "А" в спинорном пространстве порождает соответствующее преобразование в координатном пространстве Минковского вида

$$x_a{}^{\mu} \overset{A}{\mapsto} x_a{}^{!\mu} \neq x_a{}^{\mu} \qquad (2.5)$$

Преобразование спиноров типа - "В", т.е. калибровочное преобразование (2.3) -(2.4) в спинорном пространстве, порождает тождественное преобразование в пространстве Минковского

$$x_a{}^{\mu} \xrightarrow{B} x_a{}^{!\mu} = x_a{}^{\mu} \qquad (2.6)$$

Однако, в координатном пространстве могут возникать преобразования координат - x^{μ} и не связанные с преобразованием спиноров в спинорном пространстве

$$x_a{}^{\mu} \overset{C}{\mapsto} x_a{}^{!\mu} \neq x_a{}^{\mu} \qquad (2.7)$$

Такие преобразования представляют собой преобразования координат, обусловленные преобразованием системы координат (координатной сетки) в пространстве Минковского.
Таким образом, преобразования координат в пространстве Минковского

$$x_a{}^{\mu} \to x_a{}^{!\mu} \neq x_a{}^{\mu} \qquad (2.8)$$

обусловлены преобразованием системы отсчета, если их можно компенсировать преобразованием спиноров типа "А" в спинорном пространстве. Другая часть преобразования (2.8), которую нельзя компенсировать преобразованием спиноров ($\xi^a, \bar{\xi}^a$) в спинорном пространстве, обусловлена преобразованием системы координат (координатной сетки), т.е. преобразованием спиноров типа "В" в спинорном пространстве или преобразованием (2.7)

П4. Индуцированное четырехмерное векторное (координатное) пространство (пространство Минковского) [2].

При наличии спинорного пространства четырехмерных спиноров $\{\xi, \bar{\xi}\}$ можно поставить вопрос об образовании (индуцировании) регулярного - векторного - пространства, которое можно отождествить с координатным - { x^{μ} } четырехмерным пространством Минковского. При этом имеется в виду наличие возможности получения выражения

ISSN 1512-1461

четырехмерных координат - x^{μ} как определенной билинейной формы, построенной из спиноров $(\xi.,\bar{\xi})$. В каждой точке спинорного пространства $\{\xi.\bar{\xi}\}$ со спинорными координатами $(\xi.\bar{\xi})$ образуем векторное пространство с четырьмя координатами x^{μ}, определенными через спиноры $(\xi.,\bar{\xi})$ в виде

$$(\bar{\xi}\gamma^{\mu}\xi) = x^{\mu}/S^{n} \quad , \ S=(x^{\mu})^2 \ , \mu=1,2,3,4. \qquad (2.9)$$

Здесь γ^{μ}- т.н. матрицы Дирака, в данном случае - определенные гиперкомплексные числа. S - т. н. интервал (инвариант) пространства Минковского.

Таким образом, для выражения координат - x^{μ} - имеем

$$x^{\mu}=(\bar{\xi}\gamma^{\mu}\xi)\,[(\xi.\gamma^{\nu}\bar{\xi})^2]^{n/1-2n} \quad , \qquad (2.10)$$

где n- действительное число. Как известно, через ξ и $\bar{\xi}$ можно определить физически наблюдаемые величины, в том числе т.н. фермионный ток $J^{\mu}=(\bar{\xi}\gamma^{\mu}\xi)$ и соответствующий фермионный инвариант $I=(J^{\nu})^2$. В результате, согласно (2.10), координату x^{μ} можно выразить через фермионный ток J^{μ} в виде

$$x^{\mu}=J^{\mu}\,[(J^{\nu})^2]^{n/1-2n}, \quad S.=[(J^{\nu})^2]^{1/(1-2n)}, \quad I=(J^{\nu})^2 \qquad (2.11)$$

Если на J^{μ} наложить известное условие сохранения фермионного тока

$\partial J/\partial x^{\mu}=0 \qquad J^{\mu}_{,\mu}=0$,

то получаем

$$n=2, \quad S=I^{-1/3} \quad . \ x^{\mu}=J^{\mu}/I^{2/3} \quad .I=S^{-3} \qquad (2.12)$$

и из (2.12) находим

$$S^{-3}=(\bar{\xi}\gamma^{\mu}\xi)^2 \qquad (2.13)$$

$$x^{\mu}=(\bar{\xi}\gamma^{\mu}\xi.)\,[(\bar{\xi}\gamma^{\nu}\xi.)^2]^{-2/3}. \qquad (2.12)$$

Или в виде

$$x^{\mu}=J^{\mu}\ I^{-2/3} \quad , I=S^{-3} \qquad (2.13)$$

Как видим, задание фермионного инварианта - I - равносильно заданию инварианта пространства Минковского - S.

С другой стороны известно, что произведение спиноров вида $\bar{\xi}^{\alpha}\xi_{\beta}$ можно разложить по базисам γ_{μ} матриц в виде

$$\bar{\xi}^{\alpha}\xi_{\beta}=(I\varphi_0+\gamma_5\varphi^5+i\gamma_{\mu}\varphi^{\mu}+\gamma_{\mu}\gamma_5\varphi^{\mu 5}+\sigma_{\mu\nu}\varphi^{[\mu\nu]})^{\alpha}_{\beta} \qquad (2.14)$$

где коэффициентами перед матрицами являются определенные тензоры. В частности, для вектора φ^{μ} из (2.14) получаем

$$\varphi^{\mu}=\frac{1}{4}(\bar{\xi}\gamma^{\mu}\xi.) \qquad (2.15)$$

Если при этом векторное поле φ^{μ} подчинить известному уравнению теории поля

$$\Box\varphi^{\mu}=0, \quad \Box=(\partial/\partial x^{\mu})^2, \ \mu=1.2.3.4 \qquad (2.16)$$

то в качестве частного решения имеем

$$\varphi^{\mu}=a\,x^{\mu}\,S^{-2} \qquad (2.17)$$

где a - произвольная постоянная. В результате из (2.17) и (2.15) при a=1/4 следует соотношение (2.12).

ISSN 1512-1461

Спиноры, через котрорые задается координатное пространство, будем называть метрическими спинорами.Очевидно, в качестве метрических спиноров нельзя использовать известные решения уравнения Дирака, используемые для описания электронов и других фермионов. В связи с этим исследуем другие спцифические решения уравнения Дирака.

3. Вакумные спинорные уравнения

П1. Вакумные линейные спинорные уравнения.

Рассмотрим обычное линейное уравнение Дирака с массой покоя - m в плоском пространстве Минковского

$$i\,\gamma^{\mu}\xi_{;\mu}-\,m\xi=0\,,\qquad i\,\bar{\xi}_{;\mu}\gamma^{\mu}+m\,\bar{\xi}=0, \tag{3.1}$$

Лагранжиан - L и тензор энергии-импульса - $T^{\mu}{}_{\nu}$, соответствующие уравнению (3.1) представим в виде

$$L=\frac{1}{2}\,\Pi^{\mu}_{\mu}-m\,\rho\;,\quad T^{\mu}{}_{\nu}=\frac{1}{2}\,\Pi^{\mu}{}_{\nu}\,-L\delta^{\mu}{}_{\nu} \tag{3.2}$$

$$\frac{1}{2}\,\Pi^{\mu}{}_{\nu}=\frac{1}{2}\,(\xi\,i\,\gamma^{\mu}\,\xi_{;\nu}-\,\xi_{;\,\nu}i\,\gamma^{\mu}\,\xi),\qquad \rho=(\,\bar{\xi}\xi). \tag{3.3}$$

При этом, метрика пространства определена в виде

$x^{\mu}=\,\eta^{\mu\nu}x_{\nu}$, x^{μ} (x ,y ,z ,ct)= (x_1, $x_{2.}$, $x_{3,}$ x_4), $\eta^{\mu\nu}$=diag(-1-1-1+1)

и представление матриц γ^{μ} выбрано в виде [3]

$\gamma^{\mu}\,\gamma^{\nu}+\gamma^{\nu}\,\gamma^{\mu}=2\,\eta^{\mu\nu}$,

$$\gamma^{n}=-\,\gamma_{n}\,,\quad \gamma^{4}=\gamma_{4},\;\;\gamma^{1}\,\gamma^{1}=\gamma^{2}\,\gamma^{2}=\gamma^{3}\,\gamma^{3}=-1,\quad \gamma^{4}\,\gamma_{4}=1\;,\;\delta^{\mu}_{\mu}=4 \tag{3.4}$$

Введем функции

$$\Phi_{\mu}=i\xi_{;\mu}-\,\frac{m}{4}\gamma_{\mu}\,\xi\;,\qquad \bar{\Phi}_{\mu}=i\;\bar{\xi}_{;\mu}+\,\frac{m}{4}\;\bar{\xi}\;\;\gamma_{\mu} \tag{3.5}$$

Тогда уравнение Дирака (.3.1) можно представить в виде

$$\gamma^{\mu}\,\Phi_{\mu}=0,\qquad \bar{\Phi}_{\mu}\;\gamma^{\mu}=0\;\;, \tag{3.6}$$

Рассмотрим частные решения системы уравнений (3.5) вида

$$\Phi_{\mu}=0\;,\qquad \bar{\Phi}_{\mu}=0 \tag{3.7}$$

Система уравнений с частными производными (3.7) в развернутом виде будет иметь вид

$$i\xi_{;\mu}=\,\frac{m}{4}\gamma_{\mu}\,\xi,\qquad i\;\bar{\xi}_{;\mu}=-\,\frac{m}{4}\;\bar{\xi}\gamma_{\mu} \tag{3.8}$$

Одним из решений, в частности, является

$\rho_{,\mu}=(\,\bar{\xi}\xi)_{,\mu}=0$, $\rho=\rho_0$=cnst

$$\xi=\eta\exp(-i\,b\,\gamma_{\mu}x^{\mu}).\;\;\eta=\text{cnst}.\qquad b=(m/4\,) \tag{3.9}$$

Общее решение системы вакуумных спинорных уравнений(3.8) в кватернионах будет рассмотрено отдельно.

Любое решение системы уравнений (3.8)одновременно является решением уравнения (3.1.), однако не всякое решение уравнения (3.1.) является решением системы уравнений (3.8). Так как решение уравнения (3.8) представляет собой специальный класс решений уравнения Дирака, то систему уравнений (3.8) назовем вакуумными уравнениями, и соответствующие решения - решениями вакуумных уравнений. Все остальные решения уравнения Дирака будем называть просто решением уравнения Дирака [3].

В случае вакуумных уравнений , (3.2) и, (3.3) примут вид

$$\frac{1}{2}\,\Pi^{\mu}{}_{\nu}=\frac{m}{8}\,(\;\bar{\xi}(\gamma_{\mu}\gamma^{\nu}+\gamma^{\nu}\gamma_{\mu})\xi)=\frac{m}{4}\;\rho\delta^{\mu}{}_{\nu}\;,\qquad \frac{1}{2}\;\Pi^{\mu}_{\mu}\;=m\rho$$

$$T^{\mu}{}_{\nu}=\frac{m}{4}\,\rho\delta^{\mu}{}_{\nu}\;,\qquad T^{\mu}{}_{\mu}=m\;\rho\;,\qquad L=0 \tag{3.10}$$

ISSN 1512-1461

П2. Метрические спиноры как решения вакуумных спинорных нелинейных уравнений.

Рассмотрим решения нелинейного вакуумного уравнения с нелинейным Лагранжианом [4]

$$L= \frac{1}{2}\Pi^{\mu}{}_{\mu} -\Phi(\rho), \quad \frac{1}{2}\Pi^{\mu}{}_{\nu}=\frac{1}{2}(\bar{\xi}\, i\,\gamma^{\mu}\,\xi_{;\nu}- \bar{\xi}_{;\nu} i\,\gamma^{\mu}\,\xi), \rho=(\bar{\xi}\xi) \qquad (3.11)$$

где $\Phi(\rho)$ - произвольная (нелинейная) функция ρ. Уравнение поля при этом имеет вид (3.1), где в качестве массы m теперь фигурирует функция $м(\rho) = = {}^{d\Phi}\!/_{d\rho}$. Систему уравнений (3.1) можно представить в виде (3.6), и вакуумные уравнения записать в виде (.3.8) с массой $м(\rho)$. Однако формулы (3.10) меняются, и теперь они примут вид

$$L= ({}^{d\Phi}\!/_{d\rho})\rho-\Phi(\rho) \qquad (3.12)$$

$$T^{\mu}{}_{\nu} = \frac{м}{4}\rho\delta^{\mu}{}_{\nu} -(({}^{d\Phi}\!/_{d\rho})\rho-\Phi(\rho))\,\delta^{\mu}{}_{\nu} =(-\frac{3}{4}({}^{d\Phi}\!/_{d\rho})\rho+\Phi(\rho))\,\delta^{\mu}{}_{\nu}, \qquad (3.13)$$

Определим состояние физического вакуума как состояние с

$$T^{\mu}{}_{\nu}=0 \qquad (3.14)$$

Из требования равенства нулю тензора энергии-импульса $T^{\mu}{}_{\nu}$ - получаем уравнение

$$-\frac{3}{4}({}^{d\Phi}\!/_{d\rho})\rho+\Phi(\rho)=0, \qquad (3.15)$$

решением которого является

$$\Phi(\rho)=a\,\rho^{4/3}, \qquad м = (4/3)a\,\rho^{1/3}, \quad a =const.. \qquad (3.16)$$

и вакуумные уравнения примут вид

$$i\xi_{;\mu}= (м/4)\,\gamma_{\mu}\,\xi, \quad i\,\bar{\xi}_{;\mu}=-(м/4)\,\xi\gamma_{\mu}, \quad м = (4/3)a\,\rho^{1/3} \qquad (3.17)$$

Или в виде

$$i\xi_{;\mu}= (1/3)a\,\rho^{1/3}\,\gamma_{\mu}\,\xi, \quad i\,\bar{\xi}_{;\mu}=-(1/3)\,a\,\rho^{1/3}\,\xi\gamma_{\mu}, \qquad (3.18)$$

С решением

$\rho_{,\mu}=(\bar{\xi}\xi)_{,\mu}=0$, $\rho=\rho_0=cnst$

$$\xi=\eta\exp(-ib\,\gamma_{\mu}x^{\mu}). \quad \eta= cnst. \quad b=(1/3)a\,\rho^{1/3} \qquad (3.19)$$

Общее решение системы вакуумных спинорных уравнении(3.18) в кватернионах будет рассмотрено отдельно.

Таким образом, при наличии нелинейного Лагранжиана вида

$$L= \frac{1}{2}\Pi^{\mu}{}_{\mu} - a\,\rho^{4/3}, \qquad \rho= (\bar{\xi}\xi) \qquad (3.20)$$

с вакуумными уравнениями (3.18) с решением (3.19), имеем

$$\frac{1}{2}\Pi^{\mu}{}_{\nu}=(1/3)\,a\,\rho^{4/3}\delta^{\mu}{}_{\nu}, \quad \frac{1}{2}\Pi^{\mu}{}_{\mu}=(4/3)a\,\rho^{4/3}, L= (1/3)\,a\,\rho^{4/3} \qquad (1.3.21)$$

и выполняется условие наличия физического вакуума (3.14), $T^{\mu}{}_{\nu}=0$

В качестве метрических спиноров используем решения ваккумных уравнений (3.18), в случае которых имеем $T^{\mu}{}_{\nu}=0$. В этом случае метрические спиноры, задавая координатное пространство, не будут вносить вклад в уравнение гравитации Эйнштейна. Следовательно, пространство не материально, хотя оно и задается спинорами, которые неотделимы от материальных точек, - как этого требует философское определение пространства.

ISSN 1512-1461

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. Риман //О гипотезах, лежащих в основании геометрии.//в сборнике '' Об основаниях геометрии'' стр. 309,(1866) Гос.издат.технико - теор. лит. Москва, (1956).
2. Д.Ф. Курдгелаидзе // (1)Спинорная геометрия // Известия ВУЗ-ов, (физика), 2, ст.7,(1975)//; (2)// ''Кл. и кв. теория гравитации'',Сборник научных трудов // ст.64, Минск, ИФ. АН. БССР (1976)
3. Н.Н Боголюбов, Д.В. Ширков// Введение в теорию квантованных полей //Изд.''Наука'', Москва,(1973)
4. Д.Ф. Курдгелаидзе //Спинорная теория пространства-времени и приложение метрических спиноров в физике//-монография,137 страниц.//Тбилиси, изд.,,Зекари,, (2003)

Article received: 2013-03-17