ISSN 1512-1461

UDC 539: Physical nature of matter

ВЕТВЯЩИЕСЯ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ II-ГО ПОРЯДКА ФИЗИКИ,ЧАСТЬ-1

Дмитрий Курдгелаидзе
Грузинский Технический Университет, Институт Вычислительной Математики им.Мусхелишвили.
Адрес: ул. Костава 75, почтовое отделение 01.

Аннотация:
Определение "Ветвящиеся решения нелинейных диференциальных уравнений II-го порядка": Уравнения скалярного мезонного поля, Уравнения для гравиплазмы, Уравнения Томаса- Ферми-Дирака (ТФД)

Ключевые слова: *гравиплазма, скалярное мезонное поле.*

§1.Определение „ Ветвящиеся решения нелинейных дифференциальных уравнений II-го порядка„

Определение "Ветвящиеся решения нелинейных диференциальных уравнений II-го порядка" лучше начать с ветвящихся решений через эллиптические функции, или, точнее - с эллиптических интегралов, обращением которых являются эллиптические функции. Рассмотрим интеграл (z-комплексное число)

$$u=\int_0^{\zeta}\{dz/f(z)^{1/2}\}.\quad f(z)=a_4z^4+a_3z^3+a_2z^2+a_1z^1\,a_0 \tag{1.1}$$

Найдем корни уравнения

$$f(z)=a_4z^4+a_3z^3+a_2z^2+a_1z^1\,a_0=0,\quad \alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4, \tag{1.2}$$

Тогда f(z) и u можно представить в виде

$$f(z)=(z-\alpha_1)(z-\alpha_2)(z-\alpha_3)(z-\alpha_4)$$
$$u=\int_0^{\zeta}\{dz/[(z-\alpha_1)(z-\alpha_2)(z-\alpha_3)(z-\alpha_4)]^{1/2}\}. \tag{1.3}$$

Числа α_1, α_2, α_3, α_4 являются особыми точками подинтегральной функции и точками разветвления интеграла u. В эллиптической функции, являюшейся обращением интеграла u, числа α_1, α_2, α_3, α_4 определяют отдельные ветви решения.
Одно из замечательных свойств точек разветвления многозначной функции заключается в том, что при обходе контура вокруг них по надлежащим замкнутым кривым ветви функции переходят одна в другую[1].

Как видим, Ветвящиеся Решения Нелинейных Уравнений являются корректной, естественной математической формулировкой теории фазовых переходов в физике.

1. Ветвящейся Решении Нелинейного Уравнения скалярного мезонного поля φ в виде

$$[(\partial/\partial t)^2+(\partial/\partial x_n)^2-k_0^2-\lambda\,\varphi^2]\,\varphi=0 \tag{1.4}$$

Решение будем искать в классе функции

ISSN 1512-1461

$$\varphi= \varphi(\sigma), \quad \sigma=\omega t-kx \qquad (1.5)$$

Тогда уравнение приметь вид

$$(d^2/ d\sigma^{2}- k_0^{0\,2}-\lambda^0 \varphi^2)\varphi(\sigma)=0, \quad k_0^{0\,2}/(\omega^2-k^2) \qquad (1.6)$$

и после первой квадратуры получаем

$$(d\, \varphi(\sigma)/ d\sigma)^{2}=(\lambda^0/2)[\varphi(\sigma)^4 +a\, \varphi(\sigma)^2] , \quad a=2\, k_0^{\,2}/ \lambda \qquad (1.7)$$

или в виде

$$(d\, \varphi(\sigma)/ d\sigma)^{2}=(\lambda^0/2)\, (\varphi- \alpha_1)\, (\varphi- \alpha_2)\, (\varphi- \alpha_3)\, (\varphi- \alpha_4) \qquad (1.8)$$

числа α_1, α_2, α_3, - отдельные ветви решения

2. Ветвящейся Решении Нелинейного Уравнения для гравиплазмы

В качестве второй илюстрации рассмотрим Ветвящейся Решении Нелинейного Уравнения для гравиплазмы .

Несколько лет тому назад,когда я занимался построением новой модели структуры Вселенной, указывая на некорректность, допущенную при построении существующей модели т.н.Большого Взрыва, я развил теорию Гравиплазмы - системы электронно-протонного газа, при наличии также фотонного газа, находящейся в собственном гравитационном поле в космологическом масштабе. Для корректного описания такой системы необходимо написать уравнения Эйнштейна для гравитационного поля, тензор энергии импульса для фермионного поля электронно-протонного газа в гравитационном поле и уравнение Дирака в гравитационном поле для фермионов. Написав такую систему уравнений, находим,что после некоторых преобразований уравнение гравимлазмы принимает вид аналогичного уравнения Томаса-Ферми-Дирака. Уравнение гравимлазмы допускает первую квадратуру и принимает вид, который имеет решения в классе эллиптических функций. Одрако, получить точные решения пока не удалось, были получены лишь приближенные решения - как ветвящиеся решения в периодических эллиптических функциях. Если теперь гравиплазму рассмотреть как ферми-газ, заключенный в обьеме $L_0^{3,}$ где L_0 - длина соответствующего периода решений, и применить развтую нами теорию элетронного газа, заключенного в ограниченном объеме, то, вследствие взаимодействия гравиплазмы с границей плотности ферми-газа, появится добавка вида λ=-con/L_0^3, которая численно совпадает с т.н. космологической постоянной, введенной Эйнштейном. Эта работа - "Новый взгляд на структуру Вселенной" -опубликована[5]. В ней, в качестве математического дополнения, я поместил в сокращенном виде мою работу "Теория электронного газа, заключенного в ограниченном объеме".

В работе[2] мы сформулировали новый взгляд на структуру Вселенной. Необходимость создания новой модели Вселенной возникла вследствие грубой ошибки, допущенной при формировании существующей модели Вселенной, т.н."Теории Большого Взрыва". Вследствие этой грубой ошибки и возникло такое нелепое утверждение, как "выход Вселенной из точки".

Как известно, при формирования Модели Вселенной виде т.н. "Теории Большого Взыва" исходной являлась модель Вселенной Фридмана. При этом, для изучения предистории развития Вселенной Фридмана в решении Фридмана стали менять направлния скоростей - скорость расширения пространства Фридмана на скорость сжатия - и стали рассматривать обратные процессы - процессы сжатия пространства Фридмана - и дошли,таким образом, до

ISSN 1512-1461

"точки". Грубая ошибка, допущенная при этом, состоит в предположении, что процесс сжатия пространства Фридмана можно продолжать до "точки". Для такого предположения заведомо нет никакого основания. В процессе сжатия пространства Фридмана меняются состояния в системе этого пространства. Согласно той же Модели Большого Взрыва, пространство, предшествующее пространству Фридмана, заполнено газом из электронов и протонов при наличии в нем также фотонов. При продолжении сжатия пространства Фридмана система внутри этого пространства переходит в состояние , т.н. газа гамма-фотонов. При продолжении процесса сжатия пространства Фридмана до "точки", по умолчанию предполагается, что пространство заполненое газом из электронов и протонов при наличии также фотонов, полученных в результате сжатия пространства Фридмана. также обладает свойством сжатия наподобие пространства Фридмана.

Свойство пространства Фридмана сжиматься или расширяться не является заслугой ОТО. Таким свойством обладает и идеальная жидкость без границ в гидродинамике Ньютона[6]. Свойство пространства сжиматься или расширяться является следствием предпложения однородности расспределения плотности материи. Соответственно, продолжая сжимать прстранство Фридмана до "точки", предполагается, что в процессе сжатия прстранства Фридмана до "точки" однородность расспределения плотности материи сохраняется. Но для такого предположения нет никакого основания.

Как уже было сказано, состояние Вселенной, предшествующее пространству Фридмана, т.е. второй период состояния Вселенной в стандартной, т.н."горячей модели Вселенной", в виде плазмы из свободных фермионов и фотонов, является типичным объектом исследования современной теории поля теоретической физики. Соответственно,методами современной теория поля можно подробно исследовать это состояние Вселенной. В частности, написать уравнение Эйнштейна для тензора энергии импульса свободного ферми-газа в собственном гравитационом поле (такую систему будем называть гравитационной плазмой, или гравиплазмой).

В соответствии с современными представлениями теория поля, тензор энергии импульса в уравнение Эйнштейна можно записать, как тензор энергии импульса спинорного поля в гравитационном поле. При этом

сами спиноры подчиняются уравнению Дирака при наличии гравитационного поля, т.е.уравнению Фока-Иваненко.

Таким образом, для исследования состояния Вселенной в стадии плазмы из свободных фермионов и фотонов в собственном гравитационом поле, с точки зрения современной теория поля, получаем самую общую и корректную систему уравнений.

Написав эту систему равнений для гравитационного поля в конформно плоском пространстве $g_{\mu\nu}=f(\sigma)\eta_{\mu\nu}$, $\sigma = x^{\mu}\kappa_{\mu}$, после определенных вычислений и преобразований, уравнение Эйнштейна для $f(\sigma)$ (т.е. для гравиплазмы) примет вид

$$f(\sigma)f(\sigma)''-(1/2)f(\sigma)'^{2}= -(4/3)\{ \lambda_0 f(\sigma)^3 + A_0\, f(\sigma))^{5/2} \} \tag{1.9}$$

.

где величины λ_0 и A_0 в определенном приближении можно считать постоянными. При этом, для распределения плотности ферми-газа имеем

$$\rho(\sigma)=(c^2/k_0)\rho_0^*/[1+(3/4)\ln f(\sigma)]^2=(c^2/k_0)\rho_0^* Z_0[1+(3/4)\ln f(\sigma)] \tag{1.10}$$

где k_0 и ρ_0^* - постоянные.

Введем преобразование

$$f(\sigma)=\varphi^2 , \qquad f(\sigma)'^{2} = 4\,\varphi^2\,\varphi'^{2} , \tag{1.11}$$

ISSN 1512-1461

В результате уравнение гравиплазмы (1.9) для φ примет вид

$$\varphi'' = -(2/3)\,\lambda_0\varphi^3 - (2A_0/3)\,\varphi^2 \qquad (1.12)$$

После первой квадратуры для уравнения гравиплазмы (1.12)
получаем

$$\varphi'^2 = -(1/3)\,\lambda_0\varphi^4 - (4/9)\,A_0\varphi^3 + C_1 \qquad (1.13)$$

Рассмотрим теперь ветвящиеся решения уравнения гравиплазмы (1.13)
Определим корни уравнения

$$P_4(\varphi) = -(1/3)\,\lambda_0\varphi^4 - (4/9)\,A_0\varphi^3 + C_1 = 0$$
$$P_4(\varphi) = (\varphi-\alpha_1)(\varphi-\alpha_2)(\varphi-\alpha_3)(\varphi-\alpha_4) \qquad (1.14)$$

Таким образом, уравнение гравиплазмы (1.13) примет вид

$$\varphi'^2 = (\varphi-\alpha_1)(\varphi-\alpha_2)(\varphi-\alpha_3)(\varphi-\alpha_4) \qquad (1.15)$$

Если ввести преобразования

$\varphi = 1/\Psi$,

то уравнения гравиплазмы (1.13)можно переписать в виде

$$\Psi'^2 = -(1/3)\,\lambda_0 - (4/9)\,A_0\,\Psi + C_1\,\Psi^4 = P_4(\Psi)$$
$$\Psi'^2 == (\Psi-\gamma_1)(\Psi-\gamma_2)(\Psi-\gamma_3)(\Psi-\gamma_4) \qquad (1.16)$$

где γ_ι корни уравнения $P_4(\Psi)=0$
Теперь необходимо найти преобразования, которые формы (1.13) и (1.16) переведут в стандартный вид эллиптических интегралов первого типа.
Решения периодических функций и, соответственно, распределение плотности ферми-газа согласно (1.10) не является онородным т.е. прстранство не будет ни расширяться, ни сжиматься, со всеми вытекающими отсюда последствиями.

3. Ветвящейся Решении Нелинейного Уравнения Феноменологического обобщения уравнения Томаса-Ферми –Дирака (ТФД) в случае теории металлов и его периодические решения [4]

Работа **[4]** хорошо известна и, поэтому, ограничемся тольто Аннотацией работы **[4].**

Рассмариваются свойства уравнения (ТФД); масштабная инвариантность,
подбор решения, ветвяшиеся решения. Находятся эти точные ветвяшиеся решения; действительная и комплексная ветвь. Действительная ветвь сопоставляется с нормальной, комплексная ветвь со свехпроводящей фазой проводимости в кристалле. Рассматривается уравнение Шредингера с точными ветвяшимися решениями. Ставится задача вычисления разности энергий между этими состояниями. Показывается, что полученное уравнение Шредингера в известных функциях не имеет решения.

ISSN 1512-1461

Литература

1. Ю.С.Сикорский, //Элементы теорий Эллиптическх функций . Москва 1936 Ленинград//
2. Д.Ф. Курдгелаидзе, НОВЫЙ ВЗГЛЯД НА СТРУКТУРУ ВСЕЛЕННОЙ// GESJ: Physics 2011 | No.2(6) [2011.12], 18-47. (http://gesj.internet-academy.org.ge/download.php?id=2339.pdf)
3. П. Гомбош, //Статистическая теория атома и ее применение// ИЛ. Москва,1951г.
4. Д.Ф.Курдгелаидзе, // ACTA..PHYS., ACAD..SCI..PUNG.1958. .9(1-2),p.185

Article received: 2014-07-26