ISSN 1512-1461

УДК 53

РЕАЛИЗАЦИЯ КВАРКОВОЙ МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ НА РЕШЕНИЯХ СПИНОРНЫХ ВАКУУМНЫХ УРАВНЕНИЙ

Курдгелаидзе Дмитрий
Грузинский Технический Университет , Институт Вычислительной Математики им.Мусхелишвили.
Адрес: ул. Костава 75, почтовое отделение 01

Аннотация:
Вакуумные спинорные уравнения возникают на базе уравнения Дирака, и их решения являются частными,специфическими решениями уравнения Дирака. Эти решения имеют вид известного полинома, на пространстве значений которого реализуются представления группы Лоренца. Соответственно, на этих решениях математически корректно можно реализовать известную составную кварковую модель элементарных частиц.

1. Вакуумные спинорные уравнения

П1. Вакуумные линейные спинорные уравнения

Рассмотрим обычное линейное уравнение Дирака с массой - m в плоском пространстве Минковского (В данном пункте повторим процедуру введения вакуумных уравнений из [1])

$$i\gamma^{\mu}\xi_{;\mu} - m\xi = 0, \qquad i\,\bar{\xi}_{;\mu}\gamma^{\mu} + m\,\bar{\xi} = 0, \tag{1.1}$$

Лагранжиан- L и тензор энергии-импульса - $T^{\mu}{}_{\nu}$, соответствующие уравнению (1.1) представим в виде

$$L = \frac{1}{2}\,\Pi^{\mu}_{\mu} - m\,\rho\,, \quad T^{\mu}{}_{\nu} = \frac{1}{2}\,\Pi^{\mu}{}_{\nu} - L\delta^{\mu}{}_{\nu} \tag{1.2}$$

$$\frac{1}{2}\,\Pi^{\mu}{}_{\nu} = \frac{1}{2}\,(\xi\, i\,\gamma^{\mu}\,\xi_{;\nu} - \xi_{;\nu}\, i\,\gamma^{\mu}\,\xi), \qquad \rho = (\bar{\xi}\xi). \tag{1.3}$$

При этом, метрика пространства определена в виде

$x^{\mu} = \eta^{\mu\nu} x_{\nu}$, $x^{\mu}\,(x, y, z, ct) = (x_1, x_2, x_3, x_4)$, $\eta^{\mu\nu} = \mathrm{diag}(-1-1-1+1)$

и представление матриц γ^{μ} выбрано в виде [2]

$$\gamma^{\mu}\gamma^{\nu} + \gamma^{\nu}\gamma^{\mu} = 2\,\eta^{\mu\nu},$$

$$\gamma^{n} = -\gamma_{n}\,, \quad \gamma^{4} = \gamma_{4}, \quad \gamma^{1}\gamma^{1} = \gamma^{2}\gamma^{2} = \gamma^{3}\gamma^{3} = -1, \quad \gamma^{4}\gamma_{4} = 1\,, \quad \delta^{\mu}_{\mu} = 4 \tag{1.4}$$

Введем функции

$$\Phi_{\mu} = i\xi_{;\mu} - \frac{m}{4}\gamma_{\mu}\,\xi\,, \qquad \bar{\Phi}_{\mu} = i\,\bar{\xi}_{;\mu} + \frac{m}{4}\,\bar{\xi}\,\gamma_{\mu} \tag{1.5}$$

Тогда уравнение Дирака (1.1) можно представить в виде

$$\gamma^{\mu}\,\Phi_{\mu} = 0, \qquad \bar{\Phi}_{\mu}\,\gamma^{\mu} = 0\,, \tag{1.6}$$

Рассмотрим частные решения системы уравнений (1.6) вида

$$\Phi_{\mu} = 0\,, \qquad \bar{\Phi}_{\mu} = 0 \tag{1.7}$$

Система уравнений (1.6) в развернутом виде будет иметь вид

$$i\xi_{;\mu} = \frac{m}{4}\gamma_{\mu}\,\xi, \qquad i\,\bar{\xi}_{;\mu} = -\frac{m}{4}\,\bar{\xi}\gamma_{\mu} \tag{1.8}$$

Любое решение системы уравнений (1.8) одновременно является решением уравнения (1.1.), однако не всякое решение уравнения (1.1.) является решением системы уравнений (1.8). Так как решение уравнения (1.8) представляет собой специальный класс решений уравнения Дирака, то систему уравнений (1.8) назовем вакуумными уравнениями, и соответствующие решения - решениями вакуумных уравнений. Все остальные решения уравнения Дирака будем называть просто решением уравнения Дирака [3].

ISSN 1512-1461

В случае вакуумных уравнений , формулы (1.2) и (1.3) примут вид

$(1/2)\Pi^{\mu}{}_{\nu} = (m/8)(\bar{\xi}(\gamma_\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma_\mu)\xi) = (m/4)\rho\delta^{\mu}{}_{\nu}$, $(1/2)\Pi^{\mu}_{\mu} = m\rho$ (1.9)

$T^{\mu}{}_{\nu} = \frac{m}{4}\rho\delta^{\mu}{}_{\nu}$, $T^{\mu}{}_{\mu} = m\rho$, $L=0$ (1.10)

\$2. Решение линейной системы вакуумных спинорных уравнений

П1. Линейные вакуумные уравнения.

Линейные вакуумные уравнения имеют вид

$\partial_\mu\xi = -i(m/4)\gamma_\mu\xi$ (2.1)

Решение будем искать в кватернионах[4]

$\xi = (\varphi_0 I + \varphi_1\gamma_2 + \varphi_2\gamma_3 + \varphi_3\gamma_2\gamma_3)D^{s}{}_{13}D^{\varepsilon}{}_{04}$

$D^{s}{}_{13} = (1 + is\gamma_1\gamma_3)/2$, $D^{\varepsilon}{}_{04} = (1+\varepsilon\gamma_4)/2$, $s=\pm$, $\varepsilon=\pm$, (2.2)

$\gamma_1 D^{s}{}_{13} = is\gamma_3 D^{s}{}_{13}$, $\gamma_4 D^{\varepsilon}{}_{04} = \varepsilon D^{\varepsilon}{}_{04}$, $\gamma_1\gamma_3 D^{s}{}_{13} = isD^{s}{}_{13}$

При этом для $\gamma_\mu\xi$ имеем

$\gamma_1\xi = (\varphi_0 I - \varphi_1\gamma_2 - \varphi_2\gamma_3 + \varphi_3\gamma_2\gamma_3)(-is)D^{s}{}_{13}D^{\varepsilon}{}_{04} = (is)(-\varphi_2 I + \varphi_3\gamma_2 - \varphi_0\gamma_3 + \varphi_1\gamma_2\gamma_3)D^{s}{}_{13}D^{\varepsilon}{}_{04}$

$\gamma_4\xi = \varepsilon(\varphi_0 I - \varphi_1\gamma_1 - \varphi_2\gamma_3 + \varphi_3\gamma_2\gamma_3)D^{s}{}_{13}D^{\varepsilon}{}_{04}$ (2.3)

$\gamma_2\xi = (-\varphi_1 I - \varphi_0\gamma_2 - \varphi_3\gamma_3 + \varphi_2\gamma_2\gamma_3)D^{s}{}_{13}D^{\varepsilon}{}_{04}$

$\gamma_3\xi = (-\varphi_2 I + \varphi_3\gamma_2 + \varphi_0\gamma_3 - \varphi_1\gamma_2\gamma_3)D^{s}{}_{13}D^{\varepsilon}{}_{04}$

Подставляя (2.2) и (2.3) в (2.1), находим систему уравнений

$\partial_1\xi = -i(m/4)\gamma_1\xi$ (2.4)

$\partial_1\varphi_0 = -(ms/4)\varphi_2$, $\partial_1\varphi_2 = -(ms/4)\varphi_0$,

$\partial_1^2\varphi_0 = (ms/4)^2\varphi_0$, $\partial_1^2\varphi_2 = (ms/4)^2\varphi_2$

$\partial_1\varphi_1 = (ms/4)\varphi_3$, $\partial_1\varphi_3 = (ms/4)\varphi_1$,

$\partial_1^2\varphi_1 = (ms/4)^2\varphi_1$, $\partial_1^2\varphi_3 = (ms/4)^2\varphi_3$ (2.5)

$\partial_1^2\varphi_\alpha = (ms/4)^2\varphi_\alpha$ (2.6)

с решением

$\varphi_\alpha(x_1) = \Sigma_s^{\pm}[a_\alpha(s)\exp(msx_1/4) + b_\alpha(s)\exp(-msx_1/4)]$ (2.7)

Аналогично имеем и в случае

$\partial_4\xi = -i(m/4)\gamma_4\xi$

$\partial_4\varphi_0 = -(im\varepsilon/4)\varphi_0$, $\partial_4\varphi_3 = -(im\varepsilon/4)\varphi_3$,

$\partial_4\varphi_1 = (im\varepsilon/4)\varphi_1$, $\partial_4\varphi_2 = (im\varepsilon/4)\varphi_2$, (2.8)

с решением

$\varphi_\alpha(x_4) = \Sigma_\varepsilon^{\pm} C_\alpha(\varepsilon)[(\delta_{\alpha 0} + \delta_{\alpha 3})\exp(-im\varepsilon x_4/4) +$
$(\delta_{\alpha 1} + \delta_{\alpha 2})\exp(im\varepsilon x_4/4)]$ (2.9)

где

$C_\alpha(\varepsilon) = \Sigma_s^{\pm}[A_\alpha(s,\varepsilon)\exp(msx_1/4) + B_\alpha(s,\varepsilon)\exp(-msx_1/4)]$ (2.10)

В результате для решения получаем

$\varphi_\alpha(x_1,x_4) = \Sigma_\varepsilon^{\pm}\Sigma_s^{\pm}\{A_\alpha(s,\varepsilon)[(\delta_{\alpha 0}+\delta_{\alpha 3})\exp((m/4)(sx_1 - i\varepsilon x_4))$
$+(\delta_{\alpha 1}+\delta_{\alpha 2})\exp((m/4)(sx_1 + i\varepsilon x_4))] + B_\alpha(s,\varepsilon)[(\delta_{\alpha 0}+\delta_{\alpha 3})\exp((m/4)(-sx_1 - i\varepsilon x_4)) +$
$+(\delta_{\alpha 1}+\delta_{\alpha 2})\exp((m/4)(-sx_1 + i\varepsilon x_4))]\}$ (2.11)

В случае системы уравнений

$\partial_2\xi = -i(m/4)\gamma_2\xi$

$\partial_2\varphi_0 = (im/4)\varphi_1$, $\partial_2\varphi_1 = (-im/4)\varphi_0$,

$\partial_2^2\varphi_0 = (m/4)^2\varphi_0$, $\partial_2^2\varphi_1 = (ms/4)^2\varphi_1$ (2.12)

$\partial_2\varphi_2 = (im/4)\varphi_3$, $\partial_2\varphi_3 = (-ims/4)\varphi_2$,

$\partial_2^2\varphi_2 = (ms/4)^2\varphi_2$, $\partial_2^2\varphi_3 = (ms/4)^2\varphi_3$

$\partial_2^2\varphi_\alpha = (ms/4)^2\varphi_\alpha$

в качестве решения имеем

$\varphi_\alpha(x_1) = \Sigma_\lambda^{\pm} d_\alpha(\lambda)\exp(\lambda m x_2/4)$ (2.13)

Аналогично имеем и в случае

ISSN 1512-1461

$\partial_3\xi=-i(m/4)\gamma_3\xi$ (2.14)

$\partial_3\varphi_0=(im/4)\varphi_2, \quad \partial_3\varphi_2=(-im/4)\varphi_0,$

$\partial_3^2\varphi_0=(m/4)^2\varphi_0, \quad \partial_3^2\varphi_2=(m/4)^2\varphi_2$

$\partial_3\varphi_1=(-im/4)\varphi_3, \quad \partial_3\varphi_3=(im/4)\varphi_1,$

$\partial_2^2\varphi_2=(ms/4)^2\varphi_2, \quad \partial_2^2\varphi_3=(ms/4)^2\varphi_3$ (2.15)

$\partial_2^2\varphi_\alpha=(m/4)^2\varphi_\alpha$

с решением

$\varphi_\alpha(x_3)=\Sigma_\rho^\pm\gamma(\rho)\exp(\rho m x_3/4)$ (2.16)

Таким образом, для $\varphi_\alpha(x_2, x_3)$ находим

$\varphi_\alpha(x_2, x_3)=\Sigma_\rho^\pm\Sigma_\lambda^\pm Y_\alpha(\rho,\lambda)\exp[m(\lambda x_2+\rho x_3)/4]$ (2.17)

Подставляя (2.17) в (2.11) и учитывая, что

$A_\alpha(s,\varepsilon)=A_\alpha(s,\varepsilon,x_2,x_3), \quad B_\alpha(s,\varepsilon)=B_\alpha(s,\varepsilon,x_2,x_3)$ (2.18)

решение (2.11) можно представить в виде

$$\varphi_\alpha(x_1,x_2,x_3,x_4)=$$
$$=\Sigma_\varepsilon^\pm{}_{s\rho\lambda}\{D_\alpha(s,\varepsilon,\rho,\lambda)[(\delta_{\alpha0}+\delta_{\alpha3})\exp((m/4)(sx_1+\lambda x_2+\rho x_3-i\varepsilon x_4))+$$
$$+(\delta_{\alpha1}+\delta_{\alpha2})\exp((m/4)(sx_1+\lambda x_2+\rho x_3+i\varepsilon x_4))]+$$
$$+F_\alpha(s,\varepsilon,\rho,\lambda)[(\delta_{\alpha0}+\delta_{\alpha3})\exp((m/4)(-sx_1+\lambda x_2+\rho x_3-i\varepsilon x_4))+$$
$$+(\delta_{\alpha1}+\delta_{\alpha2})\exp((m/4)(-sx_1+\lambda x_2+\rho x_3-\varepsilon x_4))]\} \quad (2.19)$$

$$\varphi_\alpha^*(x_1,x_2,x_3,x_4)=$$
$$=\Sigma_\varepsilon^\pm{}_{s\rho\lambda}\{D_\alpha^*(s,\varepsilon,\rho,\lambda)[(\delta_{\alpha0}+\delta_{\alpha3})\exp((m/4)(sx_1+\lambda x_2+\rho x_3+i\varepsilon x_4))+$$
$$+(\delta_{\alpha1}+\delta_{\alpha2})\exp((m/4)(sx_1+\lambda x_2+\rho x_3-i\varepsilon x_4))]+$$
$$+F_\alpha^*(s,\varepsilon,\rho,\lambda)[(\delta_{\alpha0}+\delta_{\alpha3})\exp((m/4)(-sx_1+\lambda x_2+\rho x_3+i\varepsilon x_4))+$$
$$+(\delta_{\alpha1}+\delta_{\alpha2})\exp((m/4)(-sx_1+\lambda x_2+\rho x_3-i\varepsilon x_4))]\} \quad (2.19')$$

Введем "четырехмерный вектор"

$k^{(1)}{}_\mu=k^{(1)}{}_\mu(s,,\lambda,\rho,i\varepsilon), \quad k^{(2)}{}_\mu=k^{(2)}{}_\mu(-s,,\lambda,\rho,i\varepsilon)$ (2.20)

Тогда (2.19) можно записать в виде

$$\varphi_\alpha(x_1,x_2,x_3,x_4)=$$
$$=\Sigma_\varepsilon^\pm\Sigma s^\pm\Sigma_\rho^\pm\Sigma_\lambda^\pm\{D_\alpha(s,\varepsilon,\rho,\lambda)[(\delta_{\alpha0}+\delta_{\alpha3})\exp((m/4)(k^{(1)*}{}_\mu x^\mu))+$$
$$+(\delta_{\alpha1}+\delta_{\alpha2})\exp((m/4)(k^{(1)}{}_\mu x^\mu))]+F_\alpha(s,\varepsilon,\rho,\lambda)[(\delta_{\alpha0}+\delta_{\alpha3})\exp((m/4)(k^{(2)*}{}_\mu x^\mu))+$$
$$+(\delta_{\alpha1}+\delta_{\alpha2})\exp((m/4)(k^{(2)}{}_\mu x^\mu))]\} \quad (2.21)$$

При этом $k^{(1)}{}_4x^4=k^{(2)}{}_4x^4=i\varepsilon ct, \quad k^{(1)*}{}_4x^4=k^{(2)*}{}_4x^4=-i\varepsilon ct$

В частности, для отдельных компонент имеем

$$\varphi_1(x_1,x_2,x_3,x_4)=\Sigma^\pm{}_{\varepsilon s\rho\lambda}\{D_1(s,\varepsilon,\rho,\lambda)\exp[(m/4)(sx_1+\lambda x_2+\rho x_3+i\varepsilon x_4)]+$$
$$+F_1(s,\varepsilon,\rho,\lambda)\exp[-(m/4)(-sx_1+\lambda x_2+\rho x_3+i\varepsilon x_4)]\}$$
$$\varphi_2(x_1,x_2,x_3,x_4)=\Sigma^\pm{}_{\varepsilon s\rho\lambda}\{D_2(s,\varepsilon,\rho,\lambda)\exp[(m/4)(sx_1+\lambda x_2+\rho x_3+i\varepsilon x_4)]+$$
$$+F_2(s,\varepsilon,\rho,\lambda)\exp[-(m/4)(-sx_1+\lambda x_2+\rho x_3+i\varepsilon x_4)]\}$$
$$\varphi^*{}_1(x_1,x_2,x_3,x_4)=\Sigma^\pm{}_{\varepsilon s\rho\lambda}\{D_1^*(s,\varepsilon,\rho,\lambda)\exp[(m/4)(sx_1+\lambda x_2+$$
$$+\rho x_3-i\varepsilon x_4)]+F_1^*(s,\varepsilon,\rho,\lambda)\exp[-(m/4)(-sx_1+\lambda x_2+\rho x_3-i\varepsilon x_4)]\}$$
$$\varphi_2^*(x_1,x_2,x_3,x_4)=\Sigma^\pm{}_{\varepsilon s\rho\lambda}\{D_2^*(s,\varepsilon,\rho,\lambda)\exp[(m/4)(sx_1+\lambda x_2+$$
$$+\rho x_3-i\varepsilon x_4)]+F_2^*(s,\varepsilon,\rho,\lambda)\exp[-(m/4)(-sx_1+\lambda x_2+\rho x_3-i\varepsilon x_4)]\} \quad (2.22)$$

Аналогично имеем и для φ_0 и φ_3, $(D_1,F_1)\to(D_0,F_0)$ и $(D_2,F_2)\to(D_3,F_3)$ и $(\pm i\varepsilon x_4)\to-(\pm i\varepsilon x_4)$

Решение теперь можно представить в виде

$$\xi=\Sigma_\varepsilon^\pm{}_{s\rho\lambda}\{[(ID_0(s,\varepsilon,\rho,\lambda)+\gamma_2\gamma_3D_3(s,\varepsilon,\rho,\lambda))\exp((m/4)(-i\varepsilon x_4))+$$
$$+(\gamma_2D_1(s,\varepsilon,\rho,\lambda)+\gamma_3D_2(s,\varepsilon,\rho,\lambda))\exp((m/4)(i\varepsilon x_4))]\exp(m/4)(sx_1)+$$
$$+[(IF_0(s,\varepsilon,\rho,\lambda)+\gamma_2\gamma_3F_3(s,\varepsilon,\rho,\lambda))\exp((m/4)(-i\varepsilon x_4))+(\gamma_2F_1(s,\varepsilon,\rho,\lambda)+$$
$$+\gamma_3F_2(s,\varepsilon,\rho,\lambda))\exp((m/4)(i\varepsilon x_4))]\exp(m/4)(-sx_1)\}\exp[(m/4)(\lambda x_2+\rho x_3)]$$
$$\overline{\xi}=\Sigma_\varepsilon^\pm{}_{s\rho\lambda}(\varepsilon)\{[(ID_0^*(s,\varepsilon,\rho,\lambda)-\gamma^2\gamma^3D_3^*(s,\varepsilon,\rho,\lambda))\exp((m/4)(+i\varepsilon x_4))-$$
$$-(\gamma^2D_1^*(s,\varepsilon,\rho,\lambda)+\gamma^3D_2^*(s,\varepsilon,\rho,\lambda))\exp((m/4)(-i\varepsilon x_4))]\exp(m/4)(sx_1)+$$
$$+[(IF_0^*(s,\varepsilon,\rho,\lambda)-\gamma^2\gamma_3F^{3*}(s,\varepsilon,\rho,\lambda))\exp((m/4)(+i\varepsilon x_4))-(\gamma^2F_1^*(s,\varepsilon,\rho,\lambda)+$$

ISSN 1512-1461

$+F_2^*(s,\varepsilon,\rho,\lambda))\exp((m/4)(-i\varepsilon x_4))]\exp(m/4)(-sx_1)\}\ \exp[(m/4)(\lambda x_2+\rho x_3)]$ (2.23)

Состояние системы задается параметрами $(s,\varepsilon,\rho,\lambda)$, $s=\pm,\varepsilon=\pm,\ \rho=\pm\ ,\lambda=\pm$. Они задают $4^2=16$ независимых состояний. Все эти состояния ортогональные. Операторы D^s_{13} D^ε_{04} обеспечивают ортогональность состояний только по параметрам $s=\pm,\varepsilon=\pm$. Каждое состояние задается восемью **постоянными** спинорными амплитудами(по α) - $D_\alpha(s,\varepsilon,\rho,\lambda)$, $F_\alpha(s,\varepsilon,\rho,\lambda)$, $\alpha=0,1,2,3$ Таким образом, имеется всего 128 независимых спинорных амплитуд. Однако, состояние с заданным ε задается четырьмя спинорными амплитудами
$\alpha=1,2$ при $\varepsilon=+$
и $\alpha=0,3$ при $\varepsilon=-$.

П2. Решение нелинейной системы вакуумных спинорных уравнений для метрических спиноров.[5]

Решение нелинейной системы вакуумных спинорных уравнений для метрических спиноров получаем из полученных выше решений путем подстановки

$$m/4\rightarrow\ (1/3)a\ \rho^{1/3}\ .\ \rho=\rho_0=\text{const} \tag{2.24}$$

3. Математически корректная реализация кварковой модели элементарных частиц

Вакуумные спинорные уравнения возникают на базе уравнения Дирака, и соответствующие решения являются частными решениями уравнения Дирака. Эти решения имеют вид известного полинома, на пространстве значений которого реализуют представления группы Лоренца[6], и на этих решениях математически корректно можно реализовать известную составную кварковую модель элементарных частиц. Определяя основное состояние кварка (фундаментальное представление), как решение вакуумного спинорного уравнения и используя известные формы для регулярных представлений, в частности, для скалярных и векторных мезонов и протона, можно математически корректно реализовать кварковую модель элементарных частиц.

П1.Методика построения функции реальных частиц в кварковой теории

В данном случае задача состоит в том, чтобы построить функцию реальных частиц при условии, что они состоят из кварков, и функции кварков известны. При этом под функцией частицы в случае спиноров понимается решение соответствующих вакуумных уравнений. Основанием для такой постановки задачи служит то, что, как уже было сказано, решение вакуумных уравнений имеет вид известного полинома, на пространстве значений которого реализуются представления группы Лоренца [6]. Из этого следует, что если нам известна функция кварка-спинора как решение вакуумных уравнений, представленное фундаментальным представлением группы Лоренца, то из этих решений можно построить регулярные представления группы Лоренца, например, функции мезонов. При этом, полученные функции также будут принадлежать к тому же классу функций - к решениям вакуумных уравнений.

Согласно кварковой теории частиц, как уже было сказано, нуклоны N состоят из трех кварков $N\sim(q_A q_B q_C)$ где A,B,C - сборные индексы вида $A=(\alpha,\ b\ )$, где α -спинорный и b - унитарный индексы. В частности, состояние протона со спином s=1/2 строится из т.н.(ppn) кварков, в рамках 56-плета группы Su(6) и при этом кварковая структура протона имеет вид [7]

$$|\,p\ (s=1/2)\rangle=(1/18)^{1/2}\{2p\uparrow p\uparrow n\downarrow-p\uparrow n\uparrow p\downarrow-n\uparrow p\uparrow p\downarrow+2p\uparrow n\downarrow p\uparrow-$$
$$-p\uparrow p\downarrow n\uparrow-n\uparrow p\downarrow p\uparrow+2n\downarrow p\uparrow p\uparrow-p\downarrow p\uparrow n\uparrow-p\downarrow n\uparrow p\uparrow\} \tag{3.1}$$

Аналогично, мезоны состоят из кварка и антикварка ($\bar{q}^A q_B$) и, в частности, в случае скалярных мезонов (спин s=0), из 35-плета группы SU(6), для $|\,\pi^+\rangle$ мезона имеем [6]

$|\,\pi^+\ s=0\rangle=(1/2)^{1/2}\ \{\bar{n}\downarrow p\uparrow\ -\bar{n}\uparrow p\downarrow\}$ (3.2)

ISSN 1512-1461

Аналогично имеем, в случае векторных мезонов (спин s=1), например, для ρ^+(s=1)
$| \rho^+(s=1)\rangle = (\bar{n}\uparrow p\uparrow)$ (3.3)
Как видим, структура мезонов $| \pi^+ s=0\rangle$ и $| \rho^+(s=1)\rangle$ относительно проста. Однако структура протона (3.1), как видим, достаточно сложна. В связи с этим сначала рассмотрим только часть слагаемых из приведенных в выражении (3.1)
$| p\,(s=1/2)\rangle_1 = (p\uparrow p\downarrow n\uparrow - p\downarrow p\uparrow n\uparrow\}$ (3.4)
Так как $| p\ (s=1/2)\rangle$ имеет два состояния $| p\ (\varepsilon=+,s=1/2)\rangle$ и $|p(\varepsilon=-,s=1/2)\rangle$, то сначала рассмотрим первое состояние, которое в рассматриваемом нами формализме запишется в виде
$|p(\varepsilon=+,s=1/2)\rangle_1 = p(+,+)_1 = \{\xi^a(+-)\xi^b(++)+\xi^b(++)(\xi^a(+-)\}\xi^c(++)$, (3.5)
где ξ^a, ξ^b, и ξ^c - кварки, являющиеся решениями вакуумных уравнений (1.8). Так как протон p(+,+) является спинором со спином s =1/2, то он также может быть решением этих же вакуумных уравнений, но с другой массой. Таким образом функция протона p(+,+) в системе покоя протона должна иметь вид:
$p(+,+) = \{\psi_1(++)\gamma_2 + \psi_2(++)\gamma_3\}\ D^+{}_{13}D^+{}_{04}$ (3.6)
Из равенств (3.5) и (3.6) и получаем уравнения, связывающие компоненты функции протона ψ_1 и ψ_2 с компонентами функции кварков.

П2. Функция протона в кварковой модели

Рассматривая протон как произведение трех кварков, следует учесть, что когда кварки являются решениями вакуумных уравнений, функция кварка в состоянии $\xi(\varepsilon)$, как решение вакуумного уравнения, имеет временную зависимость вида $\xi(\varepsilon)\approx\exp(\varepsilon\ ix_4 m/4)$, где m - масса кварка. Отсюда следует, что протон в состоянии $p(\varepsilon\ ,s\ )$ можно построить только из трех кварков, находящихся в состоянии $\xi(\varepsilon\ )$. В результате временная зависимость протона будет иметь вид $p(\varepsilon,)\approx \exp(\varepsilon\ ix_4\ (3m)\ /4))$. Следовательно, в вакуумных уравнениях протона будет фигурировать в качестве массы величина (3m). Кроме того, поскольку кварковые функции $\xi(\varepsilon,s)$ содержат проекционные операторы $D^s{}_{13}D^\varepsilon{}_{04}$, которые не всегда коммутируют с γ_μ, то, как можно показать, форма (3.5) в приведенном виде не обеспечивает получение для протона формы (3.6). Необходимая для получения формы (3.6) кварковая структура протона должна иметь вид
$p(+,+)_1 = \{\xi^a(+-)\gamma^5\ \xi^b(++) + \xi^b(++)\gamma^5(\xi^a(+-)\}\gamma^5\xi^c(++)$ (3.7)
Обозначим через
$p_{(1)}\ (+,+) = \xi^a(+-)\gamma^5\ \xi^b(++)\gamma^5\xi^c(++)$ (3.8)
$p_{(2)}(+,+) = \xi^b(++)\gamma^5(\xi^a(+-)\gamma^5\xi^c(++)$ (3.9)
где
$\xi(++)=\{\gamma_2\,[D_1(+++)\exp(mx/4)+F_1(++-)\exp(-mx/4)\,]$
$\quad +\gamma_3[D_2(+++)\exp(mx/4) +F_2(++-)\exp(-mx/4)]\}\ \exp((m/4)(ix_4))D^+{}_{13}D^+{}_{04}$
$\xi(+-)= \{\gamma_2\,[F_1(+-+)\exp(mx/4)+ D_1(+--)\exp(-mx/4)\,]$
$\quad + \gamma_3[F_2(+-+)\exp(mx/4)+D_2(+--)\exp(-mx/4)]\}\ \exp((m/4)(ix_4))D^+{}_{13}D^+{}_{04}$,(3.10)
или в виде
$\xi(++) = (\gamma^2\varphi_1(++)+\gamma^3\varphi_2(++))\ \exp((m/4)(+ix_4))\ D^+{}_{04}\ D^+{}_{13}$
$\xi(+-) = (\gamma_2\varphi_1(+-) + \gamma_3\varphi_2(+-))\ \exp((m/4)(+ix_4))\ D^+{}_{04}\ D^-{}_{13}$ (3.11)
Подставляя (3.11) в выражение (3.8), получаем
$p_{(1)}(+,+)=[\gamma^2\varphi_{1(1)}(+-) + \gamma^3\varphi_{2(1)}(+-)]\ D^+{}_{04}D^-{}_{13}\gamma^5[\gamma^2\varphi_{1(1)}(++)+$
$\gamma^3\varphi_{2(1)}(++)]\ D^+{}_{04}D^+{}_{13}\gamma_5[\gamma^2\varphi_{1(1)}(++)+\gamma^3\varphi_{2(1)}(++)]D^+{}_{04}D^+{}_{13}\exp((3m/4)(+ix_4))$
и находим
$p_{(1)}\,(+,+) = (\gamma^2\psi_{1(1)} + \gamma^3\psi_{2\,(1)})D^+{}_{04}D^+{}_{13}\ \exp((3m/4)(+ix_4))$, (3.12)
где
$\psi_{1(1)} = -\varphi_2\,(+-)\varphi_2(++)\varphi_1(++)$, $\quad \psi_{2(1)} = \varphi_1(+-)\varphi_2(++)\varphi_1(++)$,

ISSN 1512-1461

$\varphi_1(++)=D_1(+++)\exp(mx/4)+F_1(++-)\exp(-mx/4)$
$\varphi_2(++)=D_2(+++)\exp(mx/4)+F_2(++-)\exp(-mx/4)]\}$
$\varphi_1(+-)=F_1(+-+)\exp(mx/4)+D_1(+--)\exp(-mx/4)$
$\varphi_2(+-)=[F_2(+-+)\exp(mx/4)+D_2(+--)\exp(-mx/4)],$ (3.13)
в частности,
$\varphi_2(++)\varphi_1(++)=D_2(+++)D_1(+++)\exp(mx/2)+F_2(++-)F_1(++-)\exp(-mx/2)+$
$+[D_2(+++)F_1(++-)+F_2(++-)D_1(+++)]$ (3.14)
В раскрытом виде для $\psi_{1(1)}$ имеем
$-\psi_{1(1)}=\varphi_2(+-)\varphi_2(++)\varphi_1(++)=$
$=F_2(+-+)D_2(+++)D_1(+++)\exp(3mx/4)+F_2(+-+)F_2(++-)F_1(++-)\exp(-mx/4)+$
$+F_2(+-+)[D_2(+++)F_1(++-)+F_2(++-)D_1(+++)]\exp(mx/4)+$
$+D_2(+--)D_2(+++)D_1(+++)\exp(mx/4)+D_2(+--)F_2(++-)F_1(++-)\exp(-3mx/4)+$
$+D_2(+--)[D_2(+++)F_1(++-)+F_2(++-)D_1(+++)]\exp(-mx/4)=$
$=\{F_2(+-+)[D_2(+++)F_1(++-)+F_2(++-)D_1(+++)]+$
$+D_2(+--)D_2(+++)D_1(+++)\}\exp(mx/4)+\{F_2(+-+)F_2(++-)F_1(++-)+$
$+D_2(+--)[D_2(+++)F_1(++-)+F_2(++-)D_1(+++)]\}\exp(-mx/4)+$
$+F_2(+-+)D_2(+++)D_1(+++)\exp(3mx/4)+D_2(+--)F_2(++-)F_1(++-)\exp(-3mx/4),$ (3.15)
Окончательно для $\psi_{1(1)}$ находим
$-\psi_{1(1)}=b_1^+\exp(mx/4)+b_1^-\exp(-mx/4)+c_1^+\exp(3mx/4)+c_1^-\exp(-3mx/4),$ (3.16)
$b_1^+=\{F_2(+-+)[D_2(+++)F_1(++-)+F_2(++-)D_1(+++)]+D_2(+--)D_2(+++)D_1(+++)\}$
$b_1^-=\{F_2(+-+)F_2(++-F_1(++-)+D_2(+--)[D_2(+++)F_1(++-)+F_2(++-)D_1(+++)]\}$
$c_1^+=+F_2(+-+)D_2(+++)D_1(+++),\quad c_1^-=D_2(+--)F_2(++-)F_1(++-),$ (3.17)
где $D_\alpha(s.\varepsilon,\rho=\lambda)$, $F_\alpha(s.\varepsilon,\rho=\lambda)$, $\alpha=1.2.3.4.$ - постоянные спинорные амплитуды.
Выражение для $\psi_{2(1)}$ получаем из выражения - $\psi_{1(1)}$ путем подстановки
$\psi_{2(1)}=\varphi_1(+-)\varphi_2(++)\varphi_1(++)=-\psi_{1(1)}[F_2(+-+)\to F_1(+-+),$
$D_2(+--)\to D_1(+--)].$ (3.18)
В результате находим
$\psi_{2(1)}=b_2^+\exp(mx/4)+b_2^-\exp(-mx/4)+c_2^+\exp(3mx/4)+c_2^-\exp(-3mx/4),$
$b_2^+=\{F_1(+-+)[D_2(+++)F_1(++-)+F_2(++-)D_1(+++)]+D_1(+--)D_2(+++)D_1(+++)\}$
$b^-_2=\{F_1(+-+)F_2(++-F_1(++-)+D_1(+--)[D_2(+++)F_1(++-)+F_2(++-)D_1(+++)]$
$c_2^+=+F_1(+-+)D_2(+++)D_1(+++),\quad c_2^-=D_1(+--)F_2(++-)F_1(++-),$ (3.19)
Рассмотрим теперь
$p_{(2)}(+,+)=\xi^b(++)\gamma^5(\xi^a(+-)\gamma^5\xi^c(++)$ (3.20)
После подстановки в это выражение кварковых функций согласно
(3.10)- (3.11) выражение $p_{(2)}(+,+)$ примет вид
$p_{(2)}(+,+)=(\gamma^2\psi_{1(2)}+\gamma^3\psi_{2(2)})D^+_{04}D^+_{13}\exp((3m/4)(+ix_4))$ (3.21)
где
$\psi_{1(2)}=\varphi_1(++)\varphi_2(+-)\varphi_2(++),\ \psi_{2(2)}=\varphi_2(++)\varphi_2(+-)\varphi_2(++),$ (3.22)
Выражение $\psi_{1(2)}$ можно получить из выражения (3.17) для $\psi_{1(1)}$, если произвести следующую подстановку
$\varphi_2(+-)\to\varphi_1(++)$ т.е. $F_2(+-)\to D_1(++),\ D_2(+-)\to F_1(++)$
$\varphi_2(++)\to\varphi_2(+-)$ т.е $D_2(++)\to F_2(+-),\ F_2(++)\to D_2(+-)$
$\varphi_1(++)\to\varphi_2(++),\ D_1(++)\to D_2(++),\ F_1(++)\to F_2(++),$(3.23)
В результате получаем
$\psi_{1(2)}=d_1^+\exp(mx/4)+d_1^-\exp(-mx/4)+L_1^+\exp(3mx/4)+L_1^-\exp(-3mx/4),$ (3.24)
$d_1^+=D_1(+++)[F_2(+-+)F_2(+++)+D_2(+-+)D_2(+++)]+F_1(+++)F_2(+-+)D_2(+++)$
$d_1^-=F_1(++-)[F_2(+-+)F_2(+++)+D_2(++-)D_1(++-)]+D_1(++-)D_2(+-+)F_2(++-)$
$L_1^+=D_1(++-)F_2(+-+)D_2(+++),\ L_1^-=F_1(++-)D_2(+--)F_2(++-),$ (3.25)
Аналогично, выражение $\psi_{2(2)}$ можно получить из выражения (3.19) для $\psi_{2(1)}$, если произвести следующую подстановку

ISSN 1512-1461

$\varphi_1(+-)\rightarrow\varphi_2(++)$ т.е. $F_1(+-)\rightarrow D_2(++)$, $D_1(+-)\rightarrow F_2(++)$
$\varphi_2(++)\rightarrow\varphi_2(+-)$ т.е $D_2(++)\rightarrow F_2(+-)$, $F_2(++)\rightarrow D_2(+-)$
$\varphi_1(++)\rightarrow\varphi_2(++)$, $D_1(++)\rightarrow D_2(++)$, $F_1(++)\rightarrow F_2(++)$. (3.26)

В результате получаем

$\psi_{2(2)}= d_2^+\exp(mx/4)+d_2^-\exp(-mx/4) +L_2^+\exp(3mx/4)+L_2^- \exp(-3 mx/4$ (3.27)

$d_2^+=D_2(+++)[F_2(+-+) D_2(+++)+D_2(+-+)D_2(+++)]+F_2(+++)F_2(+-+)D_2(+-+)$
$d_2^- = F_2(++-)[F_2(+--) F_2(++-)+ D_2(+--)D_1(++-)]+D_2(++-)D_2(+--)F_2(++-)$
$L_2^+= D_2(+++)F_2(+-+)D_2(+++)$, $L_2^{-} = F_2(++-)D_2(+--)F_2(++-)$, (3.28)

Таким образом, для p (+,+) находим

$p(+,+) =\{\psi_1(++) \gamma_2 + \psi_2(++)\gamma_3\} D^+_{13}D^+_{04}$ (3.29)

где

$\psi_1(++)=\psi_{1(1)}+ \psi_{1(2)}=\{(b_1^+ +d_1^+)\exp(mx/4)+(b_1^- + d_1^-)\exp(-mx/4)+$
$+(c_1^+ +L_1^+)\exp(3mx/4)+(c_1^- +L_1^-)\exp(-3mx/4)\}\exp((3m/4)(+ix_4))$, (3.30)

$\psi_2(++)=\psi_{1(2)}+ \psi_{2(2)}= \{(b_2^+ +d_1^+)\exp(mx/4)+(b_2^- +d_1^-)\exp(-mx/4)+$
$+(c_2^+ +L_2^+)\exp(3mx/4)+(c_2^- +L_2^-)\exp(-3mx/4)\}\exp((3m/4)(+ix_4))$, (3.31)

Для того, чтобы p(+,+), определенный согласно (3.29)- (3.31) являлся решением вакуумых уравнений, необходимо выполнение условий

$(b_1^+ + d_1^+)=0$, $(b_1^- + d_1^-)=0$, $(b_2^+ + d_1^+)=0$, $(b_2^- + d_1^-) =0$, (3.32)

При выполнении условия (3.32) функция протона p(+,+) примет вид

$p(+,+) =\{[(c_1^+ +L_1^+)\exp(3mx/4)+(c_1^- +L_1^-)\exp(-3mx/4)]\gamma_2+$ (3.33)
$+[(c_2^+ +L_2^+)\exp(3mx/4)+(c_2^- +L_2^-)\exp(-3mx/4)]\gamma_3\}\exp((3m/4)(+ix_4))D^+_{13}D^+_{04}$

При этом, соответствующее вакуумное уравнение, решением которого является (3.33), имеет вид

$i\,\partial_\mu\, p(+,+) = (3m/4)\gamma_\mu\, p(+,+)$
$i\,\partial_\mu\, \bar{p}(+,+)=-(3m/4)\ \bar{p}(+,+)\gamma_\mu$ (3.34)

Функцию протона (3.33) теперь можно обобщить путем учета и других членов из выражения (3.1). Такой учет унитарной симметрии теперь носит чисто технический характер. Ввиду громоздкого характера этих выражений их здесь приводить не будем.

4. Функция скалярных мезонов.

Как уже было сказано, мезоны состоят из кварка и антикварка $M\sim(\bar{q}^A q_B)$. В случае скалярных мезонов из 35-ий плети группы SU(6),таких как, например,
$|\pi^+\rangle$, $|\pi^-\rangle$, $|\pi^0\rangle$, $|K^+\rangle$, $|\eta_8\rangle$, имеем конкретную кварковую структуру. В качестве примера рассмотрим, например, скалярные π^+(s=0)мезоны, кварковая структура которых имеет вид [7]

$\pi^+(s=0)=(1/2)^{1/2} \{p\uparrow \bar{n}\downarrow - p\downarrow \bar{n}\uparrow\}$ (4.1)

Учитывая специфику временной зависимости вакуумных решении, о чем уже говорилось выше, для получения положительночастотной части функции $\pi^+(+)$ в качестве функции p-кварка будем брать кварковые функции $\xi(++)$ и $\xi(+-)$ и в качестве функции n-антикварка $\bar{\xi}(++)$ и $\bar{\xi}(+-)$. Аналогично, для получения отрицательночастотной части функции $\pi^+(-)$ в качестве функции p-кварка будем брать кварковые функции $\xi(-+)$ и $\xi(--)$ и в качестве функции n-антикварка - $\bar{\xi}(-+)$ и $\bar{\xi}(--)$.

Выражение (4.1) теперь запишем в виде

$\pi^+(s=0)= \pi^+_1(s=0)+ \pi^+_2(s=0)$ (4.1')

где

$\pi^+_1(s=0)= (1/2)^{1/2} (p\uparrow \bar{n}\downarrow)$ (4.2)
$\pi^+_2(s=0)= (1/2)^{1/2} (p\downarrow \bar{n}\uparrow)$ (4.3)

Кроме того,

$\pi^+_1(s=0)= \pi^+_1(+, s=0)+ \pi^+_1(-, s=0)$ (4.4)
$\pi^+_2(s=0)= \pi^+_2(+, s=0)+ \pi^+_2(-, s=0)$ (4.5)

ISSN 1512-1461

При этом для получения нужной структуры $\pi^+_1(+, s=0)$ и $\pi^+_1(-, s=0)$ через кварковые функции необходимо задать в виде

$\pi^+_1(+, s=0)= \gamma_2\gamma^3((\bar{\xi}(++)\xi(+-)+ \bar{\xi}(+-)\xi(++))$ (4.6)

$\pi^+_1(-, s=0)= \gamma_2\gamma^3((\bar{\xi}(--)\xi(-+) + \bar{\xi}(-+)\xi(--))$ (4.7)

$\xi(++)= \{\gamma_2 \varphi_1 (++) + \gamma_3 \varphi_2(++) \} \exp((m/4)(ix_4))D^+_{13}D^+_{04}$

$\xi(-+)= \{ \varphi_0 (-+) + \gamma_2 \gamma_3 \varphi_3 (-+) \} \exp((m/4)(-ix_4))D^+_{13}D^-_{04}$ (4.8)

$\bar{\xi} (++)=-\exp((m/4)(ix_4))D^+_{13}D^+_{04}\{\gamma^2 \varphi_1^* (++) +\gamma^3\varphi_2^*(++)\}$

$\bar{\xi}(-+)= - \exp((m/4)(-ix_4))D^+_{13}D^-_{04} \{\varphi_0 (-+)- \gamma^2 \gamma^3\varphi_3^*(-+)\}$ (4.9)

Подставляя в (4.6) кварковые функции согласно (4.8)- (4.9) получаем

$\pi^+_1(+, s=0)= \gamma_2\gamma^3((\bar{\xi}(++)\xi(+-)+ \bar{\xi}(+-)\xi(++))=$

$=- \gamma_2\gamma^3\exp((2m/4)(ix_4))\{D^+_{13}D^+_{04}[\gamma^2 \varphi_1^* (++) +\gamma^3\varphi_2^*(++)] [\gamma_2 \varphi_1 (+-) +$

$+\gamma_3\varphi_2(+-)]D^-_{13}D^+_{04}+D^-_{13}D^+_{04}[\gamma^2\varphi_1^*(+-)+\gamma^3\varphi_2^*(+-)]*$

$*[\gamma_2 \varphi_1(++)+\gamma_3\varphi_2(++)]\}D^+_{13}D^+_{04}$ (4.10)

После перемножения находим

$\pi^+_1(+, s=0)=\{ [- \varphi_1^* (++)\varphi_2(+-)+\varphi_2^*(++)\varphi_1 (+-)]D^-_{13}+$

$+[- \varphi_1^* (+-)\varphi_2(++)+\varphi_2^*(+-)\varphi_1 (++)]D^+_{13} \}\exp((2m/4)(ix_4) D^+_{04}$, (4.11)

При условии

$[- \varphi_1^*(++)\varphi_2(+-)+\varphi_2^*(++)\varphi(+-)]=[-\varphi_1^*(+-)\varphi_2(++)+\varphi_2^*(+-)\varphi_1(++)]$

получаем

$\pi^+_1(+, s=0)=[-\varphi_1^*(++)\varphi_2(+-)+\varphi_2^*(++)\varphi_1(+-)]D^+_{04} \exp((2m/4)(ix_4)$,(4.12)

Аналогично находим

$\pi^+_1(-,s=0)=[-\varphi_0^*(--)\varphi_3(-+)-\varphi_3^*(--)\varphi_0 (-+)]D^-_{04} \exp(-(2m/4)(ix_4)$ (4.13)

И при условии

$[\varphi_0^*(--)\varphi_3(-+)-\varphi_3^*(--)\varphi_0(-+)]=[\varphi_0^*(-+)\varphi_3(--)-\varphi_3^*(-+)\varphi_0 (--)]$,

где

$\varphi_1(++)=D_1(+++) \exp(mx/4)+F_1(++-)\exp(-mx/4)$

$\varphi_2(++)=D_2(+++)\exp(mx/4) +F_2(++-)\exp(-mx/4)]\}$

$\varphi_1(+-)=F_1(+-+) \exp(mx/4)+ D_1(+--)\exp(-mx/4)$

$\varphi_2(+-)=[F_2(+-+)\exp(mx/4)+D_2(+--)\exp(-mx/4)]$ (4.13)

Теперь можно написать

$\pi^+_1(+, s=0)= \phi(+, s=0) \exp((m/2)(ix_4) D^+_{04}$

$\pi^+_1(-, s=0)= \phi(-, s=0) \exp(-(m/2)(ix_4) D^-_{04}$, (4.14)

где

$\phi(+, s=0)=A_1^0+A_1^+ \exp((m/2)x) + A_1^-\exp(-(m/2)x)$

$\phi(-, s=0)=A_2^0+A_2^+ \exp((m/2)x) + A_2^-\exp(-(m/2)x)$, (4.15)

где A_1^0, A_1^+, A_1^+, A_2^0, A_2^+, A_2^- выражаются через спинорные амплитуды.При условии

$A_1^0=0$, $A_2^0=0$

для функции $\pi^+_1(s=0)$ получаем

$\pi^+_1(s=0)=[A_1^+\exp((2m/4)x)+A_1^-\exp(-(2m/4)x)]\exp((2m/4)(ix_4)D^+_{04} +$

$+[A_2^+ \exp((2m/4)x) + A_2^-\exp(-(2m/4)x)] \exp(-(2m/4)(ix_4) D^-_{04}$,(4.16)

Если провести аналогичное вычисление и для $\pi^+_2(s=0)$, то в результате получим выражение вида

$\pi^+_2(s=0)=B_1^+\exp((2m/4)x)+B_1^-\exp(-(2m/4)x)]\exp((2m/4)(ix_4)D^+_{04}$

$+B_2^+\exp((2m/4)x)+B_2^-\exp(-(2m/4)x)]\exp(-(2m/4)(ix_4) D^+_{04}$ (4.17)

где B_1^+, B_1^-, B_2^+, B_2^- - аналогично A_1^+, A_1^-, A_2^+ , A_2^- - выражаются через кварковые амплитуды.

В результате для $\pi^+(s=0)$ получаем функцию вида

$\pi^+(s=0)=[(A_1^++B_1^+)\exp((2m/4)x)+(A_1^-+B_1^-)\exp(-(2m/4)x)] \exp((2m/4)(ix_4) D^+_{04}$

$+[(A_2^++B_2^+)\exp((2m/4)x)+(A_2^-+B_2^-)\exp(-(2m/4)x)] \exp(-(2m/4)(ix_4) D^+_{04}$,(4.18)

ISSN 1512-1461

где амплитуды A_1^+, A_1^-, A_2^+, A_2^- и B_1^+, B_1^-, B_2^+, B_2^- выражаются через кварковые амплитуды.

Как известно, в теории поля для уравнения скалярного мезонного поля имеем уравнение

$$\{(\partial^2/\partial x_n^2) - (\partial^2/\partial x_4^2) - m_\pi^2\}\pi^+(s=0)=0, \quad x_4=ct \qquad (4.19)$$

Подставляя в (4..19) функцию $\pi^+(s=0)$ согласно (4.18) получаем

$$\{3(m/2)^2+(m/2)^2- m_\pi^2\}=0, \quad . m_\pi= m= m_q \qquad (4.20)$$

т.е. масса скалярного мезона равна массе легкого кварка m_q .

Приведем еще раз кварковые функции

$$\xi(++)= \{\gamma_2 [D_1(+++) \exp(mx/4)+F_1(++-)\exp(-mx/4)]+$$
$$+ \gamma_3[D_2(+++)\exp(mx/4) +F_2(++-)\exp(-mx/4)]\} \exp((m/4)(ix_4))D^+_{13}D^+_{04}$$
$$\xi(+-)= \{\gamma_2 [F_1(+-+) \exp(mx/4)+ D_1(+--)\exp(-mx/4)]$$
$$+ \gamma_3[F_2(+-+)\exp(mx/4)+D_2(+--)\exp(-mx/4)]\} \exp((m/4)(ix_4))D^-_{13}D^+_{04}$$
$$\xi(-+)= \{ [D_0(-++) \exp(mx/4)+F_0(-+-)\exp(-mx/4)]+$$
$$+ \gamma_2 \gamma_3[D_3(-++)\exp(mx/4) +F_3(-+-)\exp(-mx/4)]\} \exp((m/4)(-ix_4))D^+_{13}D^-_{04}$$
$$\xi(--)= \{ [F_0(--+)\exp(mx/4)+ D_0(---)\exp(-mx/4)]$$
$$+ \gamma_2 \gamma_3[F_3(--+)\exp(mx/4) + D_3(-+-)\exp(-mx/4)]\} \exp((m/4)(-ix_4))D^-_{13}D^-_{04}$$

$$\bar{\in}(++)=-\exp((m/4)(ix_4))D^+_{13}D^+_{04}\bullet$$

$$\bullet\{\gamma^2 [D_1^*(+++) \exp(mx/4)+F_1^*(++-)\exp(-mx/4)]+$$
$$+ \gamma^3[D_2^*(+++)\exp(mx/4) +F_2^*(++-)\exp(-mx/4)]\}$$

$$\bar{\in}(+-)=\exp((m/4)(ix_4))D^-_{13}D^+_{04}\bullet$$

$$\bullet\{\gamma^2 [F_1^*(+-+) \exp(mx/4)+ D_1^*(+--)\exp(-mx/4)]+$$
$$+ \gamma^3[F^*_2(+-+)\exp(mx/4)+D^*_2(+--)\exp(-mx/4)]\}$$

$$\bar{\in}(-+)= - \exp((m/4)(-ix_4))D^+_{13}D^-_{04} \bullet$$

$$\bullet\{[D_0(-++) \exp(mx/4)+F_0(-+-)\exp(-mx/4)] -$$
$$- \gamma_2 \gamma_3[D_3(-++)\exp(mx/4) +F_3(-+-)\exp(-mx/4)]$$

$$\bar{\bar{\in}}(--)=-\exp((m/4)(-ix_4))D^-_{13}D^-_{04}\bullet$$

$$\bullet\{ [F_0^*(--+) \exp(mx/4)+D_0^*(---)\exp(-mx/4)]-$$
$$-\gamma^2 \gamma^3[F_3^*(--+)\exp(mx/4)+D_3^*(---)\exp(-mx/4)] \qquad (4.21)$$

5. Функция векторных мезонов

В качестве конкретного примера псевдовекторных мезонов рассмотрим $\rho^+(s=1)$, кварковая структура которого проста и имеет вид[7]:

$$\rho^+(s=1)=(\bar{n}\uparrow p\uparrow) \qquad (5.1)$$

Учитывая специфику решений вакуумных уравнений, $\rho^+(s=1)$ через кварковые функции следует представить в виде

ISSN 1512-1461

$\rho_\mu^+(s=1)=\{\ \bar{\xi}(++)\gamma_\mu\gamma_5\xi(++)+\ \bar{\xi}(-+)\gamma_\mu\gamma_5\xi(-+)\}$ (5.2)

где первая слагаемая дает положительночастотную часть $\rho_\mu^+(\varepsilon=+,s=1)$, а вторая слагаемая - отрицательночастотную часть $\rho_\mu^+(\varepsilon=-,s=1)$, т.е.

$\rho_\mu^+(s=1)=\rho_\mu^+(+,s=1)+\rho_\mu^+(-,s=1)$ (5.3)

где

$\rho_\mu^+(+,s=1)=\ \bar{\xi}(++)\gamma_\mu\gamma_5\ \xi(++)$,

$\rho_\mu^+(-,s=1)=\ \bar{\xi}(-+)\gamma_\mu\gamma_5\ \xi(-+)$ (5.4)

При этом

$\xi(++)=[\varphi_1(++)\gamma_2+\varphi_2(++)\gamma_3]\ D^+_{04}\ D^+_{13}\exp[ix_4\ (m/4)]$

$\bar{\xi}(++)=-D^+_{04}\ D^+_{13}[\varphi_1^*(++)\gamma^2+\varphi_2^*(++)\gamma^3]\ \exp[ix_4\ (m/4)]$

$\xi(-+)=[\varphi_0(-+)I+\varphi_3(-+)\gamma_2\gamma_3]\ D^-_{04}\ D^+_{13}\exp[-ix_4\ (m/4)]$

$\bar{\xi}(-+)=-D^-_{04}\ D^+_{13}[\varphi_0^*(-+)I-\varphi_3^*(-+)\gamma^2\gamma^3]\ \exp[-ix_4\ (m/4)]$ (5.5)

В результате перемножения получаем

$\rho_1^+(s=1)=\{[-\varphi_1^*(++)\varphi_2(++)+\varphi_2^*(++)\varphi_1(++)]D^+_{04}\exp[ix_4\ (m/2)]\ +$
$+[\varphi_0^*(-+)\ \varphi_3(-+)-\ \varphi_3^*(-+)\varphi_0(-+)]D^-_{04}\exp[-ix_4\ (m/2)]\}D^+_{13}$

$\rho_2^+(s=1)=\{[-\varphi_1^*(++)\varphi_1(++)+\varphi_2^*(++)\varphi_2(++)]D^+_{04}\exp[ix_4\ (m/2)]\ +$
$+[\varphi_0^*(-+)\varphi_0(-+)\ -\ \varphi_3^*(-+)\varphi_3(-+)]D^-_{04}\exp[-ix_4\ (m/2)]\}\ iD^+_{13}$

$\rho_3^+(s=1)=\{[\varphi_1^*(++)\varphi_2(++)-\varphi_2^*(++)\varphi_1(++)]D^+_{04}\exp[ix_4\ (m/2)]\ +$
$+[\varphi_0^*(-+)\varphi_3(-+)+\varphi_3^*(-+)\varphi_0(-+)]D^-_{04}\exp[-ix_4\ (m/2)]\}i\ D^+_{13}$

$\rho_4^+(s=1)=0$ (5.6)

Подставляя значения амплитуд $\varphi\ (\varepsilon,s,\lambda=\rho)$, имеем

$\varphi_1(++)=D_1(+++)\ \exp(mx/4)+F_1(++-)\exp(-mx/4)$

$\varphi_2(++)=D_2(+++)\exp(mx/4)\ +F_2(++-)\exp(-mx/4)$

$\varphi_1^*(++)=D_1^*(+++)\ \exp(mx/4)+\ F_1^*(++-)\exp(-mx/4)$

$\varphi_2^*(++)=D_2^*(+++)\exp(\ mx/4)+\ F_2^*(++-)\exp(-mx/4)$

$\varphi_0(-+)=D_0(-++)\ \exp(mx/4)+F_0(-+-)\exp(-mx/4)$

$\varphi_3(-+)=D_3(-++)\exp(mx/4)\ +F_3(-+-)\exp(-mx/4)]\}$

$\varphi_0^*(-+)=D_0^*(-++)\ \exp(mx/4)+\ F_0^*(-+-)\exp(-\ mx/4)$

$\varphi_3^*(-+)=D_3^*(-++)\exp(mx/4)+\ F_3^*(-+-)\exp(-\ mx/4)$ (5.7)

Теперь функцию $\rho_\mu^+(s=1)$ можно записать в виде

$\rho_\mu^+(s=1)=\{[A_\mu^0+A_\mu^{1+}\exp((m/2)\ x)+A_\mu^{1-}\exp(-(m/2)\ x)]\ \ D^+_{04}\ \ \exp((\ m/2)(ix_4))+$
$+[B_\mu^{0-}+B_\mu^{1-}\exp((m/2)x)+B_\mu^{1-}\exp(-(m/2)x)]\ D^-_{04}\exp(-(\ m/2)(ix_4))\}D^+_{13}$.(2.4.8)

где A_μ и B_μ - заданные функции кварковых амплитуд. При условии

$A_\mu^0=0,\quad B_\mu^{0-}=0$ (5.9)

для $\rho_\mu^+(s=1)$ получаем выражение

$\rho_\mu^+(s=1)=\{A_\mu^{1+}\ \exp((2m/4)\ x)+\ A_\mu^{1-}\ \exp(-(2m/4)\ x)\}\ \exp((2m/4)(ix_4))+$
$+\{B_\mu^{1-}\ \exp((2m/4)\ x)+\ B_\mu^{1-}\ \exp(-(2m/4)\ x)\}\ \exp(-(2m/4)(ix_4))$,(5.10)

Уравнение псевдовекторного мезонного поля, как известно, имеет вид

$\{(\partial^2/\partial x_n^2\ )-(\partial^2/\partial x_4^2\ )\ -m_\rho^{\ 2}\}\rho_\mu^+(s=1)=0,\quad x_4=ct$ (5.11)

и $\rho_\mu^+(s=1)$ вида (5.10) является решением уравнения (5.11) при условии

$m_\rho=m/2=m_q/2$ (5.12)

После вычислений для компонент A_μ и B_μ находим

$A^+_1=-D_1^*(+++)\ D_2(+++)+\ D_2^*(+++)\ D_1(+++)$

$A^-_1=-\ F_1^*(++-)F_2(++-)+F_2^*(-+-)\ F_1(++-)$

$A^0_{\ 1}=-\ [D_1^*(+++)\ F_{2\ 2}(++-)+F_1^*(++-)D_2(+++)]+$
$+\ [D_2^*(+++)\ F_1(++-)+F_2^*(-+-)\ D_1(+++)]$

$B^+_1=D_0^*(-+-)\ D_3(-++)-\ D_3^*(-++)\ D_0(-++)$

$B^-_1=\ F_0^*(-+-)F_3(-+-)-F_3^*(-+-)\ F_0(-+-)$

$B^0_{\ 1}=-\ [D_0^*(-+-)\ F_3(-+-)+F_0^*(-+-)D_3(-++)]-$

ISSN 1512-1461

$-[D_3^*(-++)\,F_0(-+-)+F_3^*(-+-)\,D_0(+\,++)]$
$A^+_2= D_1^*(+++)\,D_1(+\,++)+ D_2^*(+++)\,D_2(+++)$
$A^-_2 = F_1^*(++-)F_1(++-)+F_2^*(-+-)\,F_2(++-)$
$A^0_2=-[D_1^*(+++)\,F_1(++-)+F_1^*(+\,+-)D_1(+\,++)]+$
$+[D_2^*(+++)\,F_2(++-)+F_2^*(-+-)\,D_2(+\,++)]$
$B^+_2= D_0^*(-++)\,D_0(-+-) - D_3^*(-++)\,D_3(-++)$
$B^-_2= F_0^*(-+-)F_0(-+-)-F_3^*(-+-)\,F_0(-+-)$
$B^0_2=[D_0^*(-+-)\,F_0(-+-)+F_0^*(-\,+-)D_0(-\,++)]-$
$-[D_3^*(-++)F_3(-+-)+F_3^*(-+-)D_3(-\,++)]$
$A^+_3=- A^+_1, A^-_3 = -A^-_1, A^0_3=- A^0_1$
$B^+_3= D_0^*(-+-)\,D_3(-\,++)+ D_3^*(-++)\,D_0(-++)$
$B^-_3 = F_0^*(-+-)F_3(-+-)+F_3^*(-+-)\,F_0(-+-)$
$B^0_3=-[D_0^*(-+-)\,F_3(-+-)+F_0^*(-\,+-)D_3(-\,++)]+$
$+[D_3^*(-++)\,F_0(-+-)+F_3^*(-+-)\,D_0(+\,++)],$ (5.13)

Так как вычисление проводится в покоящейся системе координат, связанной с самой частицей, то, переходя к движущейся системе координат (проекционные операторы подобраны таким образом, что выделяют движение вдоль координаты ох), для A'_μ получаем
$A'_1=A_1/\Gamma$, $\Gamma=[1+(v/c)^2]^{1/2}$, $A'_2= A_2$, $A'_3= A_3$, $A'_4= -i(v/c)\,A_1$, (5.14)

Литература

1. Д. Ф. Курдгелаидзе // Конструктивная теория пространства-времени и метрические спиноры//в печати
2. Н.Н Боголюбов, Д.В. Ширков// Введение в теорию квантованных полей // Изд.''Наука'',Москва,(1973)
3. Д. Ф. Курдгелаидзе // К нелинейной теории элементарных частиц // ЖЭТФ, **38,** ст.462 (1960)
4. А. Зоммерфельд // Строение атома и спектры т- 2//Гос.Издат. Тех-Теор. Лит., Москва, (1956)
5. Д. Ф. Курдгелаидзе //Спинорная теория пространства-времени и приложение метрических спиноров в физике//-монография,137 стр// Тбилиси, изд."Зекари"(2003)
6. М.А. Наймарк //Линейные представления группы Лоренца //стр.112, Гос. Издат. Физ-Мат. лит.,Москва, (1958)
7. С. Огава, С. Савада, С. Накагама //Составные модели элементарных частиц // Изд. ''Мир'', Москва,(1983)

Article received: 2013-03-17